

FUNCIONAMIENTO EN CORTOCIRCUITO DE LAS MAQUINAS SINCRONICAS

CC-00.PDF

Prefacio de la edicion italiana - 1970

**Funzionamento in cortocircuito delle macchine sincrone
Bassano Luigi Colombo
Version PDF - dicembre 2001**

#####

FUNCIONAMIENTO EN CORTOCIRCUITO
DE LAS MAQUINAS SINCRONICAS

#####

BASSANO LUIGI COLOMBO
PROFESOR DE MODELLI DI RETI
POLITECNICO DI TORINO ITALIA

#####

TITULO ORIGINAL DE LA OBRA
FUNZIONAMENTO IN CORTOCIRCUITO
DELLE MACCHINE SINCRONE

EDICION EN ITALIANO PUBLICADA POR
LIBRERIA EDITRICE UNIVERSITARIA LEVROTTO E BELLA
TORINO ITALIA

#####

Los traductores, inevitable nexos entre autor y lector, piden comprensión y disculpas a ambos por sus involuntarios errores.

Jorge N. L. Sacchi

Alfredo Rivaldi

BUENOS AIRES 1976/1978

Un particular agradecimiento a quien con paciencia interminable descifró los largos manuscritos, para poder mecanografiar y dar a esta obra su actual presentación.

#####

Prefacio de la edicion italiana

Ordeno aquí en parte los apuntes distribuidos a partir del año académico 1955-56 a los alumnos del Politécnico de Torino y recojo mis enseñanzas sobre " Modelos de redes" impartidas en el curso de Perfeccionamiento en Electrotecnia.-

La materia publicada está relacionada con el funcionamiento en cortocircuito de las máquinas sincrónicas y está dividida en tres partes.-

La primera inicia partiendo de registros obtenidos experimentalmente y estudia las corrientes de cortocircuito de las máquinas sincrónicas isótropas y anisótropas.-

La segunda trata la teoría de la máquina ideal de Park y presenta un método para obtener las expresiones de los parámetros funcionales, de las tensiones internas, y de los valores instantáneos de las corrientes.-

La tercera describe los funcionamientos de las máquinas sincrónicas como se presentan en los laboratorios de gran potencia.-

En un apéndice se consideran los circuitos que equivalen a los funcionamientos en régimen y en cortocircuito de las máquinas isótropas y anisótropas.-

La literatura técnica en lo referente a los argumentos enunciados es extensa y exhaustiva. El presente trabajo, sin embargo, no es una simple recopilación, se basa ampliamente sobre múltiples observaciones personales y consiguientes reflexiones, desarrolladas en muchos años de trabajo llevados a cabo en el laboratorio de gran potencia de la Sociedad Magrini S.p.A.-

Diciembre 1970.

Bassano Luigi Colombo

FUNCIONAMIENTO EN CORTOCIRCUITO DE LAS MAQUINAS SINCRONICAS

CC-01.PDF

1	Funcionamiento en cortocircuito en las maquinas sincronicas	1 / 83
----------	--	---------------

1. FUNCIONAMIENTO EN CORTOCIRCUITO

DE LAS MAQUINAS SINCRONICAS

1.1 - Generalidades.

Objeto del tratado es el estudio de las corrientes y de las tensiones en los circuitos de inducido y de inductor de las máquinas sincrónicas durante su funcionamiento en cortocircuito. Por cortocircuito se entiende una conexión (accidental o intencional) de impedancia despreciable o un arco que se establece entre conductores de una o más fases de un sistema eléctrico que incluye o no la tierra. El funcionamiento en cortocircuito de las máquinas sincrónicas depende obviamente de las condiciones de los regímenes de funcionamiento que preceden el manifestarse de una falla, del tipo y del punto de falla.-

Para generalizar el estudio se examinarán separadamente los siguientes casos:

- falla trifásica en los terminales de una máquina que funciona en vacío (1.2);
- falla trifásica en un punto de una red conectada a una máquina que funciona en vacío (1.3);
- falla trifásica en bornes de una máquina que funciona en carga (1.4); (1.5);
- falla en un punto de una red conectada a máquinas con características distintas: trifásica aislada o no de tierra, entre dos fases, entre una fase y tierra, entre dos fases y tierra (1.6);
- falla trifásica en un punto de una red conectada a una máquina que funciona en vacío o en carga, incluyendo los efectos de las resistencias de los circuitos externos y de la resistencia de la falla (1.7).-

El método de estudio que será adoptado se basa en la aplicación de las teorías de las componentes simétricas, de las dos reacciones y en el principio de conservación de los flujos concatenados con los circuitos cerrados.-

1.1.1* - Teoría de las componentes simétricas.*

El funcionamiento en cortocircuito de una máquina sincrónica, cualquiera sea el punto y el tipo de falla, puede ser estudiado con un circuito equivalente monofásico constituido por parámetros a la secuencia positiva, negativa y cero. Los parámetros deben ser oportunamente interconectados, y tener aplicadas tensiones a la secuencia positiva variables en función del tiempo.-

.///.

En los sistemas simétricos las magnitudes a la frecuencia fundamental que pertenecen a distintas secuencias son independientes entre sí, en particular para las máquinas sincrónicas se puede inmediatamente demostrar la independencia de las corrientes.-

En un circuito de inducido que alimenta una carga simétrica, las tensiones del inducido son simétricas y las corrientes equilibradas. La corriente de inducido a su vez genera un flujo de reacción resultante, que gira en sincronismo con el rotor, el flujo de reacción se compone con el flujo del inductor y las tensiones y las corrientes que resultan aplicadas a la carga son magnitudes de una sola secuencia.-

Si al circuito de inducido de una máquina se aplican tensiones de secuencia negativa, las corrientes de inducido generan un flujo rotante en sentido opuesto al del rotor. Este flujo concatenándose con el circuito del inductor, genera en él corrientes de frecuencia doble de la fundamental. El campo alternado de estas corrientes puede a su vez ser examinado como compuesto por dos campos rotantes con velocidad doble de la del rotor: uno gira en el sentido del rotor y el otro en sentido opuesto. El primer campo genera en el inducido corrientes de secuencia positiva pero de tercera armónica; el segundo campo genera corrientes de frecuencia fundamental pero perteneciente a la secuencia negativa.

Haciendo circular en el circuito de inducido de una máquina corrientes de secuencia cero (estando los ejes de los arrollamientos de las tres fases de inducido desfasados en 120° eléctricos) el flujo resultante tiene valor nulo y por lo tanto las corrientes de secuencia cero causan solo caídas de tensión a la misma secuencia.-

1.1.2* - Teoría de las dos reacciones.*

Las corrientes equilibradas de las tres fases de inducido de una máquina sincrónica pueden ser descompuestas según dos direcciones desfasadas entre sí de 90° eléctricos ($\pi/2$ radianes): una coincidente con el eje directo o de los polos, la otra con el eje en cuadratura o eje de la zona interpolar.-

De este modo se obtienen dos sistemas de corrientes trifásicas que se pueden examinar separadamente porque a ellas puede ser aplicado instante por instante el principio de superposición de los efectos.-

La corriente directa de una fase llega a ser máxima en los instantes en los cuales el eje magnético del arrollamiento coincide con el eje de los polos, mientras la corriente en cuadratura llega a ser máxima en los instantes en los cuales el eje magnético coincide con el eje de la zona interpolar.-

Los sistemas mencionados producen dos campos de reacción que giran a la velocidad sincrónica y son por lo tanto estacionarios

.///.

.///.

respecto al rotor. El campo directo de inducido magnetiza o desmagnetiza el rotor según el eje de los polos.

1.1.3* - Principio de conservación del flujo concatenado con los circuitos cerrados.*

A la conservación del flujo se oponen los efectos de disipación de energía asociados a la circulación de las corrientes inducidas en los circuitos cerrados que concatenan el flujo porque cada circuito tiene una resistencia propia. En una máquina sincrónica que funciona en cortocircuito existen por lo menos dos circuitos cerrados: el circuito inductor y el circuito de la fase de inducido que está cortocircuitada.-

Se indica con i_a un valor instantáneo de la corriente de una fase de inducido, con R_a y L_a respectivamente la resistencia y la autoinductancia de este circuito, con i_{ecc} la corriente en el circuito inductor y con M la inducción mutua entre los dos circuitos cerrados. Instante por instante, para el circuito de la fase de inducido subsiste la relación:

$$R_a i_a + \frac{d}{dt} (L_a i_a + M i_{ecc}) = 0$$

Despreciando la resistencia R_a , se obtiene:

$$\frac{d}{dt} (L_a i_a + M i_{ecc}) = 0$$

La relación permite afirmar que en ausencia de fenómenos disipativos, el flujo concatenado con un circuito cerrado tiende a permanecer de valor constante. En la práctica, cuando un circuito está constituido por varias espiras, puede variar el flujo que se concatena con cada una de las espiras pero no el flujo total, este varía solamente haciendo variar la reluctancia del circuito que lo concatena, o superponiéndole el flujo de otro circuito. De todos modos las variaciones del flujo total pueden producirse solo gradualmente en el tiempo.-

1.2 - FALLA TRIFASICA EN BORNES DE UNA MAQUINA SINCRONICA FUNCIONANDO EN VACIO.-

1.2.1. - Generalidades.

En el funcionamiento en vacío de una máquina sincrónica la fuerza magneto-motriz de excitación genera un flujo, del cual parte se concatena con el circuito de inducido (flujo útil) y parte sigue líneas que se cierran concatenándose sola-

.///.

.///.

mente con el circuito del inductor (flujo disperso). El flujo útil y el flujo disperso, despreciando la saturación, son en régimen directamente proporcionales a la fuerza magneto-motriz de excitación y la tensión interna coincide con la tensión en bornes.-

Poniendo en cortocircuito las fases de inducido, por ellas circula un sistema de corrientes equilibradas. Es intuitivo, y se puede demostrar, que las corrientes de las fases del inducido dependen de magnitudes y de parámetros a la secuencia positiva que corresponden solo al eje directo o de los polos. En efecto los flujos en el entrehierro, generados por la fuerza magneto-motriz de excitación, están dispuestos simétricamente al eje directo y las corrientes que circulan en el inducido (a causa del cortocircuito) son corrientes inductivas cuyo campo de reacción rotante a la velocidad sincrónica es longitudinal, opuesto al campo inductor.-

En los primeros instantes que siguen el establecimiento de un cortocircuito, los flujos que se concatenan con los circuitos cerrados del rotor tienden a conservarse invariables: esto implica un aumento de la fuerza magneto-motriz generada por ellos. En efecto se inducen tensiones y por lo tanto corrientes en las espiras de amortiguamiento como también en los circuitos similares que se forman en el hierro no suficientemente laminado del rotor y de otras estructuras rotóricas y en el circuito de excitación. Las corrientes inducidas en los circuitos rotóricos se atenúan exponencialmente en el tiempo hasta anularse; cada corriente según una propia constante de tiempo.-

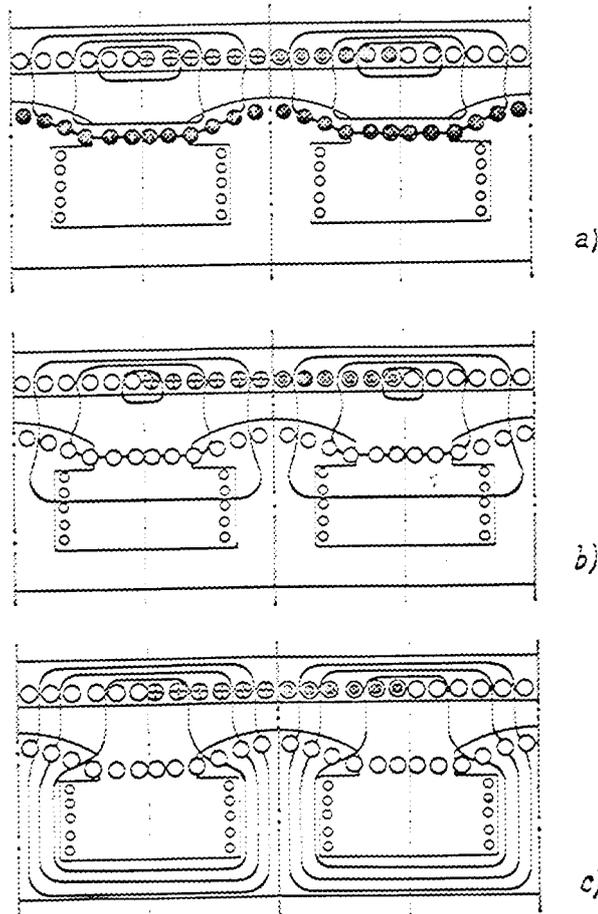


Fig. 1

.///.

Para estudiar el comportamiento de los flujos mientras subsisten en la máquina los fenómenos descriptos se puede recurrir al criterio de superposición de los efectos. La configuración de los flujos existentes antes del funcionamiento en cortocircuito puede ser considerada conjuntamente con la configuración de los flujos rotantes en sincronismo con el rotor y pulsantes respecto al eje directo, que serían causados por un funcionamiento ficticio.-

Este funcionamiento resulta de la brusca aplicación, en el punto de falla en lugar del cortocircuito, de una terna de tensiones simétricas igual y contraria a aquella existente en ese punto, mientras el circuito inductor es desexcitado y cerrado sobre sí mismo.-

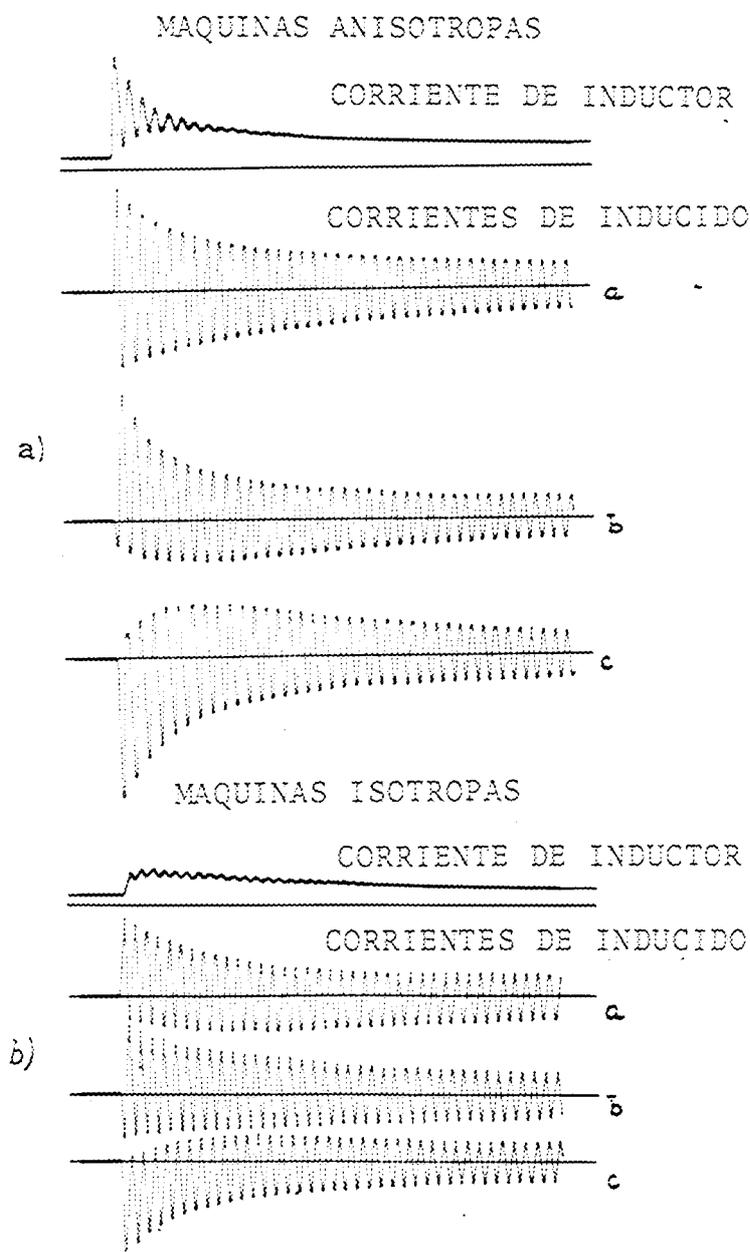


Fig. 2

El flujo de las corrientes en el inducido actúa inicialmente como si siguiera líneas cerradas, que no afectan el hierro del rotor y no se concatenan con los circuitos eléctricos rotoricos (fig. 1a)

Este flujo, después de un breve lapso penetra en el hierro rotórico siguiendo líneas que establecen concatenamientos con el circuito de excitación (fig. 1b) y después de un período relativamente largo se alcanza la configuración representada en la fig. 1c. En concomitancia con esta condición las corrientes inducidas en los circuitos rotóricos se extinguen, la corriente de excitación vuelve al valor del funcionamiento precedente al establecimiento de la falla. Las corrientes de las fases del inducido alcanzan un valor sostenido.-

En las figuras 2 se muestran los registros experimentales de las corrientes de las fases del inducido y la corriente de excitación mientras dura la falla trifásica en los terminales de una máquina sincrónica, isótropa o de una máquina sincrónica anisótropa. Las representaciones gráficas de estas corrientes constituyen una base experimental para examinar cualitativa y cuantitativamente los fenómenos descriptos sumariamente en este paragrafo.-

1.2.2 - Corriente de cortocircuito en una fase de inducido y corriente de inductor.-

Con referencia a las figuras 2a y 2b (ambas correspondientes a máquinas sincrónicas con espiras de amortiguamiento) la corriente de cortocircuito (corriente en una fase de inducido) y la corriente del circuito inductor pueden descomponerse en magnitudes alternas y unidireccionales.-

En el instante inicial la corriente de cortocircuito presenta una componente alterna o simétrica de valor igual y contrario a la componente unidireccional: análoga relación se cumple para la corriente de excitación, entre el incremento que experimenta la componente unidireccional y el valor inicial de la componente alterna.-

A la corriente unidireccional de cortocircuito corresponde la corriente alterna de excitación. Ambas tienen amplitud variable en el tiempo y se atenúan con ley exponencial según una única constante de tiempo del orden de los décimos de segundo.-

A la corriente alterna o simétrica de cortocircuito corresponde la corriente unidireccional de excitación. Las dos corrientes pueden descomponerse en una de amplitud variable y una de amplitud constante.

Las corrientes variables pueden a su vez descomponerse en dos componentes exponenciales con distinta duración e indicadas de la siguiente manera:

- las componentes transitorias que se atenúan exponencialmente con una constante de tiempo del orden de los segundos;
- las componentes subtransitorias que se amortiguan en pocos ciclos

.///.

exponencialmente con una constante de tiempo del orden de las centésimas de segundo.

Las corrientes permanentes tienen amplitud constante: la del circuito de inducido es igual a la corriente de cortocircuito permanente; la del circuito inductor es igual a la corriente de excitación, existente en el momento en el cual se produjo la falla.-

Los fenómenos transitorios son sostenidos por las corrientes inducidas en el circuito de excitación, mientras los fenómenos subtransitorios son sostenidos por las corrientes inducidas en las espiras de amortiguamiento y por las corrientes parásitas, que se presentan en el hierro del rotor y de las estructuras rotóricas.-

Las corrientes inducidas en los circuitos auxiliares rotóricos a su vez resultan constituidas en la siguiente forma:

- por una corriente alterna generada por el flujo de las corrientes unidireccionales en las tres fases de inducido, porque este flujo es fijo respecto al estator y corta los circuitos rotóricos que giran;
- por una corriente unidireccional generada por la variación del flujo de la corriente alterna en las tres fases de inducido, porque este flujo gira en sincronismo con los circuitos rotóricos.-

Cuando las máquinas sincrónicas sin espiras de amortiguamiento o circuitos similares funcionan en cortocircuito a causa de fallas trifásicas en sus bornes, los circuitos de las fases de inducido y el circuito inductor quedan afectados por corrientes cuyo comportamiento es diferente del que se ha considerado en este paragrafo.

La corriente alterna o simétrica de cortocircuito y la corriente unidireccional de inductor no presentan componentes subtransitorias.

En realidad el funcionamiento en cortocircuito de las máquinas sincrónicas puede también ser más complejo de como ha sido esquematizado: por ejemplo la corriente de cortocircuito de las máquinas anisótropas sin espiras de amortiguamiento puede incluir una corriente alterna armónica de segundo orden y de intensidad no siempre despreciable.-

1.2.3 - Determinación de las componentes de la corriente de cortocircuito de los oscilogramas.-

En la fig.3 se reproduce un oscilograma de la corriente de cortocircuito en una fase inmediatamente después de una falla trifásica en bornes de una máquina sincrónica.-

Para obtener de este oscilograma las componentes de la corriente de cortocircuito, que han sido examinadas en el paragrafo 1.2.2, se aconseja el siguiente procedimiento (indicado por A.I.E.E. Test Code for Synchronous machines).

Se expresan los máximos de la corriente en valor relativo, referidos al valor máximo de la corriente nominal y se numeran progresi-

.///.

.///.

vamente los valores máximos positivos y negativos de la onda, por lo cual los máximos positivos son todos impares y los máximos negativos todos pares, o viceversa.-

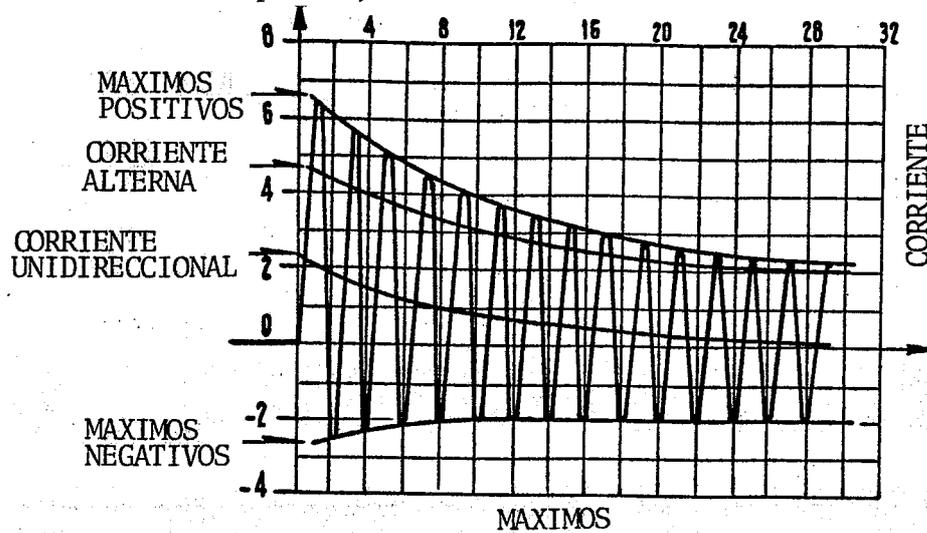


Fig. 3

Se traza un diagrama de la envolvente de la corriente de cortocircuito disponiendo en abscisas los sucesivos instantes correspondientes a los valores máximos, colocando el primer máximo en correspondencia de la abscisa 1, el segundo en correspondencia de la abscisa 2 y así sucesivamente, uniendo con una línea todos los máximos positivos y con otra todos los máximos negativos.-

La correspondiente curva media representa la corriente unidireccional. De la curva envolvente, de signo igual a la corriente unidireccional, se resta esta y se obtiene la envolvente de la corriente alterna o simétrica. La curva envolvente de la corriente alterna se reproduce con la ordenada en escala logarítmica en un nuevo diagrama sobre el cual se presenta también una segunda curva (curva B en fig. 4) obtenida restando de la primera el valor máximo de la corriente permanente de cortocircuito.-

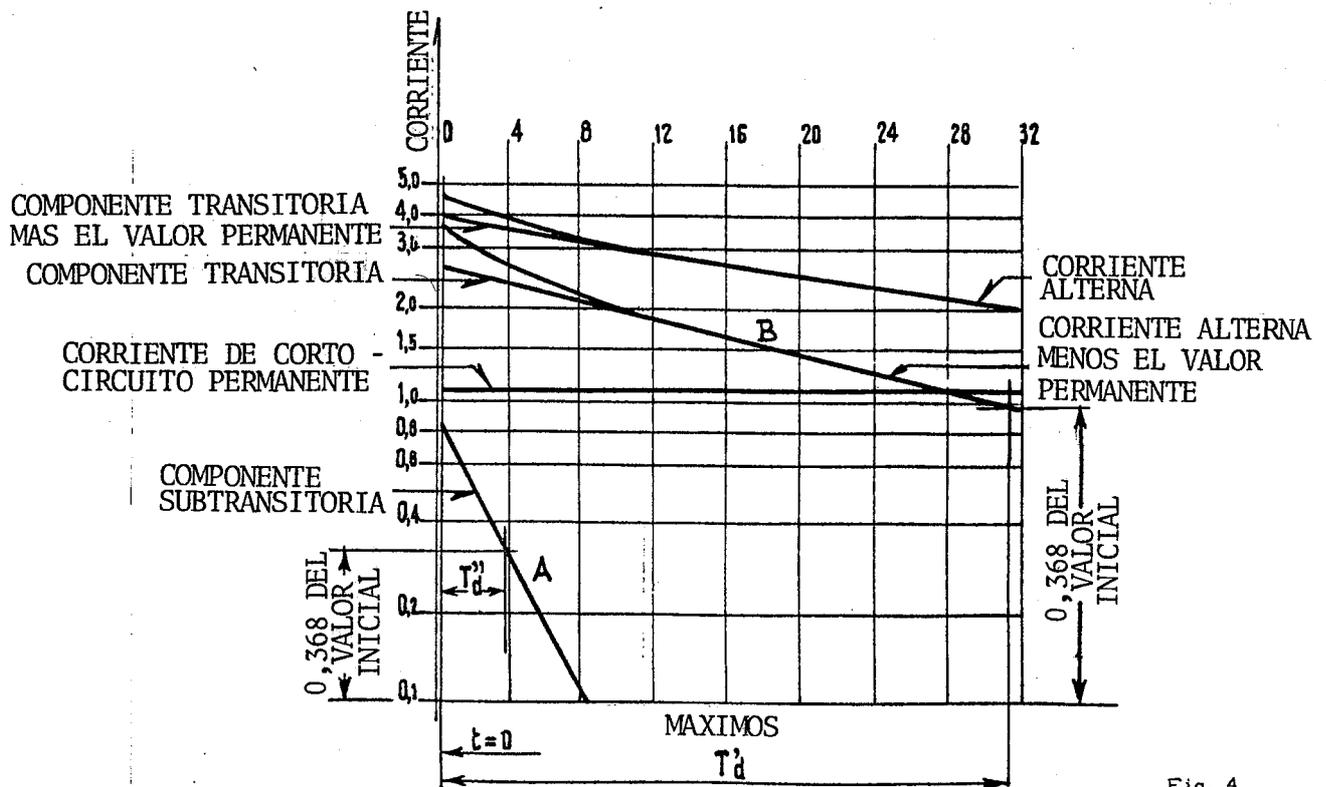


Fig. 4

.///.

Puesto que el primer máximo ha sido llevado en correspondencia con la abscisa 1, el instante de aplicación del cortocircuito no coincide generalmente con la abscisa cero, pero con una abscisa que puede ser fácilmente determinada con el oscilograma y que será por lo tanto la abscisa correspondiente al tiempo cero.-

La extrapolación de la curva de corriente representada en el diagrama debería ser por lo tanto extendida hasta la vertical que pasa por tal abscisa.-

La curva B resulta compuesta por una recta, que se une asintóticamente a una curva en correspondencia de los primeros períodos.-

El análisis debe ser suficientemente extendido de modo de determinar sin dudas la parte rectilínea, que debe ser después prolongada hasta el tiempo cero.-

Esta recta representa la componente transitoria.-

Las diferencias entre las ordenadas de la curva B y de la recta de la componente transitoria, también representadas en escala logarítmica, determinan una recta (A en fig. 4) que representa la componente subtransitoria.-

Obviamente el oscilograma examinado está relacionado con una máquina sincrónica, en la cual existen o se forman en el hierro del rotor circuitos eléctricos cerrados. Si se tratara de una máquina sin espiras de amortiguamiento o circuitos similares rotoricos, la curva B sería una recta.

1.2.4 - Componente permanente de cortocircuito.

Esta es la única componente a la cual se reduce la corriente simétrica en las fases de inducido de la fig. 4 cuando se extinguen los fenómenos transitorios.-

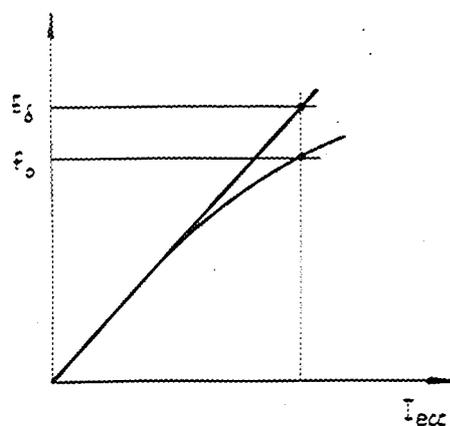


Fig. 5

Su valor eficaz I_g se puede determinar por intermedio de la característica de cortocircuito en función de la fuerza magneto-motriz de excitación de funcionamiento en vacío que precede el cortocircuito.-

.///.

A esta fuerza magneto-motriz corresponde sobre la extrapolación del tramo rectilíneo de la característica de funcionamiento en vacío, una tensión interna E_{δ} (fig. 5) cuyo valor puede resultar superior al de la tensión en bornes E_0 .-

El parámetro que se obtiene refiriendo el valor eficaz de la componente permanente I_d a la tensión interna E_{δ} es una impedancia funcional. Su valor es esencialmente inductivo, puesto que la resistencia del circuito de una fase del inducido es generalmente despreciable y coincide con el de una reactancia que se denomina reactancia sincrónica no saturada directa:

$$[1] \quad X_d = \frac{E_{\delta}}{I_d}$$

- Reactancias sincrónicas.

Los efectos de los flujos dispersos del circuito de inducido y del flujo producido por la fuerza magneto-motriz de reacción de armadura sobre la fuerza eletro-motriz de las máquinas sincrónicas puede estudiarse en función de reactancias normalmente denominadas sincrónicas. Estas reactancias comprenden las reactancias de dispersión y las de reacción.-

La reactancia sincrónica longitudinal o directa.

$$X_d = X_{ld} + X_{ad}$$

es aquella que una máquina sincrónica presenta respecto a una terna de tensiones de secuencia positiva, en régimen permanente, a la frecuencia nominal, en el caso en que el flujo debido a dicha terna de tensiones recorra el inductor según el eje directo o polar, es decir cuando la distribución del flujo es simétrica respecto del eje directo.-

Dicha reactancia corresponde al flujo producido por la corriente de inducido actuando ella sola, es decir con la máquina desexcitada, en las condiciones antes especificadas; y su valor depende del grado de saturación de la máquina. Convencionalmente se considera solamente el valor en ausencia de saturación.-

La reactancia sincrónica transversal o en cuadratura

$$X_q = X_{lq} + X_{aq}$$

.///.

.///.

es aquella que una máquina sincrónica presenta respecto a una terna de tensiones a la secuencia positiva, en régimen permanente, a frecuencia nominal, en el caso en que el flujo debido a dicha terna de tensiones recorra el inductor según el eje en cuadratura o el eje interpolar, es decir cuando la distribución del flujo es simétrica respecto al eje en cuadratura.-

También para esta reactancia valen las observaciones y las aclaraciones hechas para la directa.-

El valor de la reactancia sincrónica en cuadratura de las máquinas isótropas es igual a la reactancia sincrónica directa.-

$$X_q = X_d$$

Para las máquinas anisótropas las reactancias sincrónicas según las dos direcciones son distintas y generalmente

$$X_q < X_d \quad X_q/X_d = 0,5 \div 0,65.$$

NOTA I - Determinación de la característica de cortocircuito para un cortocircuito permanente.-

Esta condición de funcionamiento se puede lograr realizando un cortocircuito trifásico en los terminales de una máquina sincrónica y excitando progresivamente la máquina después de haberla puesto en rotación y llevado a su velocidad nominal.-

Los valores de las corrientes, que circulan en el inducido y los correspondientes valores de las fuerzas magneto-motrices o de las corrientes de inductor llevados en un diagrama, definen la característica de cortocircuito de la máquina. La forma de esta característica es análoga a la característica de funcionamiento en vacío como indica la fig. 6. La fuerza magneto-motriz correspondiente al punto en que la característica de cortocircuito se separa de la traza rectilínea inicial tiene un valor superior a aquel que corresponde a la fuerza magneto-motriz correspondiente a la curvatura de la característica de funcionamiento en vacío.-

Con referencia a la fig. 6, la corriente de cortocircuito a-b se obtiene excitando la máquina con la fuerza magneto-motriz o-a a la cual en el funcionamiento en vacío corresponde la tensión a-c. En el funcionamiento en cortocircuito, esta tensión es igual y contraria a la caída de tensión en la impedancia interna de la máquina, que normalmente se puede considerar comparable en valor a la caída de tensión en la reactancia sincrónica. Por lo tanto resulta:

$$X_d = \frac{ac}{ab}$$

.///.

Si se resta de la fuerza magneto-motriz de excitación ó-a la fuerza magneto-motriz de reacción de inducido d-a provocada por la corriente de cortocircuito a-b, se determinan sobre la característica de vacío, en correspondencia al valor de la fuerza magneto-motriz resultante ó-d, el valor que asume la caída de tensión en la reactancia de dispersión de manera que se puede considerar

$$X_l = \frac{df}{ab}$$

La reactancia de dispersión es de valor siempre inferior al de la reactancia sincrónica cualquiera sea el valor de la corriente de excitación y en consecuencia de la corriente de cortocircuito permanente. Pero aumentando la fuerza magneto-motriz de excitación de manera que la respectiva corriente del inducido sea muy superior a aquella que corresponde a la zona curva de la característica de cortocircuito, por ejemplo llevando la excitación al valor o-r de la fig. 6, la corriente de cortocircuito resulta de valor igual a r-s y la correspondiente fuerza magneto-motriz de reacción de inducido asume el valor w-r mientras los valores de la tensión de vacío r-t y de la tensión interna u-z resultan poco distintos entre sí. De aquí surge que la relación r-t/r-s (que como se ha visto es igual al valor de la reactancia sincrónica) para la condición de excitación en exámen es poco diferente del valor de la relación u-z/r-s, que es en cambio igual a la reactancia de dispersión. En base a estas consideraciones se puede afirmar que el valor de la reactancia sincrónica depende del grado de saturación de la máquina, es decir del valor de la corriente de excitación y que, aumentando la corriente de excitación, el valor de la reactancia sincrónica disminuye, tendiendo al valor de la reactancia de dispersión.-

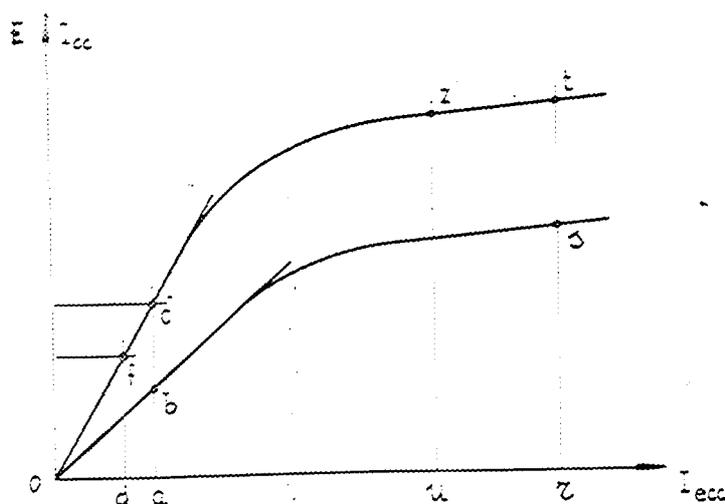


Fig. 6

.///.

.///.

1.2.5 - Componente transitoria de la corriente de cortocircuito.

La curva envolvente de la componente transitoria extrapolada hasta el instante inicial del cortocircuito es una función exponencial, en efecto, se ha mostrado que representada en escala semilogarítmica es una recta.-

Con referencia a las figs. 4 y 7, la expresión de esta componente resulta:

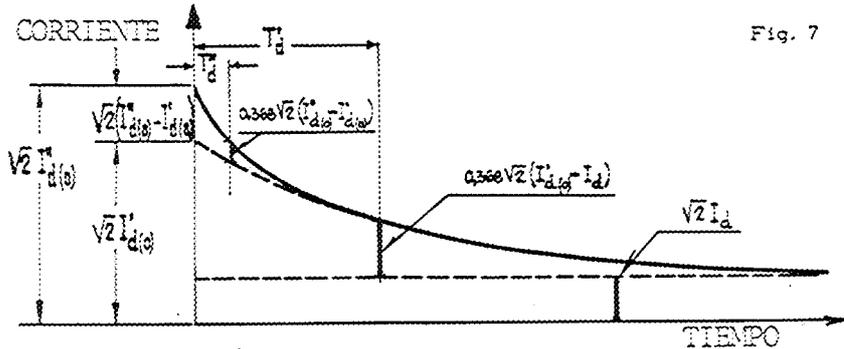


Fig. 7

$$[2] \quad \sqrt{2} (I'_{d(0)} - I_d) e^{-t/T'_d}$$

siendo:

$I'_{d(0)}$ = el valor inicial transitorio de la corriente alterna o simétrica;

I_d = el valor mantenido de la corriente alterna o simétrica;

T'_d = el tiempo en el cual la componente transitoria disminuye en un 63% (1/e) de su valor inicial ($I'_{d(0)} - I_d$)

Es sabido que en el instante en que se establece un cortocircuito en bornes de una máquina, las corrientes de cortocircuito en las fases de inducido tienden a hacer disminuir el flujo concatenado con el circuito inductor que, a su vez, como todo flujo concatenado con cualquier circuito cerrado, tiende inicialmente a mantenerse invariable.-

Los fenómenos subtransitorios que subsisten en las máquinas con espiras de amortiguamiento o circuitos similares rotóricos pueden ser examinados separadamente de los fenómenos transitorios porque a sus efectos sobre corrientes de cortocircuito y sobre corrientes del inductor, puede aplicarse el principio de superposición. Prescindiendo por lo tanto de los fenómenos subtransitorios, al efecto desmagnetizante de la reacción de inducido (reacción que depende de la parte del flujo de inducido que tiende a penetrar en el hierro del rotor concatenándose con el circuito inductor) se opone un aumento de la corriente de excitación. El consiguiente aumento de la fuerza magneto-motriz de inductor, es al principio suficiente para conservar el flujo total de inductor, pero produce un aumento del flujo disperso por esta razón el flujo de entrehierro asume un valor in-

.///.

inferior al que tenía antes de producirse el cortocircuito. La tensión interna proporcional al flujo de entrehierro resulta entonces de valor inferior al de la tensión que se tenía en los terminales de la máquina. En consecuencia la corriente de cortocircuito resulta de valor inferior al que alcanzaría si el flujo de entrehierro pudiese permanecer constante. Esta condición se produciría solamente si la dispersión del circuito inductor fuese nula .

El valor inicial transitorio $I'_d(0)$ de la corriente alterna o simétrica de cortocircuito puede ser obtenido de los oscilogramas de las corrientes del inducido como se ha indicado en el párrafo 1.2.4.-

El parámetro que se obtiene refiriendo el valor eficaz $I'_d(0)$ al de la tensión de funcionamiento en vacío E_0 es una impedancia funcional. El valor de esta impedancia es esencialmente inductivo, porque la resistencia de fase del inducido es despreciable, coincide con el de una reactancia, que se denomina transitoria directa y, por todo lo expuesto, es superior al de la reactancia de dispersión directa del inducido.-

- Reactancia transitoria directa.

La reactancia transitoria directa X'_d es aquella que una máquina sincrónica presenta cuando se aplica una terna de tensiones a la secuencia positiva, a frecuencia nominal.

Si se prescinde de las componentes subtransitorias de la corriente, cuando la distribución del flujo debido a dicha terna de tensiones es simétrica respecto del eje directo. Tal reactancia corresponde al flujo de dispersión total de los arrollamientos del inducido e inductor. El valor de la reactancia transitoria directa depende del grado de saturación de la máquina y es necesario por lo tanto especificar el valor de la tensión a que se ha hecho la determinación de dicha reactancia.-

Cuando para la tensión de funcionamiento E_0 la saturación puede ser despreciada, la reactancia transitoria en función de la reactancia de dispersión y de la reactancia de reacción de armadura, se evalúa con las siguientes relaciones:

$$[3-4] \quad X'_d = X_{ld} + \frac{X_{ad} \psi_{di}}{(1 + \psi_{di})} = X_d - \frac{X_{ad}}{1 + \psi_{di}}$$

siendo ψ_{di} la relación entre el flujo disperso y el flujo útil que existían en la máquina durante el funcionamiento en vacío (NOTA II).-

Estas dos relaciones obtienen como se indica en la NOTA III.-

NOTA II. - Flujo útil, flujo disperso, flujo total en los funcionamientos a régimen de las máquinas sincrónicas.-

Durante el funcionamiento en vacío de una máquina sincrónica el flujo en el entrehierro (flujo útil) se puede evaluar en función de la fuerza magneto-motriz de la característica de excitación. El flujo de dispersión en cambio se evalúa sobre la característica parcial, correspondiente al circuito magnético que sostiene dicho flujo, en función de la fuerza magneto-motriz necesaria para mantener el flujo útil en el circuito magnético que comprende el entrehierro y el inducido. El valor de la relación entre

./././.

los flujos de dispersión y útil, cambia al variar el flujo total. Cuando la saturación es despreciable, se pueden extrapolar los tramos rectilíneos de las características, y el flujo de dispersión resulta directamente proporcional al flujo útil. El factor de proporcionalidad se puede fácilmente deducir de las características mostradas en la fig. 8.-

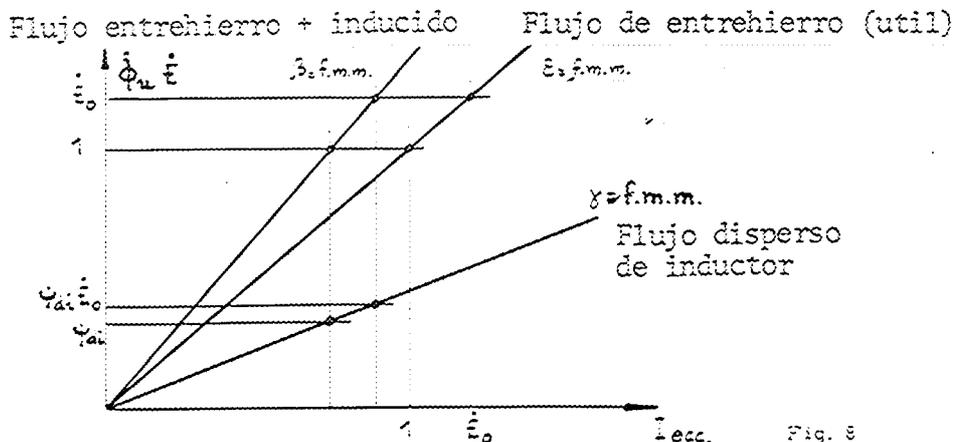


Fig. 8

Los flujos y las corrientes o fuerza magneto-motriz de excitación están expresados en valores relativos; son unitarios los valores a los cuales corresponde la tensión nominal el flujo útil es en valor relativo igual a la unidad, $\phi_u = 1$, el flujo de dispersión está expresado por el factor ψ_{di} , $\phi_{di} = \psi_{di}$ el flujo total resulta igual a: $\phi_0 = 1 + \psi_{di}$.

A cualquier otro valor de la tensión de funcionamiento en vacío E_0 que pertenezca al campo en el cual la saturación puede ser despreciada, los valores relativos de los flujos varían proporcionalmente al valor relativo de la tensión misma, como se muestra en la fig. 8. y precisamente:

$$\phi_u = \dot{E}_0, \phi_{di} = \psi_{di} \dot{E}_0, \phi = (1 + \psi_{di}) \dot{E}_0.$$

NOTA III.

En una máquina que alimenta una carga inductiva $(I_l, \varphi = \frac{\pi}{2})$ la fuerza electro-motriz de excitación o tensión interna se obtiene sumando las componentes según el eje directo de la tensión en bornes y de la caída de tensión en la reactancia sincrónica:

$$E_{c\delta} = U_d + X_d I_d$$

Los valores de la fuerza magneto-motriz de inductor y de la corriente de excitación son directamente proporcionales a los de la fuerza electro-motriz $E_{c\delta}$. Por analogía en el instante en que se establece un cortocircuito en bornes de una máquina sincrónica funcionando en vacío a la tensión E_0 , el valor de la fuerza electro-motriz de excitación o tensión interna se puede expresar con el de la caída de tensión en la reactancia sincrónica, porque en esta condición de funcionamiento es nulo el valor de la tensión en bornes. Si se prescinde de los fenómenos transitorios, la intensidad inicial de la corriente de cortocircuito es igual a:

./././.

.///.

$$I'_{d(0)} = \frac{E_0}{X'_d}$$

y la fuerza electro-motriz de excitación resulta igual a:

$$X_d I'_{d(0)} = E_0 \left(\frac{X_d}{X'_d} \right)$$

En valor relativo las fuerzas electro-motrices de excitación o tensiones internas, los flujos de entrehierro, las fuerzas magneto-motrices y las corrientes de excitación (considerando unitario el valor de todas estas magnitudes en el funcionamiento en vacío a la tensión nominal) se expresan todas con el mismo número.-

En el caso que se está estudiando, el valor relativo de estas magnitudes resulta igual:

$$\dot{X}_d I'_{d(0)} = \dot{E}_0 \left(\frac{\dot{X}_d}{\dot{X}'_d} \right)$$

y por lo tanto la intensidad de la corriente de excitación en el pasaje de funcionamiento en vacío al funcionamiento en cortocircuito, pasa, del valor E_0 al valor $E_0 (X_d/X'_d)$. El incremento de la corriente de excitación es igual en valor relativo a:

$$\Delta i_{ecc} = \dot{E}_0 \left(\frac{\dot{X}_d}{\dot{X}'_d} \right) - \dot{E}_0 = I'_{d(0)} (\dot{X}_d - \dot{X}'_d)$$

Se hace notar que la inductancia de un circuito es un parámetro definido por la relación entre el valor del flujo concatenado por el circuito y la corriente que circula en el mismo circuito. Por lo tanto, para que la intensidad de la corriente que circula en el circuito inductor pueda en un instante determinado aumentar, y simultáneamente el valor del flujo concatenado con el circuito inductor pueda permanecer constante, es necesario que la inductancia de este circuito disminuya en proporción, a causa de la variación sufrida en la condición de funcionamiento de la máquina misma.

Indicando con L_{ecc} el valor de la inductancia del circuito inductor en el funcionamiento en vacío y con L'_{ecc} el valor en cortocircuito, debe ser verificada la igualdad

.///.

.///.

$$L'_{ecc} \left(\frac{\dot{X}_d}{X'_d} \right) \dot{E}_0 = L_{ecc} \dot{E}_0$$

de la cual resulta:

$$L'_{ecc} = \left(\frac{\dot{X}'_d}{\dot{X}_d} \right) L_{ecc}$$

El flujo total concatenado con el circuito inductor antes de establecerse el cortocircuito, era igual en valor relativo a:

$$\dot{\phi} = \dot{E}_0 (1 + \psi_{di})$$

En el pasaje de funcionamiento en vacío al funcionamiento en cortocircuito, el flujo total permanece constante, el flujo disperso, proporcional a la corriente de excitación aumenta resultando igual a:

$$\dot{\phi}_{di} = \psi_{di} \left(\frac{\dot{X}_d}{\dot{X}'_d} \right) \dot{E}_0$$

en consecuencia el flujo útil debe disminuir de cuanto ha aumentado el flujo disperso y resulta:

$$\dot{\phi}_u = \dot{E}_0 - \left[\psi_{di} \left(\frac{\dot{X}_d}{\dot{X}'_d} \right) \dot{E}_0 - \psi_{di} \dot{E}_0 \right]$$

es decir:

$$\dot{\phi}_u = \dot{E}_0 \left[1 - \psi_{di} \left(\frac{\dot{X}_d}{\dot{X}'_d} - 1 \right) \right]$$

Esta última relación es válida también para el valor relativo que asume en el instante inicial del cortocircuito la tensión de entrehierro. Valor que se indicará a continuación con el símbolo $E_{(0+)}$. El valor inicial de la corriente alterna de cortocircuito se puede evaluar en función de la reactancia de dispersión, o bien de la reactancia transitoria directa según que se asuma como valor de la tensión interna el real $E_{(0+)}$, o bien el que tenía la tensión antes de establecerse la falla E_0 .

Las dos definiciones permiten escribir:

$$\frac{\dot{E}_{(0+)}}{\dot{X}_{ld}} = \frac{\dot{E}_0}{\dot{X}'_d}$$

.///.

sustituyendo en la igualdad el término $\dot{E}_{(0+)}$ por su expresión en función de E_0 se obtiene:

$$\frac{\dot{E}_0}{\dot{X}_{ld}} \left[1 - \psi_{di} \left(\frac{\dot{X}_d}{\dot{X}'_d} - 1 \right) \right] = \frac{\dot{E}_0}{\dot{X}'_d}$$

$$1 - \psi_{di} \left(\frac{\dot{X}_d}{\dot{X}'_d} - 1 \right) = \frac{\dot{X}_{ld}}{\dot{X}'_d}$$

y siendo $\dot{X}_d = \dot{X}_{ld} + \dot{X}_{ad}$

$$\dot{X}'_d - \psi_{di} (\dot{X}_{ld} + \dot{X}_{ad}) + \psi_{di} \dot{X}'_d = \dot{X}_{ld}$$

$$\dot{X}'_d (1 + \psi_{di}) = \psi_{di} (\dot{X}_{ld} + \dot{X}_{ad}) + \dot{X}_{ld}$$

$$\dot{X}'_d = \dot{X}_{ld} + \dot{X}_{ad} \frac{\psi_{di}}{1 + \psi_{di}}$$

o bien:

$$\dot{X}'_d = \dot{X}_d - \frac{\dot{X}_{ad}}{1 + \psi_{di}}$$

El valor de la reactancia transitoria directa por lo tanto es mayor que la reactancia de dispersión. Todas las consideraciones y las relaciones antes mencionadas valen para las máquinas sincrónicas con espiras de amortiguamiento o circuitos auxiliares rotóricos y obviamente también para las máquinas sincrónicas que no tienen circuitos rotóricos auxiliares eficientes.

1.2.6 - Componente subtransitoria de la corriente de cortocircuito.

La curva envolvente de la componente subtransitoria, extrapolada hasta el instante inicial del cortocircuito es una función exponencial, se ha mostrado que representada en escala semilogarítmica es en efecto una recta.-

Con referencia a las figs. 4 y 7 la expresión de esta componente resulta:

$$[5] \quad \sqrt{2} (I''_{d(0)} - I'_{d(0)}) e^{-t/T''_d}$$

.///.

.///.

siendo:

$I_d''(0)$ = el valor inicial subtransitorio de la corriente alterna o simétrica;

$I_d'(0)$ = el valor inicial transitorio de la corriente alterna o simétrica;

T_d'' = el tiempo en que la componente subtransitoria disminuye en un 63% ($1/e$) de su valor inicial ($I_d''(0) - I_d'(0)$)

La tensión interna de la máquina sincrónica con arrollamientos de amortiguación o circuitos rotóricos similares asume en el primer instante del cortocircuito un valor mayor de aquel al cual se ha hecho referencia en el paragrafo 1.2.5, despreciando los efectos de los circuitos auxiliares rotóricos.-

Fisicamente se justifica este fenómeno considerando que las espiras de amortiguamiento y los circuitos cerrados rotóricos existen o se forman en proximidad del entrehierro y el flujo disperso de estos circuitos es inferior al del circuito de excitación.-

La tensión interna proporcional al flujo de entrehierro, resulta siempre de valor inferior a la tensión interna preexistente al cortocircuito. La corriente de cortocircuito resulta de valor inferior al que asumiría si el flujo de entrehierro pudiera permanecer constante. El valor inicial subtransitorio $I_d''(0)$

de la corriente alterna o simétrica puede ser obtenido de los oscilogramas de las corrientes de inducido, como se ha indicado en el paragrafo 1.2.4.-

El parámetro que se obtiene refiriendo el valor eficaz $I_d''(0)$ al de la tensión de funcionamiento en vacío E_0 es una impedancia funcional. Su valor es esencialmente inductivo, porque la resistencia de fase de inducido es despreciable: coincide en efecto con el valor de la reactancia subtransitoria directa y, por lo expuesto, es inferior al valor de la reactancia transitoria directa pero superior a la de dispersión directa de inducido:

$$[6] \quad X_d'' = \frac{E_0}{I_d''(0)}$$

.///.

1.///.

- Reactancia subtransitoria directa.

La reactancia subtransitoria directa X'_d es aquella que una máquina sincrónica presenta cuando se aplica una terna de tensiones de secuencia positiva, a la frecuencia nominal; cuando la distribución del flujo debida a dicha terna de tensiones es simétrica respecto al eje directo. Dicha reactancia corresponde totalmente al flujo de dispersión del arrollamiento del inducido y al flujo del conjunto de todos los circuitos del rotor según el eje directo. Estos últimos comprenden, además, del arrollamiento inductor y el eventual arrollamiento amortiguador, todos los otros circuitos que son sede de corrientes inducidas, y que actúan simétricamente al eje directo.-

El valor de la reactancia subtransitoria directa difiere poco de la reactancia de dispersión depende del grado de saturación de la máquina y es necesario por lo tanto especificar el valor de la tensión inmediatamente antes del cortocircuito.-

1.2.7 - Constantes de tiempo de funcionamiento en vacío y en cortocircuito.-

La ley de variación de las tensiones de fase del inducido de una máquina sincrónica después de haber removido de sus terminales un cortocircuito trifásico mientras la máquina funciona a la velocidad nominal con el circuito inductor excitado, puede ser descompuesta en dos funciones exponenciales.

La componente que tiene el decremento más lento es denominada transitoria; la constante de tiempo correspondiente T'_{do} es denominada transitoria en vacío según el eje directo.

La componente que tiene el decremento más rápido, se extingue simultáneamente con las corrientes inducidas en las espiras de amortiguamiento y en los circuitos similares rotóricos al anularse la corriente en el circuito de inducido. La componente se denomina subtransitoria y la constante de tiempo T''_{do} a ella correspondiente, subtransitoria en vacío según el eje directo.-

Para las máquinas sin espiras de amortiguamiento y circuitos similares rotóricos la función de la tensión de fase del inducido presenta una sola componente exponencial: la transitoria,

La constante de tiempo transitoria en vacío de estas máquinas depende de los parámetros del circuito inductor, como si este fuese el único circuito existente en la máquina (ningún otro circuito es recorrido por corriente). Por lo tanto resulta:

$$[7] \quad T'_{do} = \frac{L_{ecc}}{R_{ecc}}$$

1.///.

.///.

En la nota III del paragrafo 1.2.5. se ha demostrado que pasando del funcionamiento en vacío al cortocircuito, el valor de la inductancia de excitación se reduce y resulta (X'_d/X_d) veces el valor

que le correspondía al funcionamiento en vacío. Por lo tanto la constante de tiempo T'_d , introducida en la relación (2), es directamente proporcional al valor asumido por la inductancia del circuito inductor en el instante en que se establece el cortocircuito, y resulta proporcional al valor de la constante de tiempo transitoria en vacío.-

$$[8] \quad T'_d = \left(\frac{X'_d}{X_d} \right) T'_{d0}$$

Las relaciones que se han obtenido para las máquinas sin espiras de amortiguamiento y sin circuitos similares rotóricos valen también para las máquinas en las cuales estos circuitos existen y son eficientes, siempre que sean referidas a la constante de tiempo de la componente simétrica transitoria respecto a la correspondiente constante de tiempo transitoria en vacío.-

La constante de tiempo T'_d así calculada, es aplicable cuando el cortocircuito se establece en los terminales de las máquinas. Los circuitos externos quedan excluidos y las resistencias de los circuitos de fase del inducido son de valor tan pequeño que no limitan sensiblemente el valor inicial transitorio de la corriente simétrica de cortocircuito. Esta última condición implica que la relación entre la reactancia sincrónica y la transitoria, sea igual a la relación entre el valor inicial transitorio de la corriente de cortocircuito simétrica y el valor que dicha corriente asumiría si no existiesen fenómenos transitorios:

$$[9] \quad \left(\frac{X'_d}{X_d} \right) = \left(\frac{I'_{d(0)}}{I_d} \right)$$

Estas consideraciones pueden ser extendidas a las componentes subtransitorias de las funciones según las cuales varían las magnitudes de inducido tanto en los funcionamientos en vacío, como en cortocircuito de las máquinas para las cuales los fenómenos subtransitorios no son despreciables.-

La constante de tiempo subtransitoria en vacío T''_{d0} , en estos casos depende de los valores asumidos por los parámetros de los circuitos auxiliares rotóricos simétricos al eje directo cuando interactúan con el circuito inductor. El valor de dicha constante de tiempo puede servir para determinar también la constante de tiempo T''_d

de la componente simétrica subtransitoria de la corriente de cortocircuito (5). Se llega a una relación formalmente correspondiente a la de la constante de tiempo transitoria (8). Y precisamente:

$$[10] \quad T''_d = \left(\frac{X''_d}{X'_d} \right) T''_{d0}$$

.///.

En efecto la relación (X'_d/X''_d) es igual a la existente entre el valor inicial de la componente simétrica de la corriente de cortocircuito y el que ésta corriente alcanzaría si no existiesen los fenómenos subtransitorios:

$$[11] \quad \left(\frac{X'_d}{X''_d} \right) = \left(\frac{I''_{d0}}{I'_{d0}} \right)$$

Los conductores de las espiras amortiguadoras tienen sección muy inferior a los conductores del arrollamiento inductor. Por lo tanto las constantes de tiempo subtransitorias en vacío y en cortocircuito resultan mucho menores de las correspondientes constantes transitorias.-

Los otros circuitos rotóricos, como aquellos que se forman en las expansiones polares de las máquinas anisótropas, en las partes metálicas no suficientemente laminadas, tienen constantes de tiempo aún mas pequeñas. Con referencia a las máquinas de construcción normal, la constante de tiempo subtransitoria en vacío es del orden de las centésimas de segundo, mientras que la transitoria en vacío directa es del orden del segundo.-

1.2.8 - Corrientes alternas o simétricas de las tres fases del inducido.-

Examinando las corrientes alternas o simétricas de las tres fases del inducido representadas en los oscilogramas de las figuras 2, se advierte que tienen valores eficaces iguales y valores instantáneos desfasados de 120° eléctricos una de otra. Los valores eficaces se obtienen de las componentes permanente, transitoria y subtransitoria y satisfacen la relación:

$$[12] \quad \begin{aligned} I &= (I''_{d(0)} - I'_{d(0)}) e^{-t/T''_d} + (I'_{d(0)} - I_d) e^{-t/T'_d} + I_d = \\ &= \left(\frac{E_c}{X''_d} - \frac{E_c}{X'_d} \right) e^{-t/T''_d} + \left(\frac{E_c}{X'_d} - \frac{E_\delta}{X_d} \right) e^{-t/T'_d} + \frac{E_\delta}{X_d} \end{aligned}$$

Los valores instantáneos, referidos a un instante genérico de inicio del funcionamiento en cortocircuito, se expresan en cambio con las relaciones:

$$[13a] \quad i_a = \sqrt{2}I \operatorname{sen}(\omega t + \psi - \varphi) = -\sqrt{2}I \cos(\omega t + \psi)$$

$$[13b] \quad i_b = \sqrt{2}I \operatorname{sen}\left(\omega t + \psi - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) = -\sqrt{2}I \cos\left(\omega t + \psi - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$[13c] \quad i_c = \sqrt{2}I \operatorname{sen}\left(\omega t + \psi - \varphi + \frac{2\pi}{3}\right) = -\sqrt{2}I \cos\left(\omega t + \psi + \frac{2\pi}{3}\right)$$

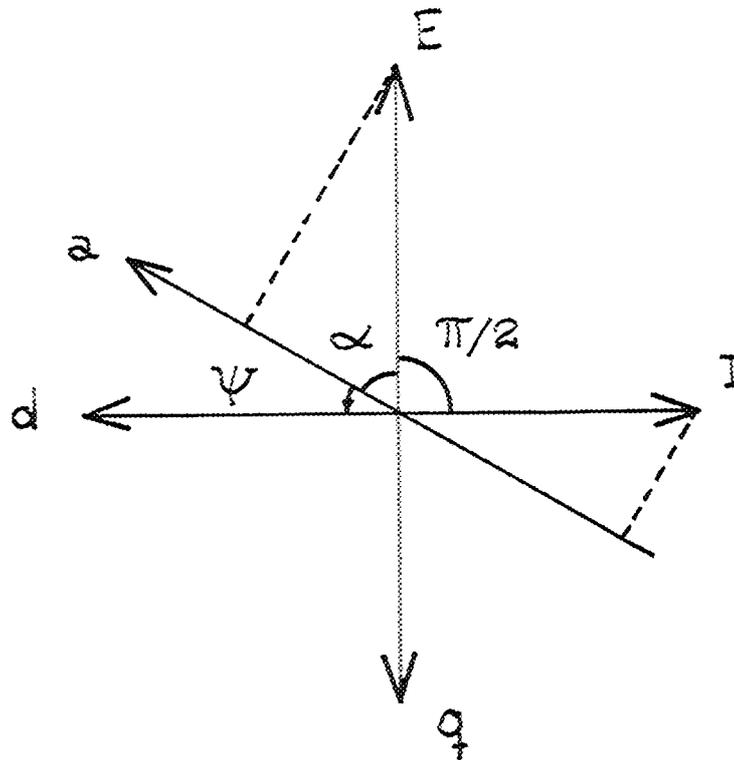
NOTA : las relaciones 13a, 13b, 13c, se aplican a casos en los cuales el cero de la tension (fase a) en base al cual se mide el angulo ψ esta comprendido entre valores crecientes de dicha funcion.
 Si se desplazara el origen de referencia de π radianes en retardo las relaciones indicadas tendrian signo contrario.

$$e(0) = \hat{E} \cos \alpha = E \text{ sen } \psi$$

$$e(t) = \hat{E} \text{ sen } (\omega t + \psi)$$

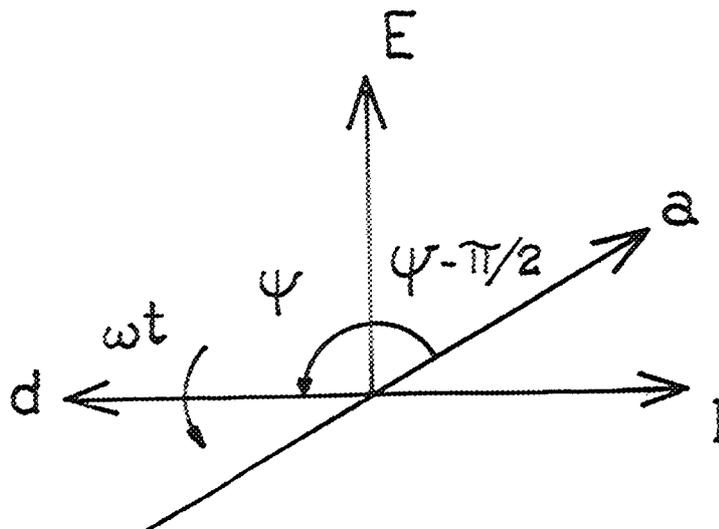
$$i(t) = \hat{I} \text{ sen } (\omega t + \psi - \pi/2)$$

$$= -\hat{I} \cos (\omega t + \psi)$$



$$e(t) = \hat{E} \cos (\omega t + \psi - \pi/2) = \hat{E} \text{ sen } (\omega t + \psi)$$

$$i(t) = \hat{I} \text{ sen } (\omega t + \psi - \varphi) = -\hat{I} \cos (\omega t + \psi)$$



página 21 de 60

.///.

A los símbolos introducidos en las relaciones (13a), (13b), (13c) se atribuyen los siguientes significados:

- I = valor eficaz de la corriente;
 i = valor instantáneo de la corriente;
 E_0 = valor eficaz de la tensión fase-neutro en los terminales de la máquina en el funcionamiento en vacío;
 E_δ = valor eficaz de la tensión fase-neutro que corresponde a la fuerza magneto-motriz de excitación sobre la extrapolación del tramo recto de la característica de vacío;
 t = instante genérico;
 $\omega = 2\pi f$ pulsación fundamental de la tensión en vacío;
 ψ = ángulo entre el instante en el cual la tensión asume el valor cero en la fase a, y el instante en que se establece el cortocircuito;
 φ = ángulo de fase de la corriente respecto de la tensión. Generalmente la resistencia del circuito de inducido es despreciable respecto a las reactancias directas; por lo tanto el ángulo φ puede ser considerado igual a 90° eléctricos.

Los módulos de los valores iniciales de las corrientes simétricas en las tres fases resultan:

$$[14a] \quad I_{a(0)} = \sqrt{2} \frac{E_0}{X_d''} \cos \psi$$

$$[14b] \quad I_{b(0)} = \sqrt{2} \frac{E_0}{X_d''} \cos \left(\psi - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$[14c] \quad I_{c(0)} = \sqrt{2} \frac{E_0}{X_d''} \cos \left(\psi + \frac{2\pi}{3} \right)$$

De las relaciones (14) se observa

para $\psi = \frac{\pi}{2}$ el cortocircuito se establece en el instante en que el eje magnético de una de las fases de inducido

.///.

.///.

coincide con el eje de la zona interpolar; la corriente simétrica en esta fase tiene valor inicial nulo;

para $\psi = 0$ el cortocircuito se establece en el instante en que el eje magnético de una de las fases de inducido coincide con el eje polar; la corriente simétrica en esta fase tiene valor inicial máximo;

para ψ cualquiera: las corrientes simétricas iniciales en dos de las tres fases tienen valores distintos de cero.

1.2.9 - Corrientes unidireccionales de las tres fases del inducido.

Los valores iniciales que asumen las corrientes alternas o simétricas en las tres fases del inducido dependen del instante en que se manifiesta el cortocircuito en los bornes de la máquina. Estas corrientes en por lo menos dos fases y mas generalmente en las tres asumen en el primer instante valores finitos distintos de cero.

Pero los circuitos de las tres fases son inductivos y las corrientes que circulan en ellas a causa del cortocircuito no pueden asumir instantaneamente valores distintos de cero. Por lo tanto en cada fase del circuito de inducido se superpone a la corriente alterna (cuyas componentes permanente, transitoria y subtransitoria han sido examinadas respectivamente en los paragrafos 1.2.4, 1.2.5, 1.2.6) una corriente unidireccional. Los valores iniciales de ambas corrientes deben ser iguales y de signo contrario. Los oscilogramas de la fig. 2 permiten controlar la existencia de las corrientes antes descriptas.-

Los modulos de los valores que las corrientes unidireccionales de las tres fases de inducido asumen en el instante inicial resultan:

$$[15a] \quad I_{dc(a)} = \sqrt{2} \frac{E_0}{X_d''} \cos \psi$$

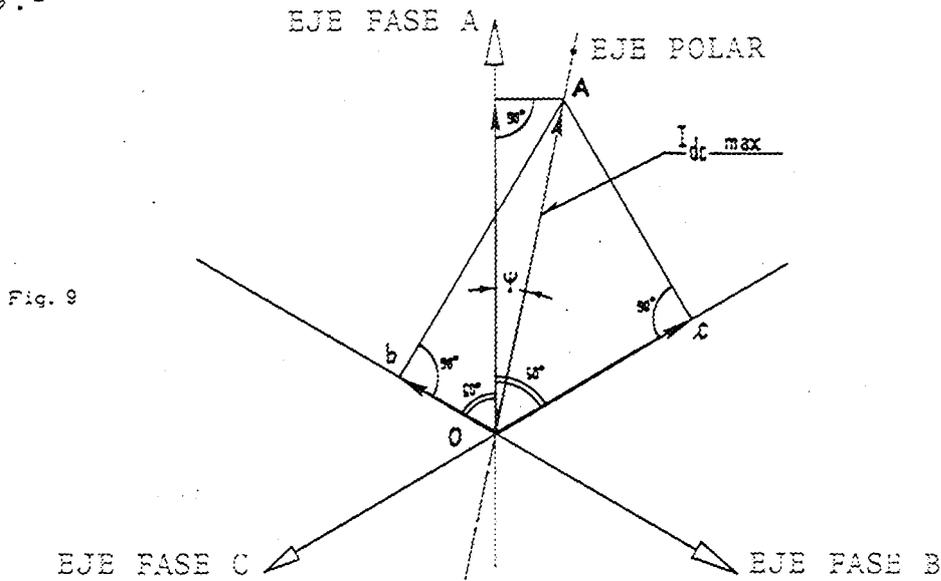
$$[15b] \quad I_{dc(b)} = \sqrt{2} \frac{E_0}{X_d''} \cos \left(\psi - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$[15c] \quad I_{dc(c)} = \sqrt{2} \frac{E_0}{X_d''} \cos \left(\psi + \frac{2\pi}{3} \right)$$

.///.

Si el cortocircuito se establece en bornes de la máquina cuando el eje magnético de una de las fases coincide con los ejes de los polos, la tensión de esa fase es de valor nulo y la corriente unidireccional es de valor máximo.-

Una vez que se han obtenido los tres valores iniciales de las corrientes unidireccionales con un registro oscilográfico, la determinación del ángulo ψ que define el instante de establecimiento del cortocircuito y el valor máximo que podría ser alcanzado por la corriente unidireccional en una de las tres fases puede ser realizado con la construcción indicada en fig. 9.-



Sobre tres semirectas c,a,b, cuyas direcciones están dispuestas a 60° una con respecto a otra y con un extremo común O, se llevan los tres segmentos de longitud proporcional a las corrientes unidireccionales teniendo cuidado de disponer el segmento más largo sobre la semirecta "a" comprendida entre las otras dos. Las perpendiculares llevadas a partir de los extremos de los tres segmentos se encuentran en un punto A, que unido con el punto común a las tres semirectas O individualiza la dirección del eje de los polos.-

El ángulo entre el eje polar y la semirecta "a" es igual al ángulo ψ mientras la longitud del segmento que se obtiene uniendo el punto A con el punto O, coincide con el valor máximo alcanzable por una de las corrientes unidireccionales.-

La construcción interpreta la dependencia que existe entre los valores de las tres corrientes unidireccionales. Cuando el eje magnético de la fase "a" coincide con el eje de los polos, la corriente unidireccional de la fase "a" es de valor máximo, mientras las corrientes unidireccionales de las otras dos fases son de valor igual a la mitad del máximo y de signo contrario.-

Las corrientes unidireccionales de las tres fases de inducido decrecen exponencialmente hasta anularse.-

La constante de tiempo de estas funciones es la propia del circuito de una fase de inducido T_a .-

Los valores instantaneos de las corrientes unidireccionales de las tres fases de inducido resultan:

.///.

$$[16a] \quad i_{dc(a)} = \sqrt{2} \frac{E_0}{X_d''} \cos \psi e^{-t/T_a}$$

$$[16b] \quad i_{dc(b)} = \sqrt{2} \frac{E_0}{X_d''} \cos \left(\psi - \frac{2\pi}{3} \right) e^{-t/T_a}$$

$$[16c] \quad i_{dc(c)} = \sqrt{2} \frac{E_0}{X_d''} \cos \left(\psi + \frac{2\pi}{3} \right) e^{-t/T_a}$$

1.2.10- Constante de tiempo del circuito de una fase del inducido.-

La constante de tiempo T_a de las corriente unidireccionales de las tres fases del inducido, causadas por un cortocircuito trifásico en los terminales de una máquina que funciona a su velocidad nominal, es el tiempo necesario para reducir los valores al $0,368=1-1/e$ de su valor inicial. Durante los funcionamientos en cortocircuito tomados en examen, la inductancia de una fase del circuito de inducido asume valores distintos según la posición del eje magnético de la fase respecto del eje polar.-

La reactancia a la secuencia negativa X_2 es igual a un valor medio. Su determinación requiere el exámen de los valores que la reactancia puede asumir en el instante de establecimiento del cortocircuito, si se hace variar la posición del eje magnético de la fase tomada en consideración respecto al eje de los polos.-

Entonces para el cálculo de la constante de tiempo T_a se debe recurrir a la inductancia $L_2 = X_2/2\pi f$ y a la resistencia del

circuito de una fase de inducido R_a . En consecuencia la constante de tiempo del circuito de una fase de inducido resulta:

$$[17] \quad T_a = \frac{X_2}{2\pi f R_a}$$

1.2.11 - Valores totales o asimétricos de las corrientes de cortocircuito de las tres fases de inducido.-

Componiendo para cada una de las tres fases del inducido las corrientes alternas o simétricas 1.2.8 con las corrientes unidireccionales 1.2.9 se obtienen los valores instantáneos de las corrientes totales (asimétricas) y precisamente:

$$[18a] \quad i_a = \sqrt{2} \cos \psi \frac{E_0}{X_d''} e^{-t/T_a}$$

$$- \sqrt{2} \cos(\omega t - \psi) \left[\left(\frac{E_0}{X_d''} - \frac{E_0}{X_d'} \right) e^{-t/T_d''} + \left(\frac{E_0}{X_d'} - \frac{E_\delta}{X_d} \right) e^{-t/T_d'} + \frac{E_\delta}{X_d} \right]$$

$$[18b] \quad i_b = \sqrt{2} \cos \left(\psi - \frac{2\pi}{3} \right) \frac{E_0}{X_d''} e^{-t/T_a}$$

$$- \sqrt{2} \cos \left(\omega t + \psi - \frac{2\pi}{3} \right) \left[\left(\frac{E_0}{X_d''} - \frac{E_0}{X_d'} \right) e^{-t/T_d''} + \left(\frac{E_0}{X_d'} - \frac{E_\delta}{X_d} \right) e^{-t/T_d'} + \frac{E_\delta}{X_d} \right]$$

$$i_c = \sqrt{2} \cos \left(\psi + \frac{2\pi}{3} \right) \frac{E_0}{X_d''} e^{-t/T_a}$$

[18c]

$$= \sqrt{2} \cos \left(\omega t + \psi + \frac{2\pi}{3} \right) \left[\left(\frac{E_0}{X_d''} - \frac{E_0}{X_d'} \right) e^{-t/T_d''} + \left(\frac{E_0}{X_d'} - \frac{E_\delta}{X_d} \right) e^{-t/T_d'} + \frac{E_\delta}{X_d} \right]$$

Debe recordarse que si se cambia la referencia de ψ cambiarán los signos, como se ha indicado en la última NOTA citada.

El valor eficaz de las corrientes totales (asimétricas) varía instante por instante y se determina con la relación:

$$I_{asim} = \sqrt{I^2 + I_{dc}^2}$$

[19]

donde:

I = valor eficaz de la corriente alterna de una fase del inducido en el instante en consideración;

I_{dc} = valor de la corriente unidireccional de una fase del inducido en el instante en consideración.-

1.3 - FALLA TRIFASICA EN UN PUNTO DE LA RED CONECTADA A UNA MAQUINA QUE FUNCIONA EN VACIO.

1.3.1. - Efectos de la impedancia de los circuitos externos a la máquina.-

La impedancia del circuito externo comprendida entre los terminales de una máquina sincrónica y el punto de falla, influye sobre los valores iniciales y sobre la evolución de las corrientes de cortocircuito. En el caso que sea lícito despreciar, como es en la práctica, el valor de la resistencia del circuito externo respecto de la reactancia, los efectos de esta se traducen solamente en un incremento de los valores de los parámetros del circuito de inducido.-

Las magnitudes de las cuales dependen los valores instantáneos de las corrientes alternas (simétricas) y de las corrientes unidireccionales resultan:

$$1) I_{d(0)}'' = \frac{E_0}{(X_d'' + X_{est})} \quad \text{valor eficaz inicial subtransitorio}$$

$$2) I_{d(0)}' = \frac{E_0}{(X_d' + X_{est})} \quad \text{valor eficaz inicial transitorio}$$

$$3) I_d = \frac{E_\delta}{(X_d + X_{est})} \quad \text{valor eficaz permanente}$$

$$4) T_d'' = T_{d(0)}'' \frac{(X_d'' + X_{est})}{(X_d' + X_{est})} \quad \text{constante de tiempo de la componente alterna subtransitoria.}$$

- 5) $T_d' = T_{d(0)}' \frac{(X_d' + X_{est})}{(X_d + X_{est})}$ constante de tiempo de la componente alterna transitoria.
- 6) $I_{dc(0)} = \sqrt{2} I_{d(0)}'$ valor inicial de la corriente unidireccional
- 7) $T_a = \frac{(X_2 + X_{est})}{2\pi f(R_a + R_{est})}$ constante de tiempo de la corriente unidireccional.-

En estas relaciones, como en las precedentes, se ha indicado con E_0 el valor eficaz de la tensión fase-neutro en los terminales de la máquina durante el funcionamiento en vacío antes de establecerse del cortocircuito y con E_g el valor de la tensión fase-neutro, que corresponde sobre la característica rectilínea de funcionamiento en vacío a la fuerza magneto-motriz de excitación.-

La constante de tiempo de la corriente unidireccional debe ser determinada tomando en consideración la reactancia y la resistencia del circuito externo. En los casos en que los valores de la resistencia del circuito externo a una máquina sean tales que limitan sensiblemente el valor inicial de la corriente alterna (como puede por ejemplo producirse cuando las fallas no son francas e introducen en el circuito externo resistencias de contacto y de arco) el método presentado en este paragrafo no es más aplicable. En el paragrafo 1.6 se ha presentado y discutido en detalle un método de cálculo correcto también para estos casos.-

1.4 - FALLA TRIFASICA EN LOS BORNES DE UNA MAQUINA FUNCIONANDO EN CARGA.

1.4.1 - Generalidades.

Cuando una máquina funciona en carga el flujo total de inductor y el flujo útil de entrehierro difieren entre si en amplitud y en fase, mientras que el flujo de reacción de inducido, que afecta al hierro rotórico, se concatena solo en parte con el circuito inductor.-

El flujo en el hierro rotórico con disposición simétrica respecto al eje directo o de los polos, es generado por la fuerza magneto-motriz de excitación y por la fuerza magneto-motriz de reacción de inducido longitudinal. El flujo de inductor y parte del flujo longitudinal de reacción se concatenan con el circuito inductor, con las eventuales espiras de amortiguamiento y con los circuitos similares rotóricos que actúan según el eje directo.-

El flujo en el hierro rotórico con disposición simétrica al eje en cuadratura es generado solo por la fuerza magneto-motriz de reacción de inducido transversal y concatena las espiras de amortiguamiento y los circuitos similares rotóricos que actúan según el eje en cuadratura y no concatena el circuito inductor.-

Por lo que se refiere a las espiras de amortiguamiento, es necesario tener presente que según el eje directo o de los polos actúan tantos circuitos auxiliares cuantos son los pares de barras amortiguadoras de un mismo polo, y según el eje en cuadratura o eje inter-polar actúan circuitos auxiliares constituidos por pares de barras de dos semipolos contiguos. El número de los circuitos auxiliares

.///.

que actúan según el eje directo, es igual por lo expuesto al número de circuitos auxiliares, que actúan según el eje en cuadratura.-

Cuando se establece un cortocircuito entre los terminales de una máquina que funciona en carga, la corriente de inducido experimenta variaciones en amplitud y en fase. Durante los primeros instantes el flujo en el hierro rotórico tiende a mantener el valor y la distribución que tenía antes de la falla. Esto porque a la variación de la fuerza magneto-motriz de reacción de inducido se oponen las corrientes inducidas en el circuito de excitación, en los arrollamientos amortiguadores y circuitos similares rotóricos.-

En cambio en la fase subtransitoria del fenómeno, al atenuarse las corrientes inducidas en circuitos cerrados que existen o se han formado a lo largo de la periferia se extingue el flujo simétrico al eje en cuadratura según las constantes de tiempo de los circuitos correspondientes y varía la parte de flujo simétrico al eje directo que no está concatenado con el circuito de excitación.-

En la fase transitoria del fenómeno con el atenuarse de las corrientes inducidas en el circuito de excitación, varía el flujo simétrico al eje directo que penetra en el hierro concatenándose con el circuito de excitación. La ley de variación depende de la constante de tiempo del circuito de excitación inherente al funcionamiento en cortocircuito.-

Para examinar los fenómenos que se suceden en la máquina durante dicho funcionamiento, se pueden descomponer las fuerzas magneto-motrices, los flujos y las corrientes del inducido según el eje directo y según el eje en cuadratura y analizar independientemente la variación en el tiempo de cada componente.-

Las componentes según el eje directo y el eje en cuadratura de las corrientes de inducido, serán estudiadas en particular en los parágrafos siguientes. Serán considerados los valores y las variaciones de las corrientes alternas o simétricas, separándolas de las corrientes unidireccionales, y se obtendrán los valores instantáneos de las corrientes totales a través de la composición de las corrientes totales correspondientes a cada uno de los dos ejes.-

Este método generalmente se denomina de las dos reacciones. Para aplicarlo es necesario definir los valores de las magnitudes y los parámetros funcionales de las máquinas según el eje directo o de los polos, y según el eje en cuadratura.

1.4.2 - Valores iniciales de las componentes según el eje directo de las tensiones internas y de las corrientes de cortocircuito simétricas.-

El flujo total de una máquina que funciona en carga, concatenado con el circuito inductor, puede ser estudiado examinando separadamente dos condiciones ficticias, una en vacío y la otra en cortocircuito, y aplicando después el principio de la superposición de los efectos.-

.////.

.///.

En el funcionamiento en vacío, la tensión en los terminales de la máquina debe tener el mismo valor que la componente según el eje directo de la tensión en carga.-

En el funcionamiento en cortocircuito, la corriente de inducido debe tener la misma intensidad que la componente según el eje directo de la corriente de carga.-

El flujo total concatenado con el circuito inductor, cuando una máquina funciona en vacío, varía con la tensión de inducido.- Si se desprecian los efectos de la saturación, el valor en régimen varía linealmente.-

Por lo tanto si se indica con:

- ϕ_0 el valor del flujo total concatenado con el circuito inductor, cuando la máquina funciona en vacío a la tensión nominal, E_n ;
- U_d el valor de la componente según el eje directo de la tensión en carga, U ;

el flujo total concatenado con el circuito inductor en el funcionamiento en vacío a la tensión U_d resulta igual a:

$$[1] \quad \phi_0 \frac{U_d}{E_n} = \phi_0 U_d$$

Cuando una máquina pasa del funcionamiento en vacío al funcionamiento cortocircuito, el flujo total concatenado con el circuito inductor no sufre variaciones. En efecto en el circuito inductor se induce una corriente unidireccional que se opone a la acción desmagnetizante que ejercen las componentes según el eje directo de las corrientes alternas de inducido. Los valores de éstas y de las corrientes del inductor son proporcionales entre sí y al flujo total preexistente al cortocircuito. En efecto en el instante en que se establece la falla, este flujo depende de las fuerzas magneto-motrices producidas por las corrientes en los circuitos de inducido y del inductor.-

Analizamos dos condiciones de funcionamiento en cortocircuito de una máquina sin espiras de amortiguamiento y sus circuitos similares rotóricos.

Supongamos que ambas sucedan al funcionamiento en vacío, pero con tensiones de valor diferente y una de estas tensiones sea igual a la nominal E_n .

Supongamos ahora que sean: $\phi_0, \phi_1(0), I'_{od}(0), I'_{1d}(0)$ los valores iniciales de los flujos concatenados con el circuito inductor y las corrientes alternas directas del inducido en las dos condiciones en examen. Entre los flujos y las corrientes que se corresponden subsiste la relación:

.///.

.///.

$$[2] \quad \frac{\phi_0}{I'_{0d}(0)} = \frac{\phi_1}{I'_{1d}(0)}$$

de la cual siendo $I'_{0d}(0) = E_n / X'_d$ se obtiene

$$[3] \quad \phi_1 = \phi_0 \frac{X'_d I'_{1d}(0)}{E_n}$$

La relación (3), que ha sido obtenida considerando flujos y corrientes correspondientes al instante en que se establece en los terminales de una máquina una falla trifásica, es aplicable a todos los funcionamientos en cortocircuito, con tal que la corriente en el circuito inductor sea de valor suficiente para compensar la fuerza magneto-motriz longitudinal de reacción de armadura.-

Las dos condiciones son satisfechas también en el funcionamiento ficticio en cortocircuito examinado en este párrafo. Por lo tanto si I'_{1d} es la componente directa de la corriente de inducido, el flujo concatenado con el circuito inductor debe ser igual a:

$$[4] \quad \phi_0 \frac{X'_d I'_{1d}}{E_n}$$

Sumando los valores de los flujos totales correspondientes al funcionamiento en vacío y en cortocircuito que se han estudiado, de las relaciones (1), (4) se obtiene la siguiente:

$$[5] \quad \phi = \phi_0 \frac{U_d}{E_n} + \phi_0 \frac{X'_d I'_{1d}}{E_n}$$

que sirve para evaluar el flujo total concatenado con el circuito inductor de una máquina, cuando entrega la corriente de intensidad I_1 a la tensión U .

La relación entre los flujos ϕ y ϕ_0 , por las consideraciones de las que se ha obtenido la relación (2), es también igual a la relación entre los dos valores iniciales de las corrientes alternas directas, que circularían en el inducido de la máquina, si antes del cortocircuito ella funcionase en carga o bien en vacío.

Por lo tanto se puede escribir la proporción:

$$[6] \quad \phi : \phi_0 = I'_{1d}(0) : \frac{E_n}{X'_d}$$

.///.

.///.

de la que se obtiene:

$$i'_{d(0)} = \frac{\phi}{\phi_0} \frac{E_n}{X'_d}$$

De la relación (5) la relación entre los flujos ϕ y ϕ_0 resulta igual a:

$$(7) \quad \frac{\phi}{\phi_0} = \frac{U_d + X'_d i'_{ld}}{E_n} = \dot{U}_d + \dot{X}'_d i'_{ld}$$

y por lo tanto resulta:

$$(8) \quad i'_{d(0)} = \frac{U_d + X'_d i'_{ld}}{X'_d} = \frac{\dot{U}_d + \dot{X}'_d i'_{ld}}{X'_d} I_n$$

La relación (7) permite considerar el valor relativo del flujo $\phi = \phi/\phi_0$ como una fuerza electromotriz interna, que normalmente es denominada: tensión interna transitoria directa

$$(9) \quad \dot{E}'_d = \dot{U}_d + \dot{X}'_d i'_{ld} = \dot{E}_{c\delta} - (\dot{X}_d - \dot{X}'_d) i'_{ld} = \dot{E}_{c\delta} - \frac{\dot{X}_{ad} i'_{ld}}{1 + \psi_{di}}$$

El valor inicial transitorio de la corriente alterna directa de inducido por lo tanto resulta:

$$(10) \quad i'_{d(0)} = \frac{\dot{E}'_d}{X'_d} I_n$$

Los análisis y las relaciones son válidas también para las máquinas con espiras de amortiguamiento o circuitos similares rotóricos, con tal que estén referidos a los valores iniciales transitorios de la corriente alterna directa de inducido y la correspondiente tensión interna.

En este tipo de máquinas el valor inicial de la corriente alterna directa de inducido es superior al valor transitorio y puede ser calculado siguiendo un procedimiento análogo al que se ha descrito en el presente paragrafo. Así los valores iniciales subtransitorios directos de la tensión interna y de la corriente alterna de inducido resultan expresados por relaciones formalmente correspondientes a aquellas que se han obtenido para los correspondientes valores transitorios. Y precisamente:

$$(11) \quad \dot{E}''_d = \dot{U}_d + \dot{X}''_d i''_{ld} = \dot{E}_{c\delta} - (\dot{X}_d - \dot{X}''_d) i''_{ld} = \dot{E}'_d - (\dot{X}'_d - \dot{X}''_d) i''_{ld}$$

$$(12) \quad i''_{d(0)} = \frac{\dot{E}''_d}{X''_d} \quad i'_{d(0)} = \frac{\dot{E}'_d - (\dot{X}'_d - \dot{X}''_d) i''_{ld}}{X'_d} I_n$$

.///.

.///.

NOTA IV

Con referencia a las relaciones (7) y (9), el flujo total concatenado con el circuito inductor en una máquina que alimenta la carga I_1 a la tensión U resulta igual a:

$$[13] \quad \phi = \phi_0(\dot{U}_d + \dot{X}'_d i_{ld}) = \phi_0[\dot{E}_{c\delta} - (\dot{X}_d - \dot{X}'_d) i_{ld}]$$

El primer término de la relación (13) corresponde al valor que asumiría el flujo total concatenado con el circuito inductor, si la máquina funcionara en vacío y fuese excitada con una corriente de intensidad igual a la de funcionamiento en carga.

El segundo término de la relación (13) corresponde al valor que asumiría el flujo total concatenado con el circuito inductor, si la máquina funcionara con el circuito de excitación en cortocircuito y el circuito de inducido fuera recorrido por la corriente de carga I_1 .

Cuando entre los terminales de una máquina que funciona en carga se establece un cortocircuito trifásico, la componente según el eje directo de la corriente alterna de inducido varía instantáneamente.-

Si se desprecian los fenómenos subtransitorios, esta variación es igual a:

$$\Delta i_d = i'_{d(0)} - i_{ld}$$

Esta a su vez causa una variación de la componente según el eje directo de la fuerza magneto-motriz y del flujo de reacción de inducido. En base a la relación (13) y a las consideraciones, hechas para asignarle un significado físico, el flujo de reacción de inducido, dispuesto simétricamente al eje directo y referido al inductor, pasa del valor

$$\begin{aligned} & \phi_0(\dot{X}_d - \dot{X}'_d) i_{ld} \\ \text{al valor:} & \phi_0(\dot{X}_d - \dot{X}'_d) i'_{d(0)} \end{aligned}$$

.///.

.///.

Esta variación tiende a modificar el flujo total concatenado con el circuito de inductor. En el instante inicial del cortocircuito, por el principio de conservación del flujo concatenado con un circuito cerrado, el flujo inductor aumenta en el mismo valor en que ha aumentado el flujo de reacción de armadura simétrica al eje directo. Por lo tanto el flujo total producido por la fuerza magneto-motriz del inductor resulta igual a:

$$[14] \quad \phi + \Delta\phi = \phi_0 [\dot{E}_{c\delta} + (\dot{X}_d - \dot{X}'_d)(i'_{d(0)} - i_{ld})]$$

Haciendo la relación entre el flujo total $\phi + \Delta\phi$ y el flujo ϕ_0 se obtiene el valor relativo de una fuerza electro-motriz y precisamente de una tensión interna sincrónica directa:

$$[15] \quad \frac{\phi + \Delta\phi}{\phi_0} = \dot{E}_{c\delta} + (\dot{X}_d - \dot{X}'_d)(i'_{d(0)} - i_{ld})$$

Los valores de las tensiones internas sincrónicas y la intensidad de las corrientes alternas de inducido son proporcionales entre sí en el funcionamiento en cortocircuito. El parámetro funcional para las magnitudes según el eje directo es la reactancia sincrónica directa. Por lo tanto se puede escribir la igualdad:

$$[16] \quad \dot{X}_d i'_{d(0)} = \dot{E}_{c\delta} + (\dot{X}_d - \dot{X}'_d)(i'_{d(0)} - i_{ld})$$

Despejando $i'_{d(0)}$ se logran expresiones iguales a las relaciones (8) y (10), que han sido halladas en base a otras consideraciones físicas y precisamente resulta:

$$i'_{d(0)} = \frac{\dot{E}_{c\delta} - (\dot{X}_d - \dot{X}'_d)i_{ld}}{\dot{X}'_d} = \frac{\dot{U}_d + \dot{X}'_d i_{ld}}{\dot{X}'_d}$$

1.4.3 - Valores iniciales según el eje en cuadratura de las tensiones internas y de las corrientes de cortocircuito simétricas.-

En las máquinas sincrónicas de construcción normal no existen arrollamientos inductores dispuestos simétricamente a los ejes interpolares.-

Cuando en el funcionamiento en carga, se ha alcanzado el régimen la componente de la tensión en bornes según el eje en cuadratura depende solamente del flujo de la corriente de inducido:

.///.

.///.

[17]

$$U_q = X_q I_{lq}$$

El parámetro X_q es la reactancia sincrónica en cuadratura.-

- Reactancia sincrónica en cuadratura es aquella que una máquina sincrónica presenta respecto de una terna de tensiones de secuencia positiva, en régimen permanente, a frecuencia nominal, en el caso en que la distribución del flujo debida a dicha terna de tensiones sea simétrica respecto del eje en cuadratura. Dicha reactancia corresponde al flujo de la corriente de inducido que actúa sola, o sea a máquina desexcitada, y en las condiciones anteriormente especificadas.-

El valor de esta reactancia depende en realidad del grado de saturación de la máquina, pero se considera convencionalmente y es de interés práctico solo el valor en ausencia de saturación.-

Cuando en las máquinas con espiras de amortiguamiento o circuitos similares rotóricos se establece entre los terminales de inducido una falla trifásica, la componente según el eje en cuadratura de la corriente alterna de inducido sufre una variación. Por el contrario el flujo distribuido simétricamente al eje en cuadratura no puede variar, ya que en los circuitos cerrados del rotor se inducen corrientes que tienden a oponerse a la variación del flujo por ellos concatenados.-

Si se aplica al inducido de una de estas máquinas una terna de tensiones a la secuencia positiva y a la frecuencia nominal (cuando la distribución del flujo debido a dicha terna de tensiones es simétrica respecto del eje en cuadratura) la reactancia presentada inicialmente es de valor distinto a la reactancia sincrónica en cuadratura, siendo este último el valor alcanzado a régimen.-

- Reactancia subtransitoria en cuadratura es aquella que una máquina sincrónica presenta en el caso en que se aplica una terna de tensiones a la secuencia positiva y a frecuencia nominal, cuando la distribución del flujo debido a dicha terna de tensiones es simétrica respecto del eje en cuadratura. Dicha reactancia corresponde globalmente a la dispersión del arrollamiento de inducido y el conjunto de todos los circuitos del rotor según el eje en cuadratura, referida esta última dispersión, al inducido. Los circuitos del rotor según el eje en cuadratura comprenden además del eventual circuito amortiguador, todos los otros circuitos sede de corrientes inducidas.-

Agotados los fenómenos subtransitorios, o prescindiendo de ellos, el valor de la reactancia en cuadratura resulta igual al de la correspondiente sincrónica.-

.///.

.///.

Indiquemos con I_{lq} y $I''_{q(0)}$ los valores que las componentes según el eje en cuadratura de las corrientes alternas de inducido tienen en el instante en que una máquina pasa del funcionamiento en carga al cortocircuito. La variación repentina del flujo de reacción de inducido dispuesto simétricamente al eje en cuadratura, es en valor relativo igual a:

$$[18] \quad (\dot{X}_q - \dot{X}_q'') (i''_{q(0)} - i_{lq})$$

La relación (18) expresa también el valor relativo del flujo producido por la fuerza magneto-motriz de las corrientes unidireccionales que son inducidas en las espiras de amortiguamiento en cuadratura y en los circuitos similares rotóricos. Este flujo es a su vez proporcional al valor de la tensión interna sincrónica, que mantendría la componente en cuadratura de la tensión de inducido, si las corrientes en las espiras de amortiguamiento no sufrieran variaciones. El valor relativo de dicha tensión está dado por una relación que es igual a la (18) :

$$[19] \quad (\dot{X}_q - \dot{X}_q'') (i''_{q(0)} - i_{lq})$$

Las tensiones internas sincrónicas y las corrientes alternas de inducido en funcionamiento en cortocircuito son proporcionales entre sí. El parámetro funcional es la reactancia sincrónica según el eje en cuadratura. Por lo tanto se puede escribir la igualdad:

$$[20] \quad \dot{X}_q i''_{q(0)} = (\dot{X}_q - \dot{X}_q'') (i''_{q(0)} - i_{lq})$$

Despejando $i''_{q(0)}$ resulta:

$$[21] \quad i''_{q(0)} = \frac{(\dot{X}_q - \dot{X}_q'') i_{lq}}{\dot{X}_q''}$$

Si denominamos la fuerza electro-motriz que aparece en el numerador de la relación (21) tensión interna subtransitoria en cuadratura E''_q , se obtienen las siguientes expresiones:

$$[22] \quad E''_q = (\dot{X}_q - \dot{X}_q'') i_{lq}$$

$$[23] \quad i''_{q(0)} = \frac{E''_q}{\dot{X}_q''} \quad ; \quad i_{lq} = \frac{E''_q}{\dot{X}_q''} I_n$$

.///.

.///.

1.4.4 - Componente alterna permanente.

Es la única componente a la que se reduce la corriente de cortocircuito en las tres fases del inducido cuando se han extinguido los fenómenos transitorios. El valor eficaz de esta componente se estima en función de la fuerza magneto-motriz de excitación aplicada a la máquina antes del cortocircuito, con la relación entre el valor eficaz de la tensión interna sincrónica y la reactancia sincrónica según el eje directo. Si en la determinación del valor de la ten-

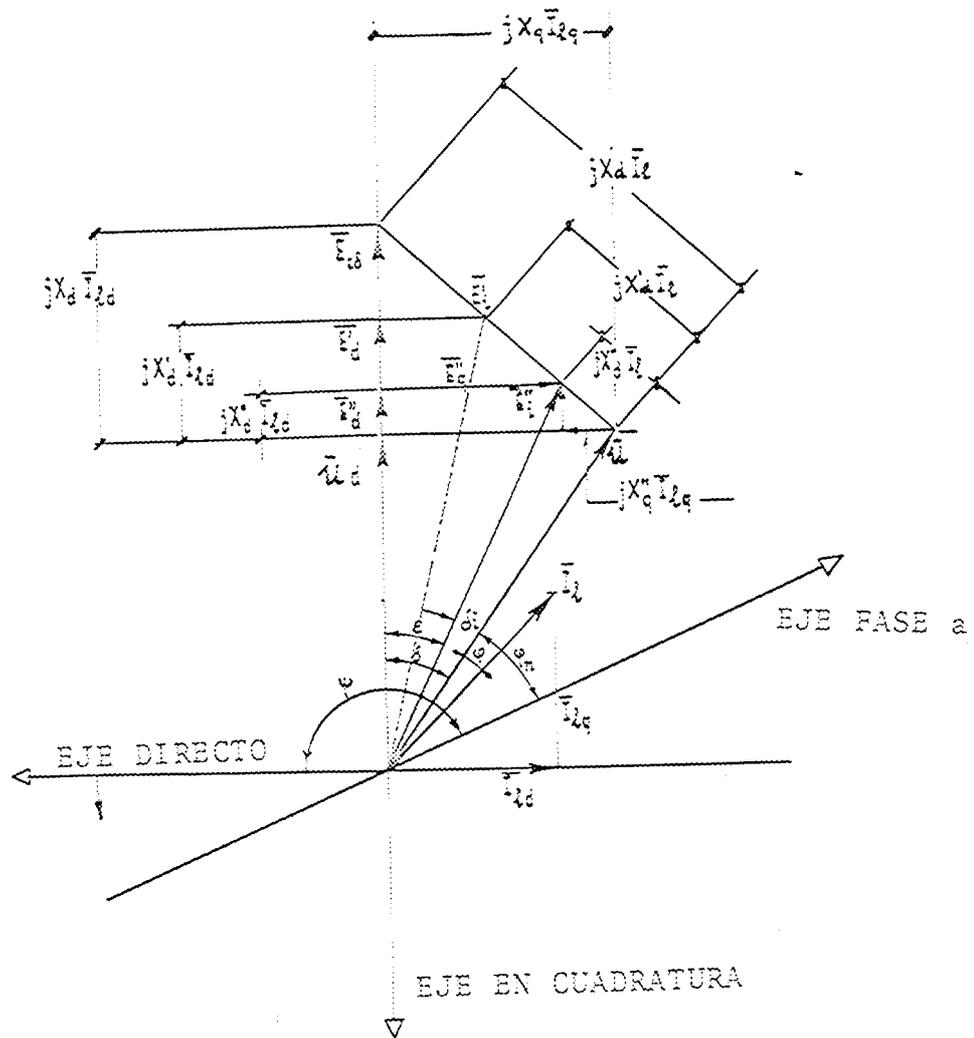


Fig. 10

sión interna sincrónica se desprecia la saturación, el valor de la reactancia sincrónica que debe tomarse en consideración es no saturado y por lo tanto resulta:

[24]
$$I_d = \frac{E_c \delta}{X_d}$$

.///.

.///.

El vector $E_{c\delta}$ se evalúa para la máquina isótropa o anisótropa con las construcciones vectoriales de las figuras 10 y 11.

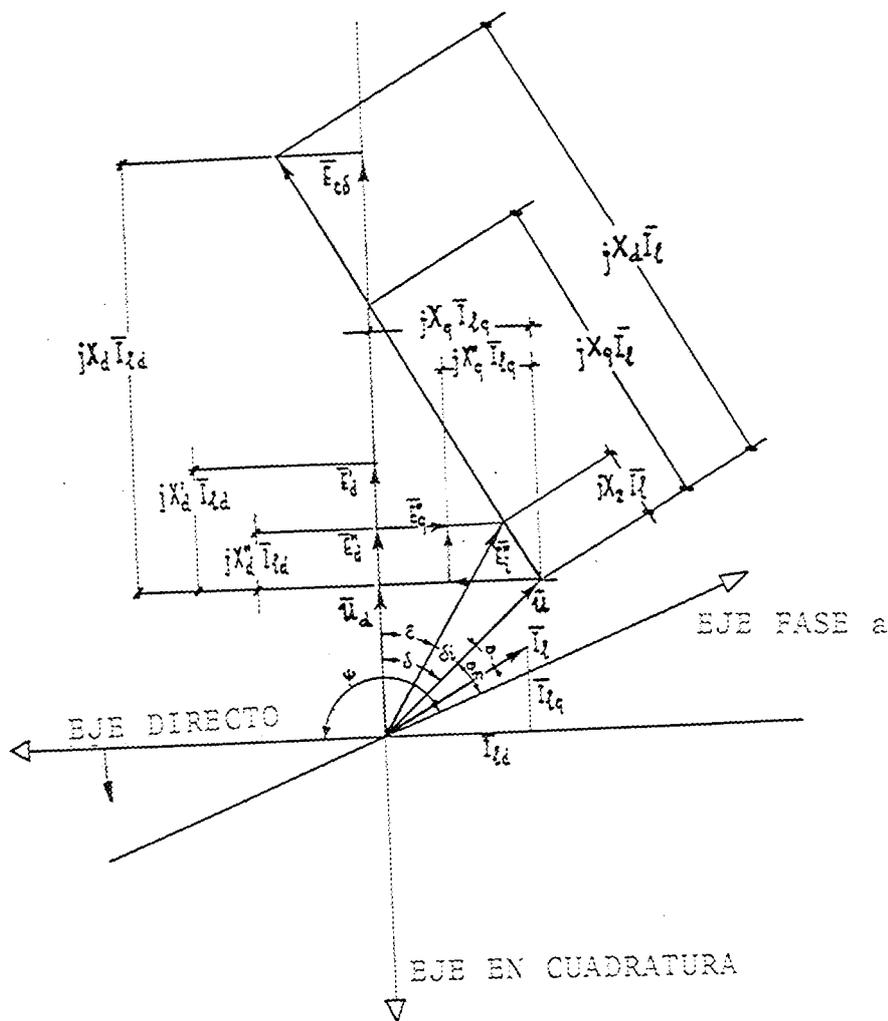


Fig. 11

1.4.5 - Componentes alternas subtransitorias y transitorias.

Con referencia a cuanto discutido en los paragrafos 1.4.1, 1.4.2, 1.4.3 y a las relaciones obtenidas en los paragrafos 1.2.5, 1.2.6, las componentes de las corrientes alternas de cortocircuito, determinadas por fallas trifásicas en los terminales de las máquinas funcionando bajo carga, se pueden evaluar con las relaciones:

Componentes subtransitorias según el eje directo

$$[25] \quad (I_d''(0) - I_d'(0)) e^{-t/T_d''} = \left(\frac{E_d''}{X_d''} - \frac{E_d'}{X_d'} \right) e^{-t/T_d''}$$

.///.

.///.

Componentes transitorias según el eje directo

$$[26] \quad (I'_{d(0)} - I_d) e^{-t/T'_d} = \left(\frac{E'_d}{X'_d} - \frac{E_c \delta}{X_d} \right) e^{-t/T'_d}$$

Componentes subtransitorias según el eje en cuadratura

$$[27] \quad I''_q e^{-t/T''_q} = \left(\frac{E''_q}{X''_q} \right) e^{-t/T''_q}$$

Las tensiones internas subtransitorias y transitorias según los dos ejes se han representado en las construcciones vectoriales de las figuras 10 y 11 según se trate de máquina isótropa o anisótropa.-

Las constantes de tiempo según el eje directo son las definidas en el paragrafo 1.2.7.-

El tiempo necesario para que los valores de la componente subtransitoria en cuadratura de las corrientes del inducido se reduzcan al $0,368 = 1/e$ del valor inicial, es la constante de tiempo según el eje en cuadratura T''_q .-

Mientras las máquinas funcionan en vacío, no se inducen corrientes en las espiras de amortiguamiento y en los circuitos similares rotóricos dispuestos simétricamente al eje en cuadratura al variar la corriente de inductor; por lo tanto no es posible definir la constante de tiempo subtransitoria en vacío según el eje en cuadratura.-

1.4.6 - Corrientes alternas o simétricas de las tres fases del inducido.-

Se obtienen sumando vectorialmente las componentes según el eje directo y según el eje en cuadratura examinadas en el paragrafo anterior.

$$[28] \quad \bar{I} = \bar{I}_d + \bar{I}_q = I_d + jI_q$$

siendo los modulos de las corrientes :

$$[29] \quad I_d = \left(\frac{E''_d}{X''_d} - \frac{E'_d}{X'_d} \right) e^{-t/T''_d} + \left(\frac{E'_d}{X'_d} - \frac{E_c \delta}{X_d} \right) e^{-t/T'_d} + \frac{E_c \delta}{X_d}$$

$$[30] \quad I_q = \frac{E''_q}{X''_q} e^{-t/T''_q}$$

.///.

.///.

Los valores eficaces de las corrientes alternas para un instante genérico se obtienen con la relación:

$$[31] \quad I = \sqrt{I_d^2 + I_q^2}$$

Los valores instantáneos de las corrientes alternas de las tres fases del inducido referidas a un instante genérico de inicio del funcionamiento en cortocircuito (como ya indicado al definir ψ) se expresan en cambio con las relaciones :

$$[32 a] \quad i_a = -\sqrt{2} [I_d \cos(\omega t + \psi) + I_q \sin(\omega t + \psi)]$$

$$[32 b] \quad i_b = -\sqrt{2} \left[I_d \cos\left(\omega t + \psi - \frac{2\pi}{3}\right) + I_q \sin\left(\omega t + \psi - \frac{2\pi}{3}\right) \right]$$

$$[32 c] \quad i_c = -\sqrt{2} \left[I_d \cos\left(\omega t + \psi + \frac{2\pi}{3}\right) + I_q \sin\left(\omega t + \psi + \frac{2\pi}{3}\right) \right]$$

donde ψ es el ángulo entre el instante en que la tensión de la fase asume el valor cero y el instante en que se establece el cortocircuito.

Los valores iniciales de las corrientes simétricas de las tres fases resultan:

$$[33 a] \quad I_{a(0)} = -\sqrt{2} \left[\frac{-E_d''}{X_d''} \cos \psi + \frac{E_q''}{X_q''} \sin \psi \right]$$

$$[33 b] \quad I_{b(0)} = -\sqrt{2} \left[\frac{-E_d''}{X_d''} \cos\left(\psi - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{E_q''}{X_q''} \sin\left(\psi - \frac{2\pi}{3}\right) \right]$$

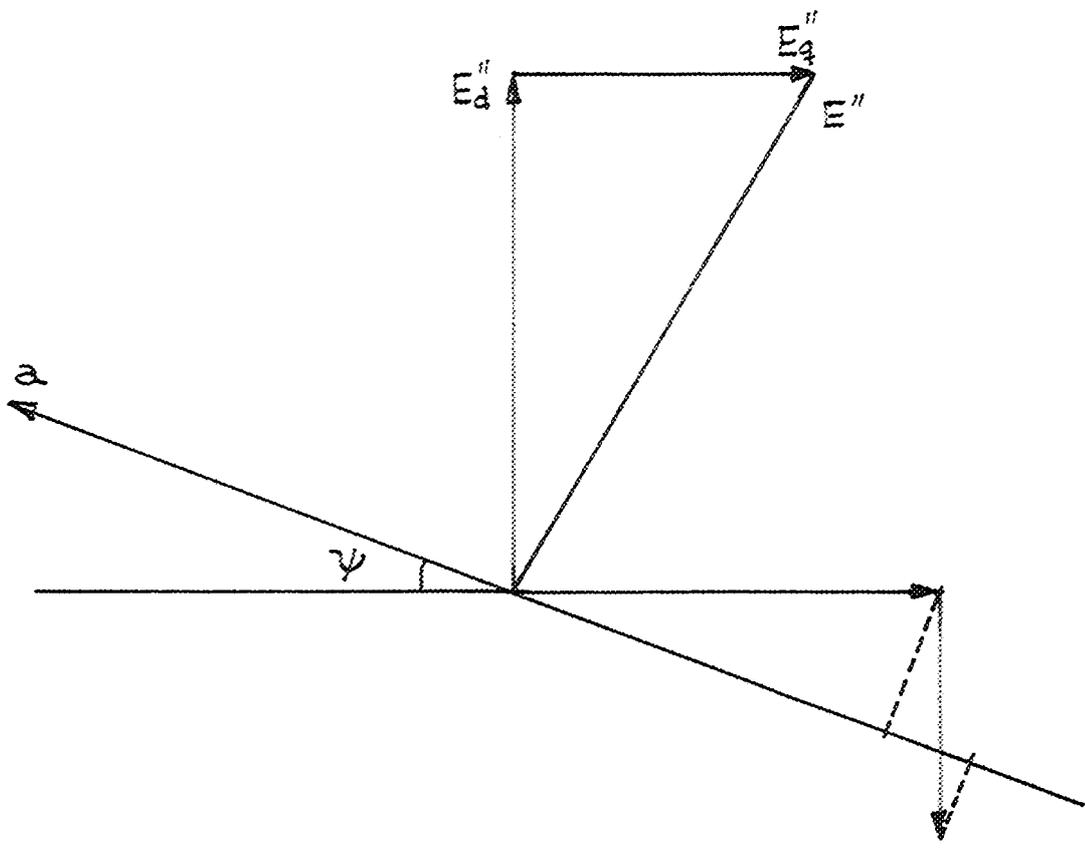
$$[33 c] \quad I_{c(0)} = -\sqrt{2} \left[\frac{-E_d''}{X_d''} \cos\left(\psi + \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{E_q''}{X_q''} \sin\left(\psi + \frac{2\pi}{3}\right) \right]$$

Sustituyendo a X_d'' y X_q'' por la media armónica de los dos valores:

$$X_2 = \frac{2 X_d'' X_q''}{X_d'' + X_q''}$$

.///.

page 60 basis



.///.

y considerando:

$$\bar{E}_d'' + \bar{E}_q'' = \bar{E}_i''$$

vector que esta en atraso de un ángulo ϵ respecto de la dirección del vector E_d'' , las relaciones (33a), (33b), (33c) resultan:

$$[34a] \quad I_{a(0)} = -\sqrt{2} \frac{E_i''}{X_2} \cos(\psi - \epsilon) = \sqrt{2} \frac{E_i''}{X_2} \text{sen}(\delta_i + \varphi_n)$$

$$[34b] \quad I_{b(0)} = -\sqrt{2} \frac{E_i''}{X_2} \cos\left(\psi - \frac{2\pi}{3} - \epsilon\right) = \sqrt{2} \frac{E_i''}{X_2} \text{sen}\left(\delta_i + \varphi_n - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$[34c] \quad I_{c(0)} = -\sqrt{2} \frac{E_i''}{X_2} \cos\left(\psi + \frac{2\pi}{3} - \epsilon\right) = \sqrt{2} \frac{E_i''}{X_2} \text{sen}\left(\delta_i + \varphi_n + \frac{2\pi}{3}\right)$$

El ángulo $(\psi - \epsilon)$ de las figuras 10-11, es igual a $\frac{\pi}{2} + (\delta_i + \varphi_n)$ por lo tanto:

$$\cos(\psi - \epsilon) = -\text{sen}(\delta_i + \varphi_n)$$

En las máquinas isótropas puede resultar verificada la condición $X_d'' = X_q''$ y por lo tanto $X_2 = X_d''$.-

1.4.7 - Corrientes unidireccionales y alternas de segunda armonica.-

Se pueden extender al caso en estudio las consideraciones hechas en el paragrafo 1.2.9 para determinar las corrientes unidireccionales de las tres fases de inducido correspondientes a un cortocircuito trifásico en los terminales de una máquina que funciona en vacío. En efecto al establecerse un cortocircuito, la corriente en las fases del inducido no puede asumir instantaneamente el valor inicial subtransitorio de la corriente alterna, pero conserva módulo y fase de la corriente de carga que preexistía.-

Se puede expresar el valor de régimen de la corriente de carga (para el instante en que se establece un cortocircuito) a partir del valor de la tensión subtransitoria. En efecto los módulos de los vectores E_d'' y E_q'' representados en las figuras 10 y 11, resultan:

$$[35] \quad E_d'' = U \cos \delta + I_{ld} X_d''$$

$$[36] \quad E_q'' = U \text{sen} \delta - I_{lq} X_q''$$

.///.

.///.

De las relaciones (35) y (36) se obtiene:

$$[37] \quad I_{ld} = \frac{E_d''}{X_d''} - \frac{U}{X_d''} \cos \delta$$

$$[38] \quad I_{lq} = -\frac{E_q''}{X_q''} + \frac{U}{X_q''} \sin \delta$$

Si el instante en que se establece el cortocircuito ($t=0$) es aquel en el cual el eje de una de las fases del inducido se encuentra en la posición representada en las figuras 10-11, los valores instantáneos simétricos de las corrientes de carga de cortocircuito (expresados como suma de las proyecciones de los respectivos vectores sobre la dirección del eje de la fase tomada en consideración) resultan:

$$[39] \quad I_{l(t=0)} = -\sqrt{2} \left[\frac{E_d''}{X_d''} \cos \psi + \frac{U}{X_d''} \cos \psi \cos \delta + \frac{E_q''}{X_q''} \sin \psi - \frac{U}{X_q''} \sin \psi \sin \delta \right]$$

$$[40] \quad I_{l(0)} = -\sqrt{2} \left(\frac{E_d''}{X_d''} \cos \psi + \frac{E_q''}{X_q''} \sin \psi \right)$$

El módulo del vector diferencia $\bar{I}''(0) - \bar{I}_1(t=0)$ es igual a:

$$[41] \quad \sqrt{2} \left[\frac{U}{X_d''} \cos \psi \cos \delta + \frac{U}{X_q''} \sin \psi \sin \delta \right] = \sqrt{2} U \left[\frac{X_q''}{X_d'' X_q''} \cos \psi \cos \delta + \frac{X_d''}{X_d'' X_q''} \sin \psi \sin \delta \right]$$

$$[42] \quad = \sqrt{2} U \left[\frac{X_d'' + X_q''}{2 X_d'' X_q''} \cos(\psi - \delta) \right] + \sqrt{2} U \left[\frac{X_q'' - X_d''}{2 X_d'' X_q''} \cos(\psi + \delta) \right]$$

en efecto

$$\cos \psi \cos \delta = \frac{1}{2} \cos(\psi - \delta) + \frac{1}{2} \cos(\psi + \delta)$$

$$\sin \psi \sin \delta = \frac{1}{2} \cos(\psi - \delta) - \frac{1}{2} \cos(\psi + \delta)$$

El primer término de la expresión (42) es igual al valor inicial de la corriente unidireccional, mientras el segundo es igual al valor inicial de la corriente alterna de segunda armónica. Ambas corrientes hacen que la corriente total en el instante inicial del cortocircuito no sufra bruscas variaciones. Ellas tienen amplitudes que decrecen en el tiempo exponencialmente hasta anularse.-

La constante de tiempo de dichas funciones es propia del circuito de una fase del inducido T_a y ha sido definida en el paragrafo 1.2.10.-

.///.

.///.

Los modulos de los valores instantaneos de las corrientes unidireccionales de las tres fases de inducido y de las corrientes alternas de segunda armonica por lo tanto resultan:

$$\text{fase a)} \quad \sqrt{2} \frac{U}{X_2} \cos(\psi - \delta) e^{-t/T_a} + \sqrt{2} U \frac{X_q'' - X_d''}{2X_d''X_q''}$$

$$[41a] \quad \cos(2\omega t + \psi + \delta) e^{-t/T_a}$$

$$\text{fase b)} \quad \sqrt{2} \frac{U}{X_2} \cos\left(\psi - \delta - \frac{2\pi}{3}\right) e^{-t/T_a} + \sqrt{2} U \frac{X_q'' - X_d''}{2X_d''X_q''}$$

$$[41b] \quad \cos\left(2\omega t + \psi + \delta - \frac{2\pi}{3}\right) e^{-t/T_a}$$

$$\text{fase c)} \quad \sqrt{2} \frac{U}{X_2} \cos\left(\psi - \delta + \frac{2\pi}{3}\right) e^{-t/T_a} + \sqrt{2} U \frac{X_q'' - X_d''}{2X_d''X_q''}$$

$$[41c] \quad \cos\left(2\omega t + \psi + \delta + \frac{2\pi}{3}\right) e^{-t/T_a}$$

1.4.8 - Valores totales o asimétricos de las corrientes de cortocircuito de las tres fases del inducido.-

Los valores totales instantaneos de las corrientes se obtienen componiendo las corrientes alternas, las corrientes unidireccionales y las corrientes alternas de segunda armónica de las tres fases del inducido.-

Refiriéndose a las relaciones obtenidas en los paragrafos 1.4.6, 1.4.7, se obtiene:

$$[43] \quad i_a = \sqrt{2} \frac{U}{X_2} e^{-t/T_a} \cos(\psi - \delta) - \sqrt{2} U \frac{X_q'' - X_d''}{2X_d''X_q''} e^{-t/T_a} \cos(2\omega t + \psi - \delta) - \sqrt{2} \left[\left(\frac{E_d''}{X_d''} - \frac{E_d'}{X_d'} \right) e^{-t/T_d''} + \left(\frac{E_d'}{X_d'} - \frac{E_c \delta}{X_d} \right) e^{-t/T_d'} - \frac{E_c \delta}{X_d} \right] \cos(\omega t + \psi) + \sqrt{2} \frac{E_q''}{X_q''} e^{-t/T_q''} \sin(\omega t - \psi)$$

Para las otras fases, es suficiente agregar a los ángulos eléctricos que aparecen en las relaciones (43) $\pm 2\pi/3$ radianes. El valor eficaz

de las corrientes totales asimétricas varía instante por instante y se determina con la relación:

$$[44] \quad I_{asim} = \sqrt{I^2 + I_{dc}^2 + I_{ii}^2}$$

.///.

.///.

Habiendo indicado:

I = valor eficaz de la corriente alterna de una fase del inducido en el instante tomado en consideración;

I_{dc} = valor de la corriente unidireccional de una fase del inducido en el instante tomado en consideración;

I_{II} = valor eficaz de la corriente alterna de segunda armónica de una fase del inducido en el instante tomado en consideración.

1.5 - CONSIDERACIONES DE ESTUDIO

1.5.1 - a) Hipótesis.

El cálculo de las corrientes de cortocircuito conducido en los párrafos precedentes ha sido desarrollado en base a hipótesis y a métodos que han suministrado resultados aproximados de todos modos válidos para las normales aplicaciones técnicas.

Reasumimos aquí las hipótesis que se han adoptado y las relaciones que existen entre las constantes funcionales de las máquinas isótropas y anisótropas de construcción normal.

Las corrientes de inducido de las máquinas en el funcionamiento en vacío son sinusoidales.-

Los efectos de la saturación sobre los valores que asumen las magnitudes del inducido durante los funcionamientos que preceden el establecimiento de un cortocircuito son de entidad despreciable. Cuando esta condición no fuese verificada, las constantes funcionales de las máquinas para los regímenes subtransitorios y transitorios se calculan teniendo en cuenta los valores efectivos de las corrientes de excitación.-

Las resistencias de los circuitos del inducido influyen de manera despreciable sobre los valores iniciales de las corrientes alternas y unidireccionales de cortocircuito.-

La velocidad de rotación de las máquinas no sufre variaciones importantes por la duración de los funcionamientos en cortocircuito que deben ser tomadas en consideración. Las variaciones de la velocidad de rotación dependen de la variación sufridas por la potencia activa suministrada por las máquinas solamente durante los intervalos que preceden la actuación de los reguladores.-

b) Constantes funcionales

Máquinas isótropas

.///.

$$X_d'' = X_q'' = X_2 \quad X_d' \neq X_q' \quad X_q' = X_q = X_d$$

$$T_d'' = T_q'' \quad T_d' > T_d'' \quad T_a = \frac{X_d''}{2\pi f R_a}$$

Máquinas anisótropas

$$X_d'' \neq X_q'' \quad X_2 = \frac{2X_d''X_q''}{X_d'' + X_q''} \quad X_d' \neq X_q'$$

$$X_q' = X_q \quad X_d \neq X_q$$

1.5.2 - Relaciones fundamentales

Las magnitudes de las que dependen los valores instantáneos de las corrientes totales de cortocircuito se pueden expresar con las relaciones siguientes:

a) Las tensiones internas en el instante inicial del cortocircuito

a₁) Tensión interna subtransitoria según el eje directo

Máquinas que funcionan en carga:

$$[1] \quad \bar{E}_d'' = \bar{U} + jX_q \bar{I}_{lq} + jX_d'' \bar{I}_{ld}$$

$$[2] \quad E_d'' = U \cos \delta + X_d'' I_l \sin(\delta + \varphi) = \\ = E_{c\delta} - (X_d - X_d'') I_l \sin(\delta + \varphi)$$

y en valor relativo para $\dot{U} = 1, \dot{I}_l = 1$

$$[3] \quad \dot{E}_d'' = \cos \delta + X_d'' \sin(\delta + \varphi)$$

Máquinas que funcionan en vacío:

$$[4] \quad E_d'' = U$$

a₂) Tensión interna subtransitoria según el eje en cuadratura

Máquinas que funcionan en carga:

$$[5] \quad \bar{E}_q'' = \bar{U} + jX_d'' \bar{I}_{ld} + jX_q'' \bar{I}_{lq} - \bar{E}_d''$$

$$[6] \quad E_q'' = U \sin \delta - X_q'' I_l \cos(\delta + \varphi) = \\ = (X_q - X_q'') I_l \cos(\delta + \varphi)$$

y en valor relativo para $\dot{U} = 1, \dot{I}_l = 1$

$$[7] \quad \dot{E}_q'' = \sin \delta - X_q'' \cos(\delta + \varphi)$$

Máquinas que funcionan en vacío:

$$E_q'' = 0$$

.///.

a₃) Tensión interna subtransitoria resultante

$$[9] \quad \vec{E}_i'' = \vec{E}_d'' + \vec{E}_q'' = \vec{U} + jX_2 \vec{I}_l$$

$$[10] \quad E_i'' = \sqrt{(U \cos \varphi)^2 + (U \operatorname{sen} \varphi + X_2 I_l)^2}$$

y en valor relativo para $\dot{U} = 1, \dot{I}_l = 1$

$$[11] \quad \dot{E}_i'' = \sqrt{1 + 2X_2 \operatorname{sen} \varphi + X_2^2}$$

El ángulo entre la tensión en bornes \vec{U} y la tensión interna subtransitoria resulta igual a:

$$[12] \quad \delta_i = \operatorname{arctang} \left(\frac{X_2 \cos \varphi}{1 + X_2 \operatorname{sen} \varphi} \right)$$

Las relaciones del vector \vec{E}_i'' son validas para las máquinas sincrónicas anisótropas que tienen las reactancias subtransitorias directas de valor distinto al de las reactancias subtransitorias en cuadratura. Para las máquinas sincrónicas isótropas el vector \vec{E}_i'' resulta:

$$[13] \quad \vec{E}_i'' = \vec{E}_d'' + \vec{E}_q'' = \vec{U} + jX_2' \vec{I}_l$$

por lo tanto en las relaciones antes mencionadas se debe sustituir la reactancia X_2 con la reactancia subtransitoria X_2' ya que

$X_2 = X_2'$. Para las maquinas que funcionan en vacio:

$$[14] \quad \vec{E}_i'' = \vec{U}$$

a₄) Tensión interna transitoria según el eje directo

Máquinas que funcionan en carga:

$$[15] \quad \vec{E}_d' = \vec{U} + jX_q \vec{I}_{lq} + jX_d' \vec{I}_{ld}$$

$$[16] \quad \begin{aligned} E_d' &= U \cos \delta + X_d' I_l \operatorname{sen}(\delta + \varphi) \\ &= E_{c\delta} - (X_d - X_d') I_l \operatorname{sen}(\delta + \varphi) \end{aligned}$$

.///.

.///.

y en valor relativo para $\dot{U} = 1, \dot{I}_l = 1$

$$[17] \quad \dot{E}'_d = \cos \delta + X'_d \operatorname{sen}(\delta + \varphi)$$

Máquinas que funcionan en vacío:

$$E'_d = U$$

a₅) Tensión interna transitoria según el eje en cuadratura

Máquinas que funcionan en carga:

$$[19] \quad \bar{E}'_q = \bar{U} + jX'_d \bar{I}_{ld} + jX'_q \bar{I}_{lq} - \bar{E}'_d$$

$$[20] \quad E'_q = 0 \quad \text{siendo} \quad X'_q = X_q$$

Máquinas que funcionan en vacío:

$$[21] \quad E'_q = 0$$

a₆) Tensión interna transitoria resultante

$$\bar{E}'_l = \bar{U} + jX'_d \bar{I}_l$$

El módulo del vector \bar{E}'_l difiere poco del vector \bar{E}'_d y por lo tanto se puede escribir:

$$[22] \quad \dot{E}'_d = \dot{E}'_l = \sqrt{1 + 2X'_d \operatorname{sen} \varphi + X'^2_d}$$

Para las máquinas que funcionan en vacío

$$[23] \quad \bar{E}'_l = \bar{U}$$

a₇) Tensión interna sincrónica

Máquinas que funcionan en carga:

$$[24] \quad \bar{E}_{c\delta} = \bar{U} + jX_q \bar{I}_{lq} + jX_d \bar{I}_{ld}$$

$$[25] \quad E_{c\delta} = U \cos \delta + X_d I_l \operatorname{sen}(\delta + \varphi)$$

.///.

.///.

y en valor relativo para $\dot{U} = 1, \dot{I}_l = 1$

$$[26] \quad \dot{E}_{c\delta} = \cos \delta + \dot{X}_d \operatorname{sen}(\delta + \varphi)$$

Para las máquinas sincrónicas isótropas el vector $\bar{E}_{c\delta}$ resulta:

$$[27] \quad \bar{E}_{c\delta} = \bar{U} + jX_d \bar{I}_l$$

siendo $X_d = X_q$

Máquinas que funcionan en vacío:

$$[28] \quad \bar{E}_\delta = k \bar{E}_0 \quad k > 1 \quad E_0 \quad \text{módulo de la tensión de fase}$$

a_g) Componente según el eje en cuadratura de la tensión en bornes

Máquina que funcionan en carga:

$$[29] \quad \bar{U}_q = \bar{E}_q = -jX_q \bar{I}_q$$

$$[30] \quad E_q = U \operatorname{sen} \delta = X_q I_l \cos(\delta + \varphi)$$

y en valor relativo para $\dot{U} = 1, \dot{I}_l = 1$

$$[31] \quad \dot{E}_q = \operatorname{sen} \delta = \dot{X}_q \cos(\delta + \varphi)$$

El ángulo δ entre la tensión en bornes U y la tensión interna sostenida $E_{c\delta}$ resulta

$$[32] \quad \delta = \operatorname{arctang} \left(\frac{\dot{X}_q \cos \varphi}{1 + \dot{X}_q \operatorname{sen} \varphi} \right)$$

Máquinas que funcionan en vacío:

$$E_q = 0$$

.///.

.///.

- b) Los valores instantaneos de las tensiones internas durante la persistencia de la falla.-

El comportamiento en el tiempo de la corriente alterna o simétrica de inducido durante la persistencia de una falla depende de los valores instantaneos del flujo de entrehierro y de la reactancia de dispersión de inducido.-

Interpretando físicamente las relaciones que se han estudiado en los paragrafos 1.4.5, 1.4.6, es posible determinar los valores eficaces instantáneos de las componentes alternas permanentes, transitorias y subtransitorias según los dos ejes, recurriendo a circuitos equivalentes constituidos por fuerzas electro-motrices variables y reactancias de valor constante.*

- b1) Determinación de la componente alterna transitoria y de la componente permanente de las corrientes del inducido.-

Si se prescinde de los fenómenos subtransitorios la corriente alterna de una fase del inducido es suma de las componentes transitoria y permanente. Para determinar los valores de dicha corriente se atribuye a la reactancia funcional de la máquina el valor de la reactancia transitoria directa, la tensión interna ficticia de la máquina debe satisfacer instante por instante la relación:

$$[1] \quad E'_d(t) = X'_d [(I'_{d(0)} - I_d) e^{-t/T'_d} + I_d]$$

Máquinas que funcionan en carga:

Los valores de contorno de la función (1) para $t=0$ y para $t=\infty$ son respectivamente iguales a:

$$[2] \quad E'_d(t=0) = X'_d I'_{d(0)} = E_{c\delta} - (X_d - X'_d) I_d = E'_d$$

$$[3] \quad E'_d(t=\infty) = X'_d I_d = E_{c\delta} - X_d I_d + X'_d I_d = E_{c\delta} - (X_d - X'_d) I_d = E'_{d\infty}$$

siendo:

$$I_d = \frac{E_{c\delta}}{X_d}$$

Por lo tanto la fuerza electro-motriz $E'_d(t)$ se puede expresar con la relación:

$$[4] \quad E'_d(t) = (E'_d - E'_{d\infty}) e^{-t/T'_d} + E'_{d\infty}$$

.///.

.///.

Máquinas que funcionan en vacío:

Los valores de contorno de la función (1) para $t=0$ y para $t=\infty$ son respectivamente iguales a:

$$[5] \quad E'_d(t) = X'_d I'_{d(0)} = E_0$$

$$[6] \quad E'_d(t=\infty) = X'_d I_d = E_\delta - X_d I_d + X' I_d = \\ = E_\delta - (X_d - X'_d) I_d = E'_{d(\infty)}$$

siendo

$$I_d = \frac{E_\delta}{X_d}$$

Por lo tanto la fuerza electro-motriz $E'_d(t)$ se puede expresar con la relación:

$$[7] \quad E'_d(t) = (E_0 - E'_{d(\infty)}) e^{-t/T'_d} + E'_{d(\infty)}$$

b₂) Determinación de la componente alterna subtransitoria según el eje directo de las corrientes de inducido.-

La componente alterna subtransitoria según el eje directo debe ser sumada a la corriente alterna calculada con el método indicado en el punto b₁. Si para la determinación de los valores de dichas componentes se atribuye a la reactancia funcional de la máquina sincrónica el valor de la reactancia subtransitoria según el eje directo, la tensión interna ficticia debe satisfacer instante por instante la relación:

$$[8] \quad \Delta E''_d(t) = X''_d (I''_{d0} - I'_{d0}) e^{-t/T''_d}$$

Máquinas que funcionan en carga:

Los valores de contorno de la función (8) para $t=0$ y para $t=\infty$ son respectivamente iguales a:

$$[9] \quad \Delta E''_d(t=0) = X''_d (I''_{d0} - I'_{d0})$$

$$[10] \quad \Delta E''_d(t=\infty) = 0$$

Los términos de la función (9) se pueden expresar con relaciones formalmente correspondientes a las introducidas en las relaciones (2) y (3) y precisamente:

$$[11] \quad X''_d I''_{d0} - E''_d = E'_d - (X'_d - X''_d) I_{ld}$$

$$[12] \quad X''_d I'_{d0} - E''_{d\infty} = E'_d - (X'_d - X''_d) I'_{d0}$$

.///.

.///.

Por lo tanto la fuerza elector-motriz $\Delta E_d''(t)$ resulta igual a:

$$[13] \quad \Delta E_d''(t) = (E_d'' - E_{d\infty}'') e^{-t/T_d''}$$

Máquinas que funcionan en vacío:

Los valores de contorno de la función (8) para $t=0$ y para $t=\infty$ son respectivamente iguales a:

$$[14] \quad \Delta E_d''(t=0) = X_d''(I_d'' - I_d')$$

$$[15] \quad \Delta E_d''(t=\infty) = 0$$

donde:

$$X_d'' I_d'' = E_0$$

$$X_d'' I_d' = E_0 - (X_d' - X_d'') I_d' = E_{d\infty}''$$

Por lo tanto la fuerza electro-motriz $E_d(t)$ puede ser expresada con la relación:

$$[16] \quad E_d''(t) = (E_0 - E_{d\infty}'') e^{-t/T_d''}$$

b₃) Determinación de la componente alterna subtransitoria según el eje en cuadratura de la corriente del inducido.-

La componente alterna subtransitoria según el eje en cuadratura de la corriente de una fase del inducido se extingue en la etapa subtransitoria del fenómeno. Si para determinar los valores de dicha componente se atribuye a la reactancia funcional de la máquina el valor de la reactancia subtransitoria según el eje en cuadratura, la tensión interna ficticia debe satisfacer instante a instante la relación

$$[17] \quad E_q''(t) = X_q'' I_q''(0) e^{-t/T_q''}$$

.///.

.///.

Máquinas que funcionan en carga:

El término $X_q'' I_{q(0)}''$ puede ser puesto bajo la forma:

$$[18] \quad X_q'' I_{q(0)}'' = E_q'' = (X_q - X_q'') I_{lq}$$

Máquinas que funcionan en vacío:

$$[19] \quad X_q'' I_{q(0)}'' = E_q'' = 0.$$

c) Valor máximo de la corriente de cortocircuito total

c₁) Corriente alterna.

Máquinas que funcionan en carga:

En el instante en que se establece una falla trifásica entre los terminales de una máquina que funciona en carga, la corriente alterna de una fase es igual a:

$$[21] \quad I_{d(0)}'' = \sqrt{2} \frac{E_i''}{X_2} \text{sen}(\delta_i + \varphi_n)$$

El valor cambia al variar el ángulo $(\delta_i + \varphi_n)$ y resulta igual a:

$$[22] \quad I_{d(0)}'' = \pm \sqrt{2} \frac{E_i''}{X_2}$$

cuando

$$\text{sen}(\delta_i + \varphi_n) = \pm 1$$

o sea para

$$\delta_i + \varphi_n = (-1)^h \frac{\pi}{2} + h\pi$$

y por lo tanto en particular cuando:

$$\varphi_n = \left(\frac{\pi}{2} - \delta_i \right) \quad \text{o bien} \quad \varphi_n = - \left(\frac{\pi}{2} + \delta_i \right)$$

.///.

.///.

Para relacionar el ángulo φ_n con el ángulo ψ , que define el instante inicial del cortocircuito respecto al instante en que la tensión de fase pasa por cero, basta observar en las figuras 10 y 11 que el ángulo ψ satisface la relación:

$$\psi = \frac{\pi}{2} + \varphi_n + \delta_i + \epsilon$$

por lo tanto para $\varphi_n = \left(\frac{\pi}{2} - \delta_i\right)$ $\psi = \pi + \epsilon$

para $\varphi_n = -\left(\frac{\pi}{2} + \delta_i\right)$ $\psi = \epsilon$

La corriente alterna asume el valor más elevado, que es igual a $\sqrt{2} E_1''/X_2$, cuando el cortocircuito se establece en el instan-

te en que el eje de la fase tomada en consideración está en retardo respecto al eje directo o de los polos del ángulo ϵ ; o bien está adelantado del ángulo $\pi - \epsilon = 2\pi - (\pi + \epsilon)$.

Máquinas que funcionan en vacío:

En el instante en que se establece una falla trifásica entre los terminales de una máquina que funciona en vacío la corriente alterna o simétrica es igual a:

$$[23] \quad I_{d(0)}'' = \frac{E_0}{X_d''} \cos \psi$$

Este valor cambia al variar el ángulo ψ y resulta igual a:

$$[24] \quad I_{d(0)}'' = \pm \frac{E_0}{X_d''}$$

cuando $\cos \psi = \pm 1$ o sea para $\psi = 0 \pm k2\pi$ y precisamente

en los instantes en que el eje de la fase tomada en consideración, coincide con la dirección del eje directo o de los polos.-

c₂) Corriente unidireccional

Máquinas que funcionan en carga

En el instante en que se establece una falla, trifásica entre los terminales de una máquina que funciona en carga, la corriente unidireccional es igual a:

$$[25] \quad I_{dc(0)} = \sqrt{2} \frac{U}{X_2} \cos(\psi - \delta) = \sqrt{2} \frac{U}{X_2} \sin \varphi_n$$

Este valor cambia al variar el ángulo φ_n y resulta igual a:

.///.

.///.

[26]

$$I_{dc(0)} = \pm \sqrt{2} \frac{U}{X_2}$$

cuando

$$\text{sen } \varphi_n = \pm 1$$

es decir para

$$\varphi_n = (-1)^h \frac{\pi}{2} + h\pi$$

Siendo el ángulo $\psi = \frac{\pi}{2} + \varphi_n + \delta$

para

$$\varphi_n = \frac{\pi}{2} \quad \psi = \pi + \delta$$

$$\varphi_n = -\frac{\pi}{2} \quad \psi = \delta$$

La corriente unidireccional asume el valor más elevado, que es igual a $\sqrt{2}U/X_2$, cuando el cortocircuito se establece en

el instante en que el eje de la fase tomada en consideración está en atraso respecto al eje de los polos del ángulo de cupla δ , o bien está en adelantado del ángulo.-

$$\pi - \delta = 2\pi - (\pi + \delta)$$

Máquinas que funcionan en vacío:

En el instante en que se establece una falla trifásica entre los terminales de una máquina que funciona en vacío, la corriente unidireccional es de valor igual y contrario al que asume la corriente alterna. También para esta corriente valen las consideraciones hechas para la corriente alterna.

c₃) Corriente total

Máquinas que funcionan en carga:

La corriente de cortocircuito total asume su valor más elevado cuando el cortocircuito se establece en el instante en que la corriente unidireccional es máxima. Este valor es alcanzado aproximadamente en concomitancia con el instante en el cual la corriente alterna pasa por su primer valor de pico. Para que se produzca la condición impuesta, el lapso que media del instante de inicio del cortocircuito debe ser de duración menor que un semiperíodo.-

La corriente total en las condiciones de máxima asimetría para

.///.

$\psi = \delta$, $\varphi_n = + \frac{3}{2} \pi$ y cuando T_d'' sea poco distinto de T_q'' resulta:

$$\begin{aligned}
 i = & -\sqrt{2} \left[\frac{E_i''}{X_2} e^{-t/T_d''} \cos(\omega t + \delta_i) + \frac{E_d'}{X_d'} e^{-t/T_d'} \left(1 - e^{-t(T_d' - T_d'')/T_d'' T_d'} \right) \right. \\
 & \left. \cos(\omega t + \delta) + \frac{E_c \delta}{X_d} (1 - e^{-t/T_d'}) \cos \omega t + \delta \right] \\
 & + \sqrt{2} \left[\frac{U}{X_2} e^{-t/T_a} + U \frac{X_q'' - X_d''}{2X_d'' X_q''} e^{-t/T_a} \cos(2\omega t + 2\delta) \right]
 \end{aligned}
 \quad [27]$$

Quando el ángulo δ es pequeño, se puede despreciar la diferencia que existe entre los ángulos δ y δ_i y considerar que la función (27) alcanza el máximo en el instante $t = (\pi - \delta_i)/\omega$. Por lo tanto:

$$\begin{aligned}
 I_{\max} = & -\sqrt{2} \left[\left(\frac{E_i''}{X_2} - \frac{E_d'}{X_d'} \right) e^{-(\pi - \delta_i)/\omega T_d''} \right. \\
 & \left. + \left(\frac{E_d'}{X_d'} - \frac{E_c \delta}{X_d} \right) e^{-(\pi - \delta_i)/\omega T_d'} + \frac{E_c \delta}{X_d} \right] \\
 & + \sqrt{2} \frac{U}{X_2} e^{-(\pi - \delta_i)/\omega T_a} + \sqrt{2} U \frac{X_q'' - X_d''}{2X_d'' X_q''} e^{-(\pi - \delta_i)/\omega T_a}
 \end{aligned}
 \quad [28]$$

Las relaciones (21), (22), (25), (26), (27), (28) son válidas para las máquinas sincrónicas anisótropas.-

Las máquinas sincrónicas isótropas generalmente tienen las reactancias subtransitorias según los dos ejes de igual valor y la tensión interna ficticia E_i' aproximadamente igual en módulo a la tensión interna transitoria según el eje directo. Por lo tanto se debe sustituir en todas las expresiones la reactancia X_2 por la X_d'' y la tensión E_d' por la E_i' . Recordemos que

en las máquinas sincrónicas isótropas no existe la corriente alterna de segunda armónica y la relación (28) resulta:

$$\begin{aligned}
 I_{\max} = & -\sqrt{2} \left[\left(\frac{E_i''}{X_d''} - \frac{E_i'}{X_d'} \right) e^{-(\pi - \delta_i)/\omega T_d''} \right. \\
 & \left. + \left(\frac{E_i'}{X_d'} - \frac{E_c \delta}{X_d} \right) e^{-(\pi - \delta_i)/\omega T_d'} + \frac{E_c \delta}{X_d} \right] \\
 & + \sqrt{2} \frac{U}{X_d''} e^{-(\pi - \delta_i)/\omega T_a}
 \end{aligned}
 \quad [29]$$

De todas las consideraciones y simplificaciones examinadas en este paragrafo se pueden obtener las expresiones de la corriente total en las condiciones de máxima asimetría. Helas aquí:

Máquinas anisótropas

.///.

$$\begin{aligned}
 i = & -\sqrt{2} \left[\left(\frac{E_i''}{X_2} - \frac{E_d'}{X_d'} \right) e^{-t/T_d''} + \left(\frac{E_d'}{X_d'} - \frac{E_{c\delta}}{X_d} \right) e^{-t/T_d'} + \frac{E_{c\delta}}{X_d} \right] \cos(\omega t + \delta_i) + \\
 [30] \quad & + \sqrt{2} \frac{U}{X_2} e^{-t/T_a} + \sqrt{2} U \frac{X_q'' - X_d''}{2X_d''X_q''} e^{-t/T_a} \cos(2\omega t + 2\delta_i)
 \end{aligned}$$

Máquinas isótropas

$$\begin{aligned}
 [31] \quad i = & -\sqrt{2} \left[\left(\frac{E_i''}{X_d''} - \frac{E_i'}{X_d'} \right) e^{-t/T_d''} + \left(\frac{E_i'}{X_d'} - \frac{E_{c\delta}}{X_d} \right) e^{-t/T_d'} + \frac{E_{c\delta}}{X_d} \right] \\
 & \cos(\omega t + \delta_i) + \sqrt{2} \frac{U}{X_d''} e^{-t/T_a}
 \end{aligned}$$

Máquinas que funcionan en vacío:

Para que la corriente de cortocircuito total asuma su valor más elevado el cortocircuito se debe establecer en el instante de máxima corriente unidireccional. El valor es alcanzado casi en concomitancia con el instante en que la corriente alterna pasa por su primer valor de pico: que se produce después de un semiperíodo a partir del instante en que inicia el cortocircuito.-

La corriente total en las condiciones de máxima asimetría debiendo ser $\psi = 0$ resulta igual a:

$$\begin{aligned}
 [32] \quad i = & -\sqrt{2} \left[\left(\frac{E_0}{X_d''} - \frac{E_0}{X_d'} \right) e^{-t/T_d''} + \left(\frac{E_0}{X_d'} - \frac{E_\delta}{X_d} \right) e^{-t/T_d'} + \frac{E_\delta}{X_d} \right] \times \\
 & \cos \omega t + \sqrt{2} \frac{E_0}{X_d''} e^{-t/T_a}
 \end{aligned}$$

La función (32) asume el valor máximo para $t = \pi/\omega$, valor que resulta igual a:

$$\begin{aligned}
 [33] \quad I_{\max} = & -\sqrt{2} \left[\left(\frac{E_0}{X_d''} - \frac{E_0}{X_d'} \right) e^{-\pi/\omega T_d''} + \left(\frac{E_0}{X_d'} - \frac{E_\delta}{X_d} \right) e^{-\pi/\omega T_d'} + \right. \\
 & \left. + \frac{E_\delta}{X_d} \right] + \sqrt{2} \frac{E_0}{X_d''} e^{-\pi/\omega T_a}
 \end{aligned}$$

NOTA

Todas las relaciones presentadas en el capítulo 1.5 pueden ser extendidas también a las máquinas sincrónicas anisótropas sin espiras de amortiguamiento. Es necesario tener presente que las constantes funcionales de estas máquinas satisfacen las condiciones siguientes:

$$\begin{aligned}
 X_d'' & \neq X_q'' & X_q'' & = X_q' = X_q \\
 X_d' & \neq X_q' \\
 X_d & \neq X_q \\
 X_2 & = \frac{2X_d'X_q'}{X_q' + X_d'} \\
 T_d'' & = T_d'
 \end{aligned}$$

.///.

1.6 - FALLAS EN UN PUNTO DE UNA RED ALIMENTADA POR MAQUINAS SINCRONICAS CON CARACTERISTICAS DISTINTAS.

1.6.1 - Generalidades

Los funcionamientos dinámicos de las máquinas sincrónicas causados por fallas en la red a la cual estan conectadas, son estudiados con métodos rigurosos que imponen la solución de sistemas de ecuaciones diferenciales complejos. Todavía, si el objeto de los estudios se limita a evaluar aproximadamente las corrientes de cortocircuito, se puede recurrir a un método simplificado. Este permite utilizar las magnitudes y las constantes funcionales utilizadas para estudiar las corrientes debidas a las fallas en los terminales de las máquinas sincrónicas. Para aplicar este método se descomponen las corrientes alternas de funcionamiento en carga y de cortocircuito (aporte de cada máquina) en las componentes según el eje directo y el eje en cuadratura. La envolvente de la componente según el eje directo de la corriente alterna de cortocircuito siempre puede representarse con dos funciones exponenciales superpuestas a una corriente permanente, la envolvente de la componente según el eje en cuadratura, puede representarse con una sola función exponencial. Estas dos componentes se evalúan independientemente una de la otra.-

Las máquinas sincrónicas pueden ser representadas como se describe en los capítulos 1.2, 1.3, 1.4, 1.5 dedicados al estudio de la variación de las corrientes del inducido durante las fallas trifásicas en los terminales de las máquinas. Basta aplicar fuerzas electro-motrices variables a los circuitos pasivos equivalentes a la red, en dichos circuitos las máquinas sincrónicas se representan con reactancias funcionales de valor oportuno.-

Los valores instantaneos de las fuerzas electro-motrices deben corresponder a las tensiones internas ficticias obviamente dependen de los valores de las tensiones y de las corrientes, que existían en los terminales de las máquinas en el instante en que se estableció la falla.-

Las constantes de tiempo que deben atribuirse a las tensiones internas ficticias directas y en cuadratura, dependen de las constantes funcionales de las máquinas sincrónicas, de los parámetros que simulan los elementos de la red, del punto y tipo de falla. Su determinación es posible solamente para los casos en que las impedancias pueden asimilarse a puras reactancias (a la secuencia positiva, negativa o cero) de los elementos que constituyen la red, incluyendo las máquinas sincrónicas y excluyendo las cargas. En efecto aplicando a un circuito constituido por inductancias distintas fuerzas electro-motrices, la corriente aportada por una fuerza electro-motriz varía según una ley que no está influenciada por la existencia en el circuito de las otras fuerzas electro-motrices. De esta propiedad surge que la constante de tiempo de la fuerza electro-motriz de cada máquina depende de la constante de tiempo en vacío de la máquina misma, de la red externa considerada pasiva y no de las constantes de tiempo de las otras máquinas.-

.///.

El valor inicial de la corriente unidireccional, aportado por una máquina sincrónica, es igual y contrario al módulo del vector que se obtiene como diferencia entre la corriente de cortocircuito alterna y la corriente de carga, preexistente a la falla. La intensidad de la corriente unidireccional a su vez decrece en el tiempo exponencialmente. La constante de tiempo de la función puede ser considerada dependiente de la constante de tiempo del circuito de inducido de la máquina misma y de la red externa considerada pasiva, pero constituida tanto por los parámetros inductivos, como los resistivos.-

El procedimiento de cálculo propuesto en este paragrafo obviamente no es riguroso, conduce a resultados solamente aproximados, y es facilmente aplicable, en cuanto evita el planteo y la solución de sistemas de ecuaciones diferenciales no lineales. La aproximación de los resultados obtenidos con este método, respecto de aquellos que se obtendrían aplicando un método más riguroso, es aceptable para las aplicaciones a las que se destinan estos resultados.

1.6.2 - Funcionamiento normal de una red: valores de régimen de las tensiones y de las potencias.*

El funcionamiento en régimen de una red está caracterizado por las tensiones en los nodos y por las potencias activas y reactivas que fluyen (llegan o salen) a los nodos. Generalmente tales magnitudes satisfacen condiciones restrictivas, como aquellas impuestas por los valores de las potencias que pueden ser suministradas por los generadores, de las potencias que son absorbidas por las cargas y de las tensiones que, por razones de explotación, deben ser mantenidas en algunos nodos de la red.

La determinación de las tensiones en los nudos y de las potencias activas y reactivas en las ramas puede ser efectuada analíticamente con distintos métodos. Examinaremos a continuación un método que permite alcanzar los resultados resolviendo numericamente dos sistemas de ecuaciones simultaneas lineales por iteraciones sucesivas. En los casos en que el número de las ecuaciones sea elevado, el método permite el empleo de calculadores digitales.-

El circuito equivalente en régimen de funcionamiento normal de una red eléctrica de composición general, siempre puede representarse con cuadrípolos pasivos, interconectados entre sí según un esquema oportuno. Los terminales de los cuadrípolos forman los nodos de la red: algunos son de acceso a la red porque en ellos están conectados los generadores o las cargas; otros no porque son puntos intermedios de las líneas.-

Los valores de los parámetros de los cuadrípolos que constituyen la red son generalmente conocidos.-

Las magnitudes de tensiones y potencias generadas o absorbidas en los nodos de la red tienen en parte valor asignado y en parte son incógnitas. Para determinarlos, es necesario asignar o calcular el valor del módulo y del argumento de las tensiones y el valor de potencia activa y reactiva.-

En los trabajos destinados a estudiar la regulación de tensión generalmente es posible prefijar para cada nodo dos de los cuatro valores antes indicados y precisamente:

.///.

.///.

- en uno de los nodos de acceso de la red al cual está conectado un generador, el valor del módulo y del argumento de la tensión;
- en todos los otros nodos de acceso de la red a los cuales estan conectados generadores, el valor del módulo de la tensión y el valor de la potencia activa que se inyecta en la red;
- en todos los otros nodos de acceso a la red de los cuales se derivan las cargas, el valor de la potencia activa y el valor de la potencia reactiva de las cargas;
- en todos los nodos a los cuales se unen solamente líneas, el valor de la potencia activa y el valor de la potencia reactiva entrante y saliente a la red, ambos iguales a cero.-

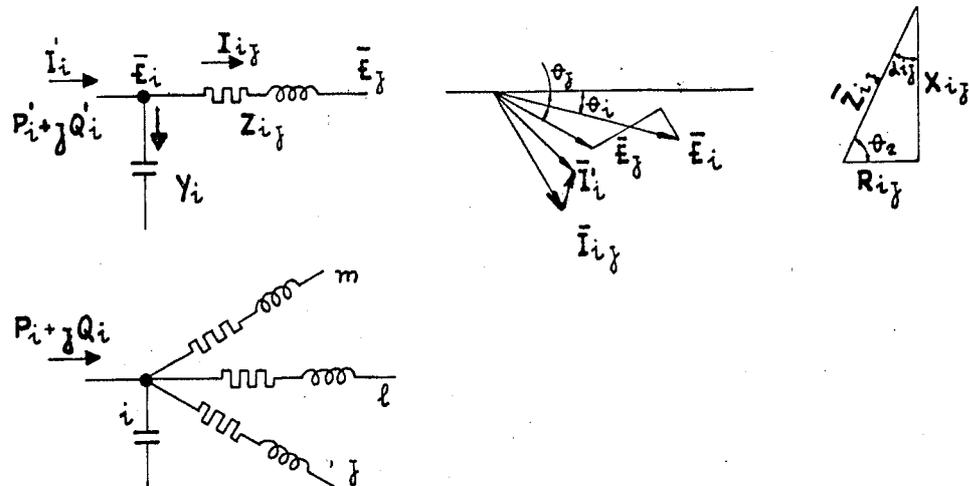


Fig. 12

El conjunto de todos estos valores constituye las condiciones restrictivas. Si la red en exámen está constituida por (n) nodos el número de las incógnitas a determinar se reduce de (4n) a (2n) .-

Un sistema de (2n) ecuaciones simultaneas no lineales, que permita evaluar las incógnitas, puede ser obtenido aplicando las siguientes relaciones. Considerese el nodo (i) de la fig.12. Las magnitudes de entrada del cuadripolo en "gamma" que tiene sus terminales conectados en los nodos (i) y (j) satisfacen las siguientes relaciones:

$$\bar{E}_i = E_i e^{j\theta_i}$$

$$\bar{I}_i = E_i e^{j\theta_i} Y_i e^{j\pi/2} + \frac{E_i e^{j\theta_i} - E_j e^{j\theta_j}}{Z_{ij} e^{j(\pi/2 - \alpha_{ij})}}$$

En los diagramas de la figura 12 se indican los argumentos de todas las magnitudes, de la impedancia Z_{ij} y de la admitancia Y_i .-

$$\bar{P}_i + jQ_i = 3 E_i e^{j\theta_i} \hat{I}_i = V_i^2 Y_i e^{-j\pi/2} + \frac{V_i^2}{Z_{ij}} e^{j(\pi/2 - \alpha_{ij})} - \frac{V_i V_j}{Z_{ij}} e^{j(\theta_i - \theta_j - \alpha_{ij} + \pi/2)}$$

.///.

.///.

Por lo tanto

$$P'_i = \frac{V_i^2}{Z_{ij}} \operatorname{sen} a_{ij} + \frac{V_i V_j}{Z_{ij}} \operatorname{sen} (\theta_i - \theta_j - a_{ij})$$

$$Q'_i = V_i^2 Y_i + \frac{V_i^2}{Z_{ij}} \cos a_{ij} - \frac{V_i V_j}{Z_{ij}} \cos (\theta_i - \theta_j - a_{ij})$$

por lo cual

$$P'_i = [V_i^2 - V_i V_j \cos (\theta_i - \theta_j)] \frac{\operatorname{sen} a_{ij}}{Z_{ij}} + V_i V_j \operatorname{sen} (\theta_i - \theta_j) \frac{\cos a_{ij}}{Z_{ij}}$$

$$Q'_i = V_i^2 Y_i + [V_i^2 - V_i V_j \cos (\theta_i - \theta_j)] \frac{\cos a_{ij}}{Z_{ij}} - V_i V_j \operatorname{sen} (\theta_i - \theta_j) \frac{\operatorname{sen} a_{ij}}{Z_{ij}}$$

Los valores de la potencia activa y reactiva inyectados o extraídos del nodo (i) se pueden obtener sumando las potencias parciales correspondientes a todos los cuadrípolos que terminan en el nodo (i). Indicando estas magnitudes respectivamente con los símbolos P_i y Q_i se pueden escribir las siguientes relaciones en las cuales las sumatorias se extienden a todas las ramas que conectan el nodo (i) con cualquier otro de la red:

$$1) \quad P_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \left\{ [V_i^2 - V_i V_j \cos (\theta_i - \theta_j)] \frac{\operatorname{sen} a_{ij}}{Z_{ij}} + V_i V_j \operatorname{sen} (\theta_i - \theta_j) \frac{\cos a_{ij}}{Z_{ij}} \right\}$$

$$2) \quad Q_i = V_i^2 Y_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \left\{ [V_i^2 - V_i V_j \cos (\theta_i - \theta_j)] \frac{\cos a_{ij}}{Z_{ij}} - V_i V_j \operatorname{sen} (\theta_i - \theta_j) \frac{\operatorname{sen} a_{ij}}{Z_{ij}} \right\}$$

Para una red de (n) nodos se puede escribir (2n) ecuaciones simultáneas, con las cuales se puede formar un sistema de orden suficiente para determinar (2n) incógnitas.

Debe notarse que las ecuaciones P_i , Q_i respecto a las incógnitas θ_i no son lineales.-

Transformando oportunamente estas ecuaciones las (2n) incógnitas se pueden subdividir en dos grupos de manera de determinar las incógnitas de un grupo separadamente de las incógnitas del otro por medio de dos sistemas de ecuaciones de orden inferior (n).-

En efecto para cada nodo se pueden introducir dos funciones p_i , q_i cada de las cuales puede determinarse por medio de dos expresiones y precisamente

$$3) \quad p_i = P_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n [V_i^2 - V_i V_j \cos (\theta_i - \theta_j)] \frac{\operatorname{sen} a_{ij}}{Z_{ij}} \quad .///.$$

.///.

$$4) \quad p_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n V_i V_j \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j) \frac{\cos a_{ij}}{Z_{ij}}$$

$$5) \quad q_i = Q_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n V_i V_j \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j) \frac{\operatorname{sen} a_{ij}}{Z_{ij}}$$

$$6) \quad q_i = V_i^2 Y_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n [V_i^2 - V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j)] \frac{\cos a_{ij}}{Z_{ij}}$$

Con estas funciones se pueden formar cuatro sistemas de ecuaciones de orden(n). Dos de ellas, precisamente aquellas constituidas por las funciones 3) y 5), se pueden resolver respecto a las variables dependientes p_i , q_i , fijando valores numéricos oportunos a los módulos, a los argumentos de las tensiones de los nodos (V_i , θ_i) y a las potencias P_i , Q_i . Los otros dos sistemas se pueden resolver introduciendo en ellos los valores p_i y q_i respecto de las variables independientes θ_i y V_i de manera de llegar, por iteraciones sucesivas, a aproximar los valores asignados (V_i , θ_i), a los valores efectivos de las tensiones en los nodos. Por medio del sistema constituido por las funciones 4) se pueden determinar los valores de los argumentos θ_i , mientras que resolviendo el sistema constituido por las funciones 6) se pueden determinar los valores de los módulos V_i ,

Los dos sistemas de ecuaciones pueden ser simplificados y transformados formalmente a efecto de hacer cómodo el desarrollo de los cálculos. Las funciones 4) pueden ser linealizadas sustituyendo los valores $\operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j)$ por las diferencias $(\theta_i - \theta_j)$ en radianes. Para realizar estas simplificaciones es necesario que las diferencias angulares $(\theta_i - \theta_j)$ sean pequeñas. En los casos en que la condición no se verifique, se reducen los valores de las impedancias serie (Z_{ij}) comprendidas entre dos nodos contiguos y por lo tanto los valores de los desfases entre las tensiones si se recurre a la introducción de oportunos nodos intermedios en las líneas. Las funciones 4) linealizadas resultan:

$$p_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n V_i V_j \frac{\cos a_{ij}}{Z_{ij}} (\theta_i - \theta_j)$$

y el sistema de (n) ecuaciones puede ser escrito bajo forma de una matriz del mismo orden:

$$7) \quad \begin{vmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{vmatrix}$$

.///.

.///.

donde para $j = i$
$$a_{ii} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n V_i V_j \frac{\cos a_{ij}}{Z_{ij}}$$

para $j \neq i$
$$a_{ij} = a_{ji} = -V_i V_j \frac{\cos a_{ij}}{Z_{ij}}$$

Las funciones 6) se pueden en cambio poner bajo la forma siguiente:

8)
$$q_i = \sum_{j=1}^n (b_{ij} V_j) V_i$$

donde para $j = i$
$$b_{ii} = Y_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{\cos a_{ij}}{Z_{ij}}$$

para $j \neq i$
$$b_{ij} = b_{ji} = -\frac{\cos a_{ij}}{Z_{ij}} \cos(\theta_i - \theta_j)$$

Los valores de las tensiones de los nodos V_i, V_j se deben calcular por aproximaciones sucesivas, pueden ser indicadas con las expresiones:

$$V_i = V_{i0} + \Delta V_i$$

$$V_j = V_{j0} + \Delta V_j$$

por lo tanto la función 8) resulta:

$$q_i = \left[\sum_{j=1}^n (b_{ij} V_{j0}) + \sum_{j=1}^n (b_{ij} \Delta V_j) \right] (V_{i0} + \Delta V_i)$$

por la cual se obtiene:

$$\sum_{j=1}^n (b_{ij} V_{j0}) + \sum_{j=1}^n (b_{ij} \Delta V_j) = \frac{q_i}{(V_{i0} + \Delta V_i)} = \frac{q_i}{V_{i0}} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{\Delta V_i}{V_{i0}}\right)} = \frac{q_i}{V_{i0}} \left(1 - \frac{\Delta V_i}{V_{i0}}\right)$$

Separando los términos que contienen los valores incrementales $\Delta V_j, \Delta V_i$ de otros se obtiene la relación 9):

9)
$$\sum_{j=1}^n b_{ij} \Delta V_j + \frac{q_i}{V_{i0}^2} \Delta V_i = \frac{q_i}{V_{i0}} - \sum_{j=1}^n b_{ij} V_{j0}$$

La relación 9) a su vez puede ser puesta en la forma siguiente:

$$\sum_{j=1}^n c_{ij} \Delta V_j = \frac{q_i}{V_{i0}} - \sum_{j=1}^n b_{ij} V_{j0}$$

.///.

.///.

donde

$$\text{para } j=i \quad c_{ii} = b_{ii} + \frac{q_i}{V_{i0}^2}$$

$$\text{para } j \neq i \quad c_{ij} = c_{ji} = b_{ji} = b_{ij}$$

y el sistema de (n) ecuaciones q se puede escribir bajo forma de matriz del mismo orden:

$$10) \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \dots \\ \Delta V_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{q_1}{V_{10}} \\ \frac{q_2}{V_{20}} \\ \dots \\ \frac{q_n}{V_{n0}} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nn} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} V_{10} \\ V_{20} \\ \dots \\ V_{n0} \end{vmatrix}$$

El método presentado implica un conjunto de cálculos que deben realizarse manualmente o por medio de un calculador numérico. Para predisponer los cálculos y compilar un programa organizador digital se puede seguir el procedimiento descrito detalladamente a continuación.

- a) Se atribuyen valores de primera aproximación tanto a los módulos como a los argumentos de las tensiones de todos los nodos; para los nodos en los que esos valores son desconocidos, se fijan valores arbitrarios todos iguales entre sí.

$$V_{j0} = 1,0 + j 0,0 \quad \theta_{j0} = 0^\circ$$

- b) Se introducen los valores de los módulos y de los argumentos de las tensiones fijados en el punto a) en las (n-1) relaciones 3)

$$p_i = P_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n [V_i^2 - V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j)] \frac{\text{sen } a_{ij}}{Z_{ij}}$$

correspondientes a (n-1) nodos, para los cuales están dados como datos del problema los valores de las potencias activas P_i y se determinan los valores de las funciones p_i . Para el nodo en el cual no se conoce la potencia activa, pero se conoce el argumento de la tensión, no se efectúa el cálculo de la función p . La matriz 7) resulta así constituida por (n-1) filas y (n-1) columnas.

- c) Se resuelve con un método numérico el sistema 7) de orden (n-1) obteniéndose los valores de los ángulos θ_i , atribuyendo a las funciones p_i los valores determinados en b).-

$$\begin{vmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \dots \\ p_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \dots \\ \theta_n \end{vmatrix}$$

.///.

.///.

Los valores así calculados se consideran de segunda aproximación.

- d) Se corrigen los valores de los ángulos θ , prefijados en a), y se introducen todos los valores de los módulos y de los argumentos de las tensiones en las relaciones 5)

$$q_i = Q_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n V_i V_j \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j) \frac{\operatorname{sen} a_{ij}}{Z_{ij}}$$

correspondientes a los nodos para los cuales se han asignado, como datos del problema, las potencias reactivas Q_i y se determinan los valores de las funciones q_i .

- e) Se resuelve el sistema 10) (de orden igual al número de los nodos para los cuales se conocen los valores), obteniéndose los valores incrementales ΔV_i de las tensiones de los nodos, atribuyendo a las funciones q_i los valores calculados en d).

$$\begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{q_1}{V_{10}} \\ \frac{q_2}{V_{20}} \\ \vdots \\ \frac{q_n}{V_{n0}} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nn} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_{10} \\ V_{20} \\ \vdots \\ V_{n0} \end{vmatrix}$$

En base a los valores ΔV_i así calculados se determinan los valores de segunda aproximación de los módulos de las tensiones. Y precisamente: $V_i = V_{i0} + \Delta V_i$

- f) Se determinan para cada nodo las diferencias entre los valores asignados en primera aproximación a los módulos y a los argumentos de las tensiones (punto a) y las que se han obtenido en segunda aproximación (puntos c, e); se comparan por fin los valores de las diferencias con el grado de precisión con que se debe realizar el estudio.

Si la precisión no es satisfactoria, aún solo para uno de los valores calculados, se deben repetir todos los cálculos a partir del punto b). El número de las iteraciones a realizar sucesivamente, depende del grado de precisión al que se quiere llegar.

- g) Las potencias activas y reactivas, los módulos y los argumentos de las tensiones en los nodos se obtienen de los resultados de los cálculos de la última iteración.-

Los valores de las potencias activa y reactiva que entran en todos los cuadrípolos incluidos en el circuito equivalente de la red se calculan respectivamente con las relaciones:

.///.

.///.

$$P_i' = [V_i^2 - V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j)] \frac{\text{sen } \alpha_{ij}}{Z_{ij}} + V_i V_j \text{sen}(\theta_i - \theta_j) \frac{\cos \alpha_{ij}}{Z_{ij}}$$

$$Q_i' = V_i^2 \chi_i + [V_i^2 - V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j)] \frac{\cos \alpha_{ij}}{Z_{ij}} - V_i V_j \text{sen}(\theta_i - \theta_j) \frac{\text{sen } \alpha_{ij}}{Z_{ij}}$$

1.6.3 - Funcionamiento en cortocircuito de una red: valores de las tensiones y de las corrientes en régimen.-

Cuando en un punto de la red se establece una falla que persiste por un período suficiente para que se extingan todos los fenómenos dinámicos, las corrientes entregadas por las máquinas sincrónicas están constituidas solo por las corrientes alternas de valor permanente.-

Los valores eficaces de estas corrientes dependen: de la constitución de la red, del punto y del tipo de falla, de las condiciones de excitación, en las distintas máquinas sincrónicas, precedentes al establecimiento del cortocircuito y de la eventual intervención de los reguladores de tensión.

Si no se consideran los efectos de los reguladores de tensión, el cálculo del valor eficaz permanente de la corriente simétrica (aporte de cada máquina) puede ser realizado con el método que se describirá a continuación.-

Se examina la red y se la representa con los circuitos de las impedancias a las corrientes de secuencia positiva, negativa y cero. El circuito de las impedancias a la secuencia positiva es igual al que se debe realizar para los estudios de regulación de la tensión (1.6.2); las máquinas se representan con un bipolo pasivo y una fuerza electro-motriz.

A la reactancia del bipolo debe atribuirse el valor de la reactancia sincrónica directa no saturada X_d . A la fuerza electro-motriz el valor de tensión interna de fase que precedía el establecerse de la falla y precisamente: $E_{c\delta} = U \cos \delta + X_d I_d$. -

El circuito de las impedancias a la secuencia negativa difiere del circuito a la secuencia positiva. Las máquinas sincrónicas se representan solamente por un bipolo pasivo con un terminal conectado al punto neutro.-

A la reactancia del bipolo debe atribuirse el valor medio de la reactancia subtransitoria según el eje directo y en cuadratura. Cuando se estima despreciable la influencia de los valores de las reactancias de las máquinas sincrónicas sobre los valores de la impedancia vista en el punto de falla (por ejemplo porque está lejos de los terminales de las máquinas) el circuito resulta igual a el de impedancias a la secuencia positiva.-

El circuito de las impedancias a la secuencia cero, difiere de los circuitos a las otras dos secuencias. En efecto los valores de los parámetros que representan uno cualquiera de los elementos de la red (máquinas rotantes, máquinas estáticas o bien líneas) difieren de los valores de los correspondientes parámetros a la secuencia positiva y negativa. El esquema de las conexiones entre los distintos

.///.

.////.

bipolos depende del estado de los neutros y de la conexión de los arrollamientos de las máquinas: entre estas en modo particular la conexión de los arrollamientos de los transformadores y de los autotransformadores.-

Los tres circuitos examinados se transforman reduciendo el número de nodos y de bipolos que los componen. Sin embargo no deben ser incluidos en las reducciones los siguientes nodos:

- aquellos donde se conectan los bipolos que representan las máquinas (a, b, c, i, j);
- el punto de falla (x);
- el punto de neutro (n)

- b) Se aplica al circuito de las impedancias a la secuencia negativa entre el punto de falla (x_2) y el neutro (n_2) una fuerza electro-motriz; se calcula la corriente inyectada en el circuito y la impedancia D_{2xn} vista entre los puntos (x_2) y (n_2) .-

La corriente inyectada en el circuito, se reparte entre las distintas ramas. La relación entre la corriente que afecta una cualquiera de ellas (en particular el bipolo de una de las máquinas sincrónicas unida un genérico nodo (i) de la red) y la corriente entrante en el punto de falla (x_2), es el factor de repartición de la corriente de la secuencia negativa (k_{2i}). Se determinan los factores de repartición para todas las ramas correspondientes a las partes de la red para las cuales se deben calcular las corrientes de cortocircuito. Estos factores generalmente se expresan con números complejos.-

- c) Se aplica una fuerza electro-motriz al circuito de las impedancias a la secuencia cero entre el punto de falla (x_0) y el punto de neutro (n_0); se calcula la corriente total inyectada en el circuito, la impedancia D_{0xn} vista entre los puntos (x_0) y (n_0) y los factores de repartición de la corriente a la secuencia cero (k_{0i}) para los elementos de la red examinados precedentemente.

- d) Se aplican al circuito de impedancias a la secuencia positiva las fuerzas electro-motrices correspondientes a las tensiones internas sincrónicas no saturadas de todas las máquinas y se conecta el punto de falla (x_i) al neutro (n_i) directamente o no (por intermedio de las impedancias equivalentes a los circuitos o las otras dos secuencias D_{2xn} , D_{0xn}) según un esquema apropiado al tipo de falla, como se indica en la fig.13.-

El circuito así obtenido sirve para determinar los módulos y los argumentos de algunas magnitudes. Precisamente:

- la corriente a la secuencia positiva I_{d1xn} que sale del nodo (x_i) y entra en el punto (n_i);
- las corrientes a la secuencia positiva I_{d1i} que circulan en un

bipolo cualquiera correspondiente a la parte de la red para la cual se deben realizar los cálculos de las corrientes de cortocircuito;

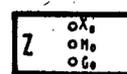
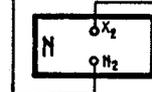
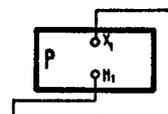
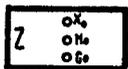
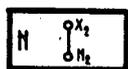
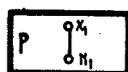
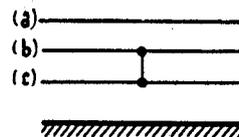
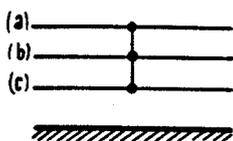
- las corrientes I_{d2xn} , I_{d0xn} que circulan en las impedancias

.////.

./././.

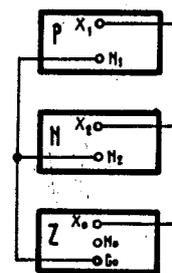
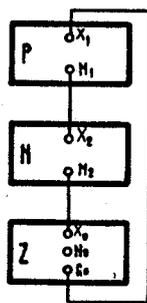
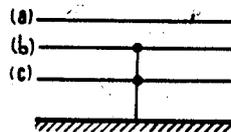
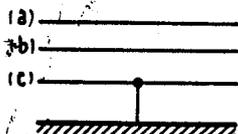
D_{2xn} , D_{oxn} equivalentes a los circuitos de secuencia negativa y cero, en los casos en que estos bipolos esten conectados entre los puntos (x_1) , (n_1) ;

- la tensión E_{d1x} del punto (x_1) respecto a los puntos (n_1) ;
- las tensiones E_{dlin} de un punto genérico i de la red de las impedancias a la secuencia positiva respecto al punto (n_1) ;



FALLA TRIFASICA AISLADA DE TIERRA

FALLA ENTRE DOS FASES



FALLA ENTRE UNA FASE Y LA TIERRA

FALLA ENTRE DOS FASES Y LA TIERRA

Fig. 13

- P_1 circuito equivalente a la secuencia positiva;
- N circuito equivalente a la secuencia negativa;
- Z circuito equivalente a la secuencia cero;
- X_1, X_2, X_0 punto de falla de los circuitos a las distintas secuencias.
- N_1, N_2, N_0 punto de neutro a las distintas secuencias;
- G_0 tierra.

./././.

.///.

- las caídas de tensión E_{d2xn} , E_{doxn} en bornes de las impedancias D_{2xn} , D_{oxn} equivalentes a los circuitos a la secuencia negativa y cero, en los casos en que estos bipolos estén conectados entre los puntos (x_1) , (n_1) ;
- e) Se multiplican los factores de repartición k_{2i} y k_{0i} por la correspondiente corriente I_{d2xn} , I_{doxn} y se obtienen así las corrientes a la secuencia negativa y cero, que circulan en las partes de la red I_{d2i} , I_{doi} .
- Con estas corrientes I_{d2i} , I_{doi} en los circuitos de impedancias a la secuencia negativa y cero y se calculan las caídas de tensión que se presentan en estos circuitos entre los nodos (i) y el neutro (n) E_{d2in} , E_{doin} .
- f) Los valores eficaces permanentes de las corrientes simétricas de cortocircuito una vez que, se ha alcanzado en las tres fases de un elemento cualquiera de la red, y de las tensiones de fase en un nodo cualquiera de la misma red, se calculan en función de las corrientes a las distintas secuencias, y de las tensiones a la secuencia negativa y cero.-

$$\begin{aligned}\bar{I}_{ai} &= \bar{I}_{doi} + \bar{I}_{d1i} + \bar{I}_{d2i} \\ \bar{I}_{bi} &= \bar{I}_{doi} + a^2 \bar{I}_{d1i} + a \bar{I}_{d2i} \\ \bar{I}_{ci} &= \bar{I}_{doi} + a \bar{I}_{d1i} + a^2 \bar{I}_{d2i} \\ \bar{E}_{ai} &= \bar{E}_{doin} + \bar{E}_{d1in} + \bar{E}_{d2in} \\ \bar{E}_{bi} &= \bar{E}_{doin} + a^2 \bar{E}_{d1in} + a \bar{E}_{d2in} \\ \bar{E}_{ci} &= \bar{E}_{doin} + a \bar{E}_{d1in} + a^2 \bar{E}_{d2in}\end{aligned}$$

siendo:

$$\begin{aligned}a &= 0,5 + j0,866 = e^{+j \frac{2\pi}{3}} \\ a^2 &= -0,5 - j0,866 = e^{+j \frac{4\pi}{3}}\end{aligned}$$

Las corrientes y las tensiones de distinta secuencia se distinguen con la letra d por que se refieren a los ejes directos de las máquinas sincrónicas.

NOTA

Las relaciones de las tensiones y de las corrientes a las distintas secuencias, que subsisten para las magnitudes correspondientes al punto de falla (x) , no son aplicables generalmente a los otros puntos de la red como tampoco a los terminales de la máquina sincrónica. Para aclarar esta observación se muestran las relaciones a las cuales se hace referencia.

.///.

./././.

Falla trifásica a tierra:

$$E_{d1xn} = E_{d2xn} = E_{d0xn} = 0$$

Falla trifásica aislada de tierra:

$$\bar{E}_{d1xn} = \bar{E}_{d2xn} = \bar{E}_{d0xn} = 0, \quad \bar{I}_{d0xn} = 0$$

Falla entre dos fases:

$$\bar{E}_{d1xn} = \bar{E}_{d2xn} = \bar{D}_{2xn} \bar{I}_{d1xn}, \quad \bar{I}_{d2xn} = -\bar{I}_{d1xn}, \quad \bar{I}_{d0xn} = 0$$

Falla entre una fase y tierra:

$$\bar{E}_{d1xn} = -(\bar{E}_{d2xn} + \bar{E}_{d0xn}) = (\bar{D}_{2xn} + \bar{D}_{0xn}) \bar{I}_{d1xn}, \quad \bar{I}_{d1xn} = \bar{I}_{d2xn} = \bar{I}_{d0xn}$$

Falla entre dos fases y la tierra:

$$\bar{E}_{d1xn} = \bar{E}_{d2xn} = \bar{E}_{d0xn} = \frac{\bar{D}_{2xn} \bar{D}_{0xn}}{\bar{D}_{2xn} + \bar{D}_{0xn}} \bar{I}_{d1xn}, \quad \bar{I}_{d0xn} + \bar{I}_{d2xn} = -\bar{I}_{d1xn}$$

1.6.4 - Funcionamientos en cortocircuito de una red: constantes de tiempo de las tensiones internas de las máquinas sincrónicas y de las corrientes aporte de cada máquina.-

Examinemos los circuitos de las impedancias y admitancias a la secuencia positiva, negativa y cero descritos en el punto a) del paragrafo (1.6.3). Para aplicar las propiedades, que se han discutido en el paragrafo (1.6.1) se reducen a solo sus parámetros inductivos todos los elementos de la red despreciando las resistencias, las susceptancias capacitivas de las líneas y las admitancias de las cargas.

En este punto examinamos en particular las redes a la secuencia negativa y cero. Conectense los terminales de los bipolos, que representan las reactancias funcionales de las máquinas sincrónicas a los respectivos puntos del neutro y se evalúan las reactancias equivalentes X_{2xn} , X_{0xn} , ambas vistas en el punto de falla respecto al punto de neutro.-

Tómese en examen la red a la secuencia positiva; se conecta el punto de falla al punto de neutro directamente o no (por intermedio de las reactancias equivalentes a los circuitos de las otras dos secuencias X_{2xn} , X_{0xn}) según un esquema que tenga en cuenta oportunamente el tipo de falla. Se aplica una fuerza electro-motriz al terminal de la reactancia sincrónica no saturada de una de las máquinas, y se conectan los terminales correspondientes de las otras máquinas al punto de neutro y se evalúa la reactancia equivalente, vista entre el terminal de la máquina tomada en consideración y el neutro. El valor de la reactancia calculada disminuida en la reactancia sincrónica no saturada de la máquina considerada, es el de la reactancia X externa. Tal reactancia interviene modificando las constantes de tiempo transitoria y subtransitoria en vacío de la máquina misma, como resulta precisamente de las relaciones:

./././.

.///.

$$T'_d = T'_{d0} \frac{X'_d + X}{X_d + X}$$

$$T''_d = T''_{d0} \frac{X''_d + X}{X'_d + X}$$

$$T''_q = T''_{q0} \frac{X''_q + X}{X_q + X}$$

El valor de la reactancia externa X no sería aplicable al cálculo de la constante de tiempo T''_q en cuanto las reactancias sincrónicas no saturadas según el eje en cuadratura pueden ser distintas de las correspondientes la eje directo. Las diferencias que se encuentran no son en general tales que justifiquen un cálculo riguroso. Se modifican ulteriormente los circuitos de las tres secuencias agregando a cada bipolo las resistencias propias y se repiten las determinaciones que se han efectuado en los circuitos con reactancias solamente. De este modo se obtiene el valor de una impedancia externa Z . La parte inductiva X (que según la constitución de la red puede diferir de la reactancia externa precedentemente determinada) y la parte resistiva R modifican la constante de tiempo propia del circuito de inducido de la máquina según la relación:

$$T_a = \frac{X_2 + X}{2\pi f(R_a + R)}$$

Estas determinaciones se deben repetir para todas las máquinas conectadas a la red. Se llega de este modo a evaluar las constantes de tiempo según las cuales varían los valores instantáneos de las tensiones internas ficticias y de las cuales dependen los valores instantáneos de las corrientes de cortocircuito simétricas y unidireccionales, aportadas por cada una de las máquinas.-

1.6.5 - Funcionamientos en cortocircuito de una red: valores transitorios de las tensiones internas y de las corrientes simétricas.-

Supongamos conocer las condiciones de funcionamiento en carga (1.6.2) y en cortocircuito permanente (1.6.3) de todas las máquinas sincrónicas.

Evaluamos sucesivamente para cada máquina las tensiones internas transitorias iniciales:

$$E'_d(t) = (E'_d - E'_{d(\infty)}) e^{-t/T'_d} + E'_{d(\infty)}$$

y los valores finales a que tienden estas tensiones:

$$(E'_{d(\infty)} = E_{c\delta} - (X_d - X'_d) I_{d1} \quad (*)$$

.///.

.////.

NOTA

La caída de tensión incluida en esta depende de la corriente de secuencia positiva, porque la acción desmagnetizante de la reacción de inducido es debida solamente a esta corriente.

Los valores de las tensiones internas transitorias que se suceden en distintos instantes t , se obtienen aplicando las relaciones:

$$E'_d = U \cos \delta + X'_d I_{ld} = E_{c\delta} - (X_d - X'_d) I_{ld}$$

de las cuales se conocen todas las magnitudes una vez determinadas las constantes de tiempo T'_d con el procedimiento descrito en el paragrafo(1.6.4).-

Considerese el circuito examinado en el punto d) del paragrafo 1.6.3, sustituyanse las tensiones internas sincrónicas $E_{c\delta}$ y las reactancias sincrónicas no saturadas X_d por las tensiones internas transitorias E'_d y las reactancias transitorias directas X'_d , teniendo en cuenta que los vectores $E_{c\delta}$ y $E'_d(t)$ de cada máquina estan en fase. El circuito así obtenido sirve para determinar paso a paso los módulos y los argumentos de las magnitudes tomadas en consideración en el punto d) del paragrafo 1.6.3; obviamente los valores de los módulos así obtenidos de las corrientes y de las tensiones de las tres secuencias son transitorios y por lo tanto incluyen tanto las componentes transitorias, como permanentes.-

Para todos los instantes tomados en consideración, se realizan además las determinaciones que se han descrito en el punto e) del paragrafo 1.6.3. De esta manera resultan determinados en el tiempo los valores transitorios de las corrientes de cortocircuito de las tres secuencias tanto la variación en el tiempo de los valores transitorios de la tensión de secuencia positiva como de las caídas de tensión de secuencia negativa y cero.-

Estas magnitudes serán indicadas en los paragrafos siguientes con las notaciones:

$$\begin{array}{ccc} \bar{I}'_{d1i} & , & \bar{I}'_{d2i} & , & \bar{I}'_{doi} \\ \bar{E}'_{d1in} & , & \bar{E}'_{d2in} & , & \bar{E}'_{doin} \end{array}$$

1.6.6. - Funcionamiento en cortocircuito de una red: valores según los ejes directos de las componentes subtransitorias de las tensiones internas y de las corrientes simétricas.

Supongamos conocer las condiciones de funcionamiento en carga (1.6.2) y de funcionamiento en cortocircuito transitorio (1.6.5) de todas las máquinas sincrónicas.

Evaluamos sucesivamente las tensiones internas subtransitorias iniciales según los ejes directos:

.////.

.///.

$$E_d'' = U \cos \delta + X_d'' I_{ld} = E_{c\delta} - (X_d - X_d'') I_{ld} = E_d' - (X_d' - X_d'') I_{ld}$$

y los valores que asumirían estas tensiones si no existiesen los fenómenos subtransitorios y si se atribuyeran a las reactancias funcionales los valores de las subtransitorias directas:

$$X_d'' I_{d1}' = E_{d(\infty)}'' = E_d' - (X_d' - X_d'') I_{d1}'$$

Los valores de las componentes subtransitorias de las tensiones internas directas que se suceden en los distintos instantes (t) se obtienen aplicando las relaciones:

$$\Delta E_d''(t) = (E_d'' - E_{d(\infty)}'') e^{-t/T_d''}$$

de las cuales se conocen todas las magnitudes una vez determinadas las constantes de tiempo T_d'' con el procedimiento descrito en el paragrafo (1.6.4).-

Considerese el circuito tomado en examen en el punto d) del paragrafo (1.6.3), sustituyase en él las tensiones internas sincrónicas $E_{c\delta}$

y las reactancias sincrónicas no saturadas X_d , por las tensiones $\Delta E_d''(t)$ y las reactancias subtransitorias directas X_d'' , teniendo en cuenta que los vectores $\Delta E_d''$ y $E_{c\delta}$ de cada máquina están en fase. El circuito así obtenido sirve para determinar paso a paso los módulos y los argumentos de las componentes subtransitorias directas para las magnitudes tomadas en consideración en el punto d) del paragrafo (1.6.3).

Además para todos los instantes tomados en consideración se realizan las determinaciones que se han descrito en el punto e) del paragrafo (1.6.3). De tal manera resultan conocidos tanto la variación en el tiempo de las componentes subtransitorias directas de las corrientes de cortocircuito de las tres secuencias, como la variación en el tiempo de las componentes subtransitorias directas de la tensión a la secuencia positiva y las caídas de tensión a la secuencia negativa y cero. Estas magnitudes serán indicadas en los paragrafos siguientes con las notaciones:

$$\begin{aligned} \Delta I_{d1i}'' & , \quad \Delta I_{d2i}'' & , \quad \Delta I_{d0i}'' \\ \Delta E_{d1in}'' & , \quad \Delta E_{d2in}'' & , \quad \Delta E_{d0in}'' \end{aligned}$$

.///.

.///.

1.6.7 - Funcionamientos en cortocircuito de una red: valores según los ejes en cuadratura de las tensiones internas y de las corrientes simétricas.

Supongamos conocer siempre las condiciones de funcionamiento en carga (1.6.2) de todas las máquinas sincrónicas.

Evaluamos las tensiones internas subtransitorias iniciales según los ejes en cuadratura:

$$E_q'' = U \operatorname{sen} \delta - X_q'' I_{lq} = (X_q - X_q'') I_{lq}$$

Los valores de las tensiones internas subtransitorias según los ejes en cuadratura, que se suceden en distintos instantes, se obtienen aplicando las relaciones:

$$E_q''(t) = (X_q - X_q'') I_{lq} e^{-t/T_q''}$$

de las cuales se conocen todas las magnitudes, una vez determinadas las constantes de tiempo T_q'' con el procedimiento descrito en el paragrafo (1.6.4).

Considerese el circuito examinado en el punto d) del paragrafo (1.6.3), sustituyanse en él las tensiones internas sincrónicas $E_{c\delta}$ y las reactancias sincrónicas no saturadas X_d , por las tensiones internas subtransitorias $E_q''(t)$ y la reactancia subtransitoria X_q'' , teniendo en cuenta que los vectores E_q'' y $E_{c\delta}$ de cada máquina están en cuadratura. El circuito así obtenido sirve para determinar paso a paso los módulos y los argumentos de las componentes subtransitorias en cuadratura de las magnitudes consideradas en el punto d) del paragrafo (1.6.3).-

Efectuese además para todos los instantes considerados las determinaciones que se han descrito en el punto d) del paragrafo (1.6.3). De este modo resultan conocidos tanto la variación en el tiempo de los valores subtransitorios en cuadratura de las corrientes de cortocircuito de las tres secuencias, como la variación en el tiempo de los valores subtransitorios en cuadratura de la tensión a la secuencia positiva y de las caídas de tensión a la secuencia negativa y cero. Tales magnitudes se indicarán en los párrafos siguientes con las notaciones:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{q1i}'' & , \bar{I}_{q2i}'' & , \bar{I}_{q0i}'' \\ \bar{E}_{q1in}'' & , \bar{E}_{q2in}'' & , \bar{E}_{q0in}'' \end{aligned}$$

1.6.8 - Funcionamientos en cortocircuito de una red:

- valores eficaces de fase de las corrientes alternas simétricas.
- valores instantáneos de fase de las corriente unidireccionales.
- valores eficaces de fase de las corrientes alternas totales.

.///.

.///.

Los valores eficaces de la corriente alterna de las fases de una máquina sincrónica se pueden calcular para cada instante con los módulos de las componentes según los ejes directos y según los ejes en cuadratura, ambos expresados en valores eficaces. Precisamente:

$$I_{ai} = \sqrt{I_{adi}^2 + I_{aqi}^2}$$

$$I_{bi} = \sqrt{I_{bdi}^2 + I_{bqi}^2}$$

$$I_{ci} = \sqrt{I_{cdi}^2 + I_{cqi}^2}$$

Reescribimos aquí las expresiones de dichas componentes. Ellas se obtienen de las componentes subtransitorias (1.6.6 - 1.6.7) y de las corrientes transitorias (1.6.5) aplicando las relaciones vectoriales:

Componentes según los ejes directos

$$\bar{I}_{adi} = (\Delta \bar{I}_{d0i}'' + \bar{I}'_{d0i}) + (\Delta \bar{I}_{d1i}'' + \bar{I}'_{d1i}) + (\Delta \bar{I}_{d2i}'' + \bar{I}'_{d2i})$$

$$\bar{I}_{bdi} = (\Delta \bar{I}_{d0i}'' + \bar{I}'_{d0i}) + a^2 (\Delta \bar{I}_{d1i}'' + \bar{I}'_{d1i}) + a (\Delta \bar{I}_{d2i}'' + \bar{I}'_{d2i})$$

$$\bar{I}_{cdi} = (\Delta \bar{I}_{d0i}'' + \bar{I}'_{d0i}) + a (\Delta \bar{I}_{d1i}'' + \bar{I}'_{d1i}) + a^2 (\Delta \bar{I}_{d2i}'' + \bar{I}'_{d2i})$$

Componentes según los ejes en cuadratura

$$\bar{I}_{aqi} = \bar{I}''_{q0i} + \bar{I}''_{q1i} + \bar{I}''_{q2i}$$

$$\bar{I}_{bqi} = \bar{I}''_{q0i} + a^2 \bar{I}''_{q1i} + a \bar{I}''_{q2i}$$

$$\bar{I}_{cqi} = \bar{I}''_{q0i} + a \bar{I}''_{q1i} + a^2 \bar{I}''_{q2i}$$

Los valores iniciales de la corriente unidireccional de fase se pueden calcular de los valores iniciales subtransitorios simétricos sustrayendo a ellos los valores de la corriente que la máquina entregaba en el instante en que se estableció la falla. Precisamente.

$$I_{adc(0)} = \sqrt{2} \sqrt{(I_{adi}''(0) - I_{ald})^2 + (I_{aqi}''(0) - I_{alq})^2}$$

$$I_{bdc(0)} = \sqrt{2} \sqrt{(I_{bdi}''(0) - I_{bld})^2 + (I_{bqi}''(0) - I_{blq})^2}$$

$$I_{cdc(0)} = \sqrt{2} \sqrt{(I_{cdi}''(0) - I_{cld})^2 + (I_{cqi}''(0) - I_{clq})^2}$$

.///.

.///.

Los valores **iniciales** de las corrientes unidireccionales decrecen en el tiempo exponencialmente según la constante de tiempo T_a de la máquina en exámen (1.6.4).-

Los valores eficaces de la corriente total o asimétrica de fase se pueden calcular instante a instante con los módulos de las corrientes alternas y las corrientes unidireccionales, los primeros expresados en valores eficaces:

$$I_{ai}(\text{asim}) = \sqrt{I_{ai}^2 + I_{adci}^2}$$

$$I_{bi}(\text{asim}) = \sqrt{I_{bi}^2 + I_{bdci}^2}$$

$$I_{ci}(\text{asim}) = \sqrt{I_{ci}^2 + I_{cdci}^2}$$

Observaciones:

Para cada máquina sincrónica en funcionamiento antes del cortocircuito en carga existen dos instantes distintos de inicio del cortocircuito que tornan máximos los valores de la corriente alterna o de la unidireccional. A estos instantes corresponden dos valores particulares del ángulo ψ , se determinan trazando los diagramas vectoriales de Potier o de Blondel, como se indica en las figuras 10-11, completándolos con los vectores de las tensiones internas subtransitorias y transitorias. Los diagramas deben ser dispuestos de manera que conservan los defasajes existentes entre las tensiones de las distintas máquinas. Partiendo de una representación vectorial así obtenida, es posible aplicar las relaciones analíticas obtenidas y discutidas en los puntos c_1 y c_2 del paragrafo (1.5.2). El método usado para determinar los valores **iniciales** de las corrientes alternas de segunda armónica de las máquinas anisótropas. Estas corrientes quedan incluidas en las corrientes unidireccionales.-

1.6.9 - Relaciones vectoriales entre las corrientes alternas y unidireccionales de fase durante las fallas desequilibradas.

Falla entre dos fases aislada de tierra.-

En el punto de falla la corriente a la secuencia positiva tiene módulo igual y contrario a la corriente a la secuencia negativa, mientras es de valor nulo la corriente a la secuencia cero. En la fase no afectada por la falla por lo tanto la corriente alterna resulta de valor nulo, mientras en las otras dos fases estas corrientes resultan:

$$\bar{I}_{bxn} = a^2 \bar{I}_{1xn} + a \bar{I}_{2xn} = (a^2 - a) \bar{I}_{1xn} = -j\sqrt{3} \bar{I}_{1xn}$$

$$\bar{I}_{cxn} = a \bar{I}_{1xn} + a^2 \bar{I}_{2xn} = (a - a^2) \bar{I}_{1xn} = +j\sqrt{3} \bar{I}_{1xn}$$

.///.

.///.

Los ángulos entre las corrientes a los dos distintas secuencias se mantienen iguales, cualquiera sea el elemento de la red tomado en consideración.-

Al variar el elemento en cambio, varía la relación entre el módulo de la corriente de secuencia positiva y aquel de la corriente de secuencia negativa.-

Por lo tanto en cualquier elemento de la red en el cual resulte $I_2 = -kI_1$ las corrientes de las tres fases resultan:

$$\bar{I}_a = \bar{I}_1 - k\bar{I}_1 = (1 - k)\bar{I}_1$$

$$\bar{I}_b = \alpha^2 \bar{I}_1 - \alpha k \bar{I}_1 = -0,5(1 - k)\bar{I}_1 - i \frac{\sqrt{3}}{2} (1 + k)\bar{I}_1$$

$$\bar{I}_c = \alpha \bar{I}_1 - \alpha^2 k \bar{I}_1 = -0,5(1 - k)\bar{I}_1 + i \frac{\sqrt{3}}{2} (1 + k)\bar{I}_1$$

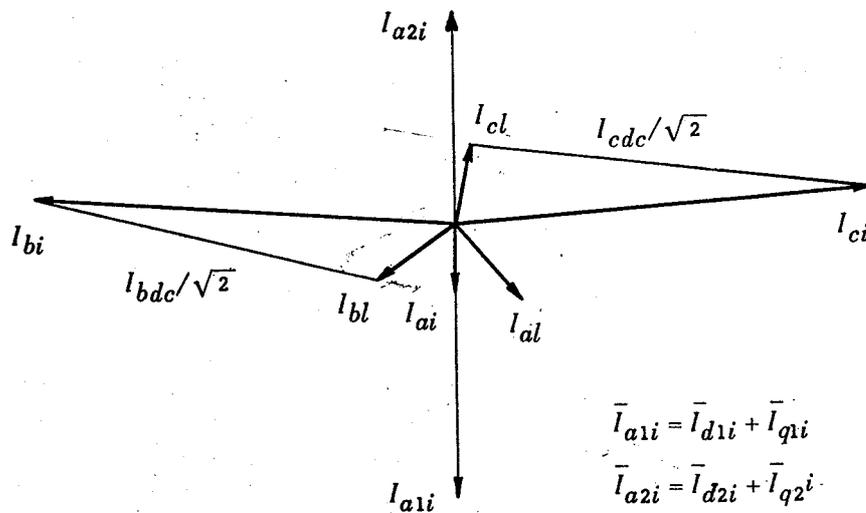


Fig. 14

y en módulo:

$$I_a = (1 - k)I_1$$

$$I_b = I_c = \sqrt{(1 + k + k^2)}I_1$$

.///.

.///.

En la fig. 14 se muestran las relaciones vectoriales que existen entre las corrientes alternas y las corrientes unidireccionales de las distintas fases.-

Falla entre dos fases y tierra.-

En el punto de falla la corriente de secuencia positiva es igual y contraria a la suma vectorial de las corrientes de secuencia negativa y cero:

$$\bar{I}_{1xn} = -(\bar{I}_{2xn} + \bar{I}_{0xn})$$

Por lo tanto la corriente alterna de la fase no afectada por la falla resulta nula, mientras estas corrientes en las otras dos fases resultan:

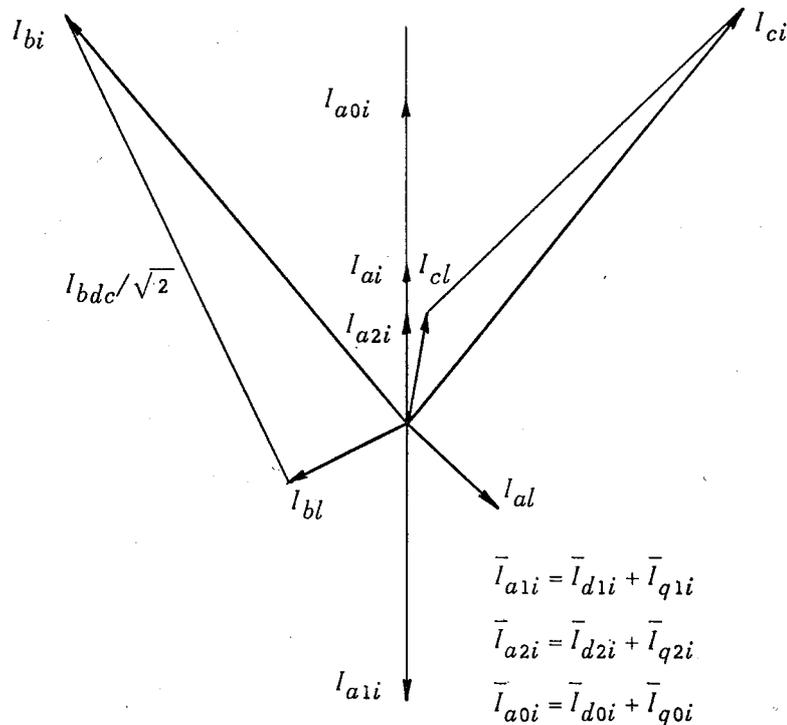


Fig. 15

$$\bar{I}_{b xn} = 1,5 \bar{I}_{0 xn} + i\sqrt{3} \bar{I}_{2 xn} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \bar{I}_{0 xn}$$

$$\bar{I}_{c xn} = 1,5 \bar{I}_{0 xn} - i\sqrt{3} \bar{I}_{2 xn} - i \frac{\sqrt{3}}{2} \bar{I}_{0 xn}$$

.///.

.///.

Los ángulos entre las corrientes de las tres secuencias se mantienen idénticas cualquiera sea el elemento de la red considerado, mientras el módulo de la suma de las corrientes a la secuencia negativa y de secuencia cero no es igual al módulo de la corriente a la secuencia negativa.-

Con referencia a una red en la cual en el punto de la falla la corriente de secuencia negativa está en fase con la corriente de secuencia cero, las corrientes alternas y las corrientes unidireccionales de las fases de un genérico elemento satisfacen las relaciones vectoriales mostradas en la fig. 15.-

Falla entre una fase y tierra.

En el punto de falla las corrientes de secuencia positiva, negativa y cero están en fase entre sí y son iguales en módulo. Por lo tanto

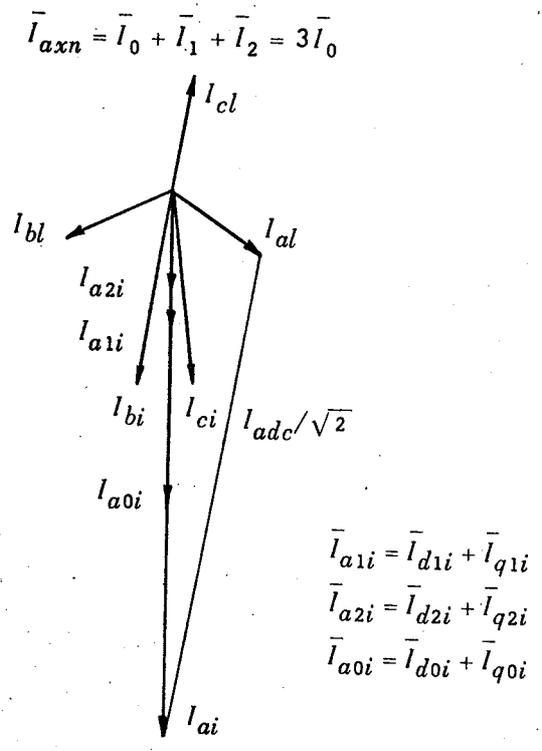


Fig. 16

en las dos fases no afectadas por la falla, las corrientes alternas resultan de valor nulo, mientras en la fase con falla la corriente resulta:

$$\bar{I}_{axn} = \bar{I}_0 + \bar{I}_1 + \bar{I}_2 = 3\bar{I}_0$$

.///.

.///.

Los ángulos entre las corrientes de las tres secuencias se mantienen inalterables cualquiera sea el elemento de la red, mientras los módulos de las corrientes a las tres secuencias son generalmente distintos entre sí.-

En la fig. 16 se muestran las relaciones vectoriales de las corrientes alternas y unidireccionales de un elemento genérico.-

1.7 - FALLA TRIFASICA DE UNA RED ALIMENTADA POR UNA MAQUINA SINCRONICA CUANDO LOS EFECTOS DE LAS RESISTENCIAS NO SON DESPRECIABLES.

1.7.1 - Generalidades.

Cuando los circuitos presentan resistencia cuyos valores limitan apreciablemente las corrientes de cortocircuito, no pueden aplicarse los métodos examinados en los paragrafos precedentes. Hasta ahora en efecto se han ejecutado los cálculos considerando de valor despreciable todas las resistencias respecto de las reactancias, mientras que las resistencias han sido tomadas en consideración solamente para evaluar las constantes de tiempo de las corrientes unidireccionales y las corrientes de segunda armónica.

Al caso en estudio se puede aplicar el método, descrito a continuación, basado en la utilización del circuito equivalente de una máquina ficticia.-

Por simplicidad en el desarrollo consideramos una red alimentada por una máquina sincrónica: la falla es trifásica y situada en un punto cualquiera de la red. Evaluemos inicialmente la impedancia vista desde el punto de falla respecto a los terminales de la máquina misma y equivalente a los circuitos externos. Separemos el parámetro resistivo (R_{est}) de la impedancia del inductivo (X_{est}).

Sustituyamos la máquina real y la red externa con una máquina ficticia. Las constantes funcionales de esta máquina real ($X_d, X_q, X'_d, X''_d, X''_q$) aumentadas en el valor de la reactancia externa. En consecuencia la carga no puede ser mas que resistiva e igual a la disipada por la resistencia del inducido (R_a) de la máquina real y por la resistencia externa.;

La tensión en los terminales de la máquina ficticia resulta igual a la tensión aplicada al elemento resistivo. La corriente resulta defasada respecto a la fuerza electro-motriz interna y presenta dos componentes de valor no nulo: una según el eje directo y otra según el eje en cuadratura. La componente alterna directa de la corriente causa caídas de tensión en las reactancias funcionales según el eje directo ($X_{est} + X_d$), ($X_{est} + X'_d$), ($X_{est} + X''_d$). La componente alterna en cuadratura de la corriente causa en cambio caídas de tensión en las reactancias funcionales según el eje en cuadratura ($X_{est} + X_q$), ($X_{est} + X''_q$).

.///.

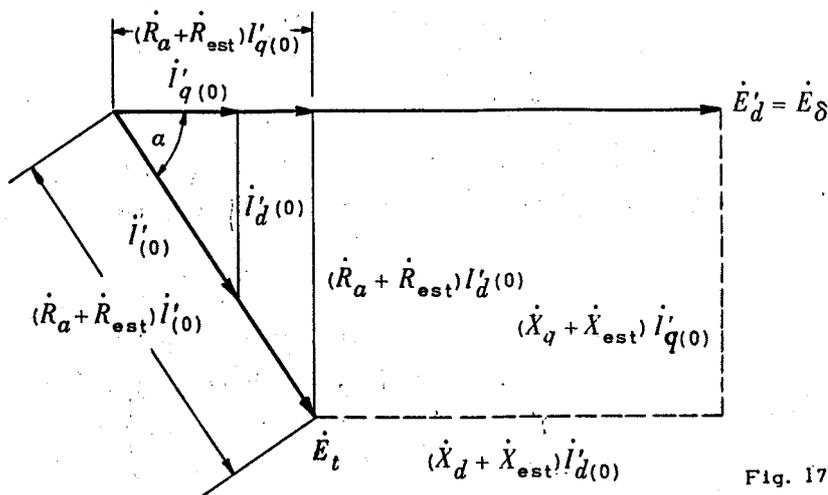


Fig. 17

1.7.2 - Determinación de la corriente total asimétrica.-

Para simplificar el desarrollo, haremos referencia a una máquina; sin espiras de amortiguamiento funcionando en vacío, antes de que se establezca el cortocircuito. De la fig. 17, en la cual E es la tensión de funcionamiento en vacío perteneciente a la característica rectilínea, $I'_{(0)}$ es el valor inicial de la corriente alterna de cortocircuito y E_t el valor de la tensión en los terminales de la máquina ficticia en el instante inicial del cortocircuito, se obtienen las siguientes relaciones:

$$i'_{d(0)} = i'_{(0)} \operatorname{sen} \alpha = \frac{\dot{E}_t \operatorname{sen} \alpha}{(\dot{R}_a + \dot{R}_{\text{est}})}$$

$$i'_{q(0)} = i'_{(0)} \operatorname{cos} \alpha = \frac{\dot{E}_t \operatorname{cos} \alpha}{(\dot{R}_a + \dot{R}_{\text{est}})}$$

$$\dot{E}'_d = \dot{E}_t \operatorname{cos} \alpha + i'_{d(0)} (\dot{X}'_d + \dot{X}_{\text{est}}) = \dot{E}_t \operatorname{cos} \alpha + \dot{E}_t \operatorname{sen} \alpha \frac{(\dot{X}'_d + \dot{X}_{\text{est}})}{(\dot{R}_a + \dot{R}_{\text{est}})}$$

$$i'_{q(0)} (\dot{X}_q + \dot{X}_{\text{est}}) = \dot{E}_t \operatorname{sen} \alpha = \dot{E}_t \frac{(\dot{X}_q + \dot{X}_{\text{est}})}{(\dot{R}_a + \dot{R}_{\text{est}})} \operatorname{cos} \alpha$$

$$\operatorname{tan} \alpha = \frac{(\dot{X}_q + \dot{X}_{\text{est}})}{(\dot{R}_a + \dot{R}_{\text{est}})}$$

$$\operatorname{cos} \alpha = \frac{(\dot{R}_a + \dot{R}_{\text{est}})}{\sqrt{(\dot{R}_a + \dot{R}_{\text{est}})^2 + (\dot{X}_q + \dot{X}_{\text{est}})^2}}$$

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{(\dot{X}_q + \dot{X}_{\text{est}})}{\sqrt{(\dot{R}_a + \dot{R}_{\text{est}})^2 + (\dot{X}_q + \dot{X}_{\text{est}})^2}}$$

$$[1] \quad \dot{E}_t = \dot{E}'_d (\dot{R}_a + \dot{R}_{\text{est}}) \frac{\sqrt{(\dot{R}_a + \dot{R}_{\text{est}})^2 + (\dot{X}_q + \dot{X}_{\text{est}})^2}}{(\dot{R}_a + \dot{R}_{\text{est}})^2 + (\dot{X}'_d + \dot{X}_{\text{est}})(\dot{X}_q + \dot{X}_{\text{est}})}$$

$$[2] \quad i'_{(0)} = \dot{E}'_d \frac{\sqrt{(\dot{R}_a + \dot{R}_{\text{est}})^2 + (\dot{X}_q + \dot{X}_{\text{est}})^2}}{(\dot{R}_a + \dot{R}_{\text{est}})^2 + (\dot{X}'_d + \dot{X}_{\text{est}})(\dot{X}_q + \dot{X}_{\text{est}})}$$

.//.

Análoga relación puede escribirse para el valor permanente de la corriente de cortocircuito:

$$[3] \quad i = \dot{E}'_d \frac{\sqrt{(\dot{R}_a + \dot{R}_{est})^2 + (\dot{X}_q + \dot{X}_{est})^2}}{(\dot{R}_a + \dot{R}_{est})^2 + (\dot{X}_d + \dot{X}_{est})(\dot{X}_q + \dot{X}_{est})}$$

Las componentes según el eje directo de la corriente inicial transitoria y de la corriente permanente resultan:

$$[4] \quad i'_{d(0)} = i'_{(0)} \text{sen } \alpha = \dot{E}'_d \frac{(\dot{X}_q + \dot{X}_{est})}{(\dot{R}_a + \dot{R}_{est})^2 + (\dot{X}_d + \dot{X}_{est})(\dot{X}_q + \dot{X}_{est})}$$

$$[5] \quad i_d = i \text{sen } \alpha = \dot{E}'_d \frac{(\dot{X}_q + \dot{X}_{est})}{(\dot{R}_a + \dot{R}_{est})^2 + (\dot{X}_d + \dot{X}_{est})(\dot{X}_q + \dot{X}_{est})}$$

La corriente unidireccional de cortocircuito presenta un valor inicial igual y contrario al inicial de la corriente alterna; en la condición de máxima asimetría es igual a $\sqrt{2} I'_{(0)}$. La componente transitoria de la corriente alterna y la corriente unidireccional decrecen según constantes de tiempo que dependen de los parámetros de la máquina y de los circuitos externos.-

Refiriéndonos a las consideraciones desarrolladas en el paragrafo 1.2.5, nota III, advertimos que en el instante en que se establece un cortocircuito en red, la corriente de excitación unidireccional de la máquina sincrónica sufre un incremento cuyo valor relativo es igual a:

$$[6] \quad \Delta i_{ecc} = i'_{d(0)} [(\dot{X}_d + \dot{X}_{est}) - (\dot{X}'_d + \dot{X}_{est})]$$

En el caso en estudio la relación (6) resulta:

$$\Delta i_{ecc} = \dot{E}'_d \frac{(\dot{X}_d - \dot{X}'_d)(\dot{X}_q + \dot{X}_{est})}{(\dot{R}_a + \dot{R}_{est})^2 + (\dot{X}'_d + \dot{X}_{est})(\dot{X}_q + \dot{X}_{est})}$$

y por lo tanto en el instante inicial del cortocircuito el valor relativo de la corriente de excitación resulta igual a:

$$[7] \quad \begin{aligned} i_{ecc(0)} &= \dot{E}'_d + \dot{E}'_d \frac{(\dot{X}_d - \dot{X}'_d)(\dot{X}_q + \dot{X}_{est})}{(\dot{R}_a + \dot{R}_{est})^2 + (\dot{X}'_d + \dot{X}_{est})(\dot{X}_q + \dot{X}_{est})} \\ &= \dot{E}'_d \left[1 + \frac{(\dot{X}_d - \dot{X}'_d)(\dot{X}_q + \dot{X}_{est})}{(\dot{R}_a + \dot{R}_{est})^2 + (\dot{X}'_d + \dot{X}_{est})(\dot{X}_q + \dot{X}_{est})} \right] \\ &= \dot{E}'_d \left[\frac{(\dot{R}_a + \dot{R}_{est})^2 + (\dot{X}_d + \dot{X}_{est})(\dot{X}_q + \dot{X}_{est})}{(\dot{R}_a + \dot{R}_{est})^2 + (\dot{X}'_d + \dot{X}_{est})(\dot{X}_q + \dot{X}_{est})} \right] \end{aligned}$$

.///.

.///.

La constante de tiempo de la componente transitoria de la corriente alterna es proporcional a la constante de tiempo en vacío de la máquina y a la relación entre el valor asumido por la corriente de excitación antes y después del inicio del cortocircuito.

Por lo tanto:

$$[8] \quad T'_d = T'_{d0} \frac{(\dot{R}_a + \dot{R}_{est})^2 + (\dot{X}'_d + \dot{X}_{est})(\dot{X}'_q + \dot{X}_{est})}{(\dot{R}_a + \dot{R}_{est})^2 + (\dot{X}'_d + \dot{X}_{est})(\dot{X}'_q + \dot{X}_{est})}$$

La constante de tiempo de la corriente unidireccional de cortocircuito depende solamente de los parámetros de inducido y de los circuitos a él conectados. Se obtiene con la relación:

$$[9] \quad T_a = \frac{(X_2 + X_{est})}{2\pi f(R_a + R_{est})}$$

Los valores eficaces de las corrientes alternas de cortocircuito se obtienen en cambio componiendo los valores eficaces transitorios (2) y permanentes (3).-

$$I = [(i'_{(0)} - i) e^{-t/T'_d} + i] I_n$$

Los valores instantáneos de las corrientes alternas de cortocircuito referidos a un instante genérico de inicio del cortocircuito, se expresan para las tres fases con las relaciones:

$$[10a] \quad i_a = -\sqrt{2}l \operatorname{sen}(\omega t + \psi - a)$$

$$[10b] \quad i_b = -\sqrt{2}l \operatorname{sen}\left(\omega t + \psi - a - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$[10c] \quad i_c = -\sqrt{2}l \operatorname{sen}\left(\omega t + \psi - a + \frac{2\pi}{3}\right)$$

Las corrientes alternas de las tres fases compuestas con las respectivas corrientes unidireccionales con los valores instantáneos de las corrientes totales asimétricas. Y precisamente:

$$[11a] \quad i_a = -\sqrt{2}l \operatorname{sen}(\omega t + \psi - a) + \sqrt{2}l'_{(0)} \operatorname{sen}(\psi - a) e^{-t/T_a}$$

$$[11b] \quad i_b = -\sqrt{2}l \operatorname{sen}\left(\omega t + \psi - a - \frac{2\pi}{3}\right) + \sqrt{2}l'_{(0)} \operatorname{sen}\left(\psi - a - \frac{2\pi}{3}\right) e^{-t/T_a}$$

$$[11c] \quad i_c = -\sqrt{2}l \operatorname{sen}\left(\omega t + \psi - a + \frac{2\pi}{3}\right) + \sqrt{2}l'_{(0)} \operatorname{sen}\left(\psi - a + \frac{2\pi}{3}\right) e^{-t/T_a}$$

El método de cálculo presentado en este paragrafo se puede extender al caso en que la máquina funcionaba en carga antes del cortocircuito. En tal caso, los valores de las tensiones internas deben ser calculados en función de la carga, porque de la carga depende el valor inicial transitorio y el valor permanente de la corriente alterna de cortocircuito.-

.///.

.///.

$$\dot{E}_{c\delta} \neq \dot{U} = \dot{U} \cos \delta + \dot{X}_d \dot{I}_{ld}$$

$$\dot{E}'_d \neq \dot{U} = \dot{E}_{c\delta} - (\dot{X}_d - \dot{X}'_d) \dot{I}_{ld}$$

La corriente unidireccional se calcula como diferencia vectorial entre los valores máximos de la corriente transitoria inicial y de carga. Debe además notarse que para las máquinas sincrónicas con espiras de amortiguamiento es necesario calcular las componentes subtransitorias: esto implica el cálculo de las tensiones internas subtransitorias directas y en cuadratura. Pero cuando la impedancia equivalente a los circuitos externos es de valor preponderante respecto a las reactancias funcionales (subtransitoria y transitoria) la componente subtransitoria alterna resulta despreciable en valor y duración.-

FUNCIONAMIENTO EN CORTOCIRCUITO DE LAS MAQUINAS SINCRONICAS

CC-02.PDF

2	Efectos de las variaciones de la excitacion sobre las corrientes en las fases del inducido	84 / 91
----------	---	----------------

2. EFECTOS DE LAS VARIACIONES DE LA EXCITACION SOBRE LAS CORRIENTES DE CORTOCIRCUITO EN LAS FASES DEL INDUCIDO.

2.1 Generalidades.

En los paragrafos precedentes se ha supuesto que durante los cortocircuitos la tensión aplicada al circuito inductor de la máquina sincrónica mantenga su valor constante. Y esto por todo el tiempo comprendido entre dos regímenes de funcionamiento permanentes. En realidad en el instante en que se establece una falla en el exterior del inducido de una máquina, varían simultáneamente las tensiones en los terminales y la tensión de excitación: en efecto las máquinas están equipadas con reguladores de tensión. Con los normales reguladores automáticos varía apreciablemente la tensión de excitación solo en lapsos del orden del décimo de segundo. Y por lo tanto se puede considerar que las variaciones influyen solamente sobre las componentes transitorias y permanentes de la corriente de inducido.-

La corriente transitoria de cortocircuito de la máquina, con tensión de excitación constante, se puede calcular atribuyendo a la reactancia funcional el valor transitorio directo y a la tensión interna el de la tensión interna transitoria:

$$[1] \quad E'_d(t) = (E'_d - E'_{d(\infty)}) e^{-t/T'_d} + E'_{d(\infty)}$$

$$[2] \quad E'_d = E_c \delta - (X_d - X'_d) I_d$$

$$[3] \quad E'_{d(\infty)} = E_c \delta - (X_d - X'_d) I_d = \text{constante}$$

$$[4] \quad I_d = \frac{E_c \delta}{X_d} = \text{constante}$$

La función $E'_d(t)$ a su vez puede ser representada graficamente con la construcción (trazada en la fig. 18) basada sobre la propiedad de las tangentes y sobre la expresión de las derivadas:

$$[5] \quad \frac{dE'_d(t)}{dt} = - \frac{E'_d(t) - E'_{d\infty}}{T'_d} = \tan \alpha_i$$

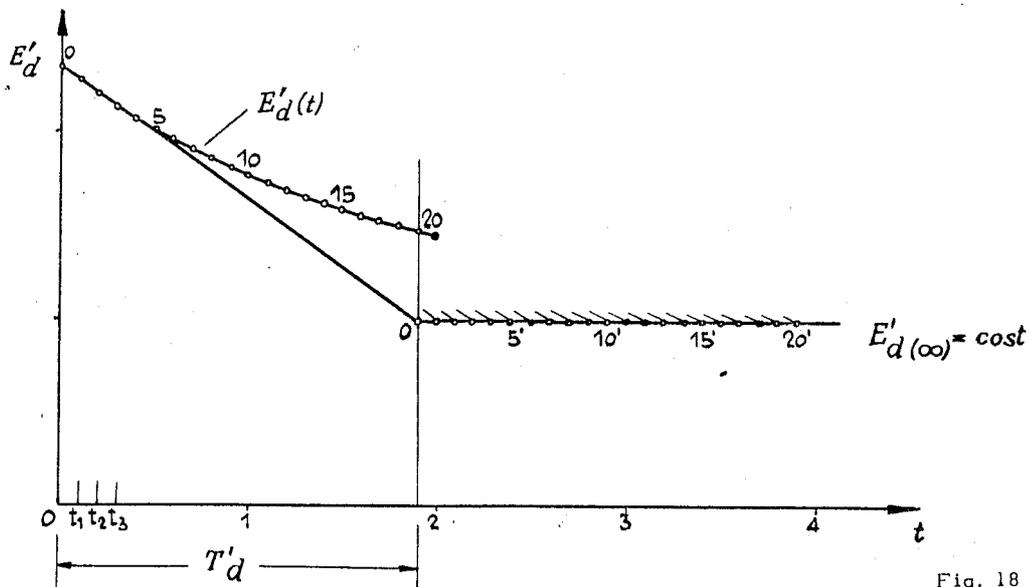


Fig. 18

La corriente alterna transitoria de cortocircuito de una máquina que posee un regulador automático de tensión, se puede calcular de modo analogo al del caso precedente. Es necesario calcular oportunamente los valores instantáneos asumidos por la tensión interna $E'_{d\infty}$ a continuación de la actuación del regulador. A partir del instante ϵ_n que interviene el regulador, la tensión de excitación e_x varía según una ley característica de la excitatriz.

Obviamente las variaciones influyen sobre los valores instantáneos de la corriente de excitación. De estos valores dependen: la tensión interna sincrónica $E_{c\delta}$, la corriente de cortocircuito permanente I_d y en consecuencia la tensión interna transitoria $E'_d(\infty)$.

Si se consideran unitarios los valores de la corriente y de la tensión de excitación, para los cuales corresponde sobre la característica rectilínea de entrehierro la tensión nominal, los valores relativos asumidos en el tiempo por la tensión de excitación coinciden con los de la tensión interna sincrónica $\dot{e}_x = \dot{E}_{c\delta}$. Por lo tanto de una función particular $e_x(t)$ y con referencia a un lapso determinado, la relación (4) permite calcular el valor instantáneo de la corriente de cortocircuito permanente I_d y a continuación la relación (3), el correspondiente valor instantáneo de la función $E'_d(\infty)(t)$. El valor instantáneo de la función $E'_d(\infty)(t)$, determinado de este modo, no es simultaneo con el valor de la tensión $e_x(t)$ introducido en el cálculo. En efecto variando la tensión

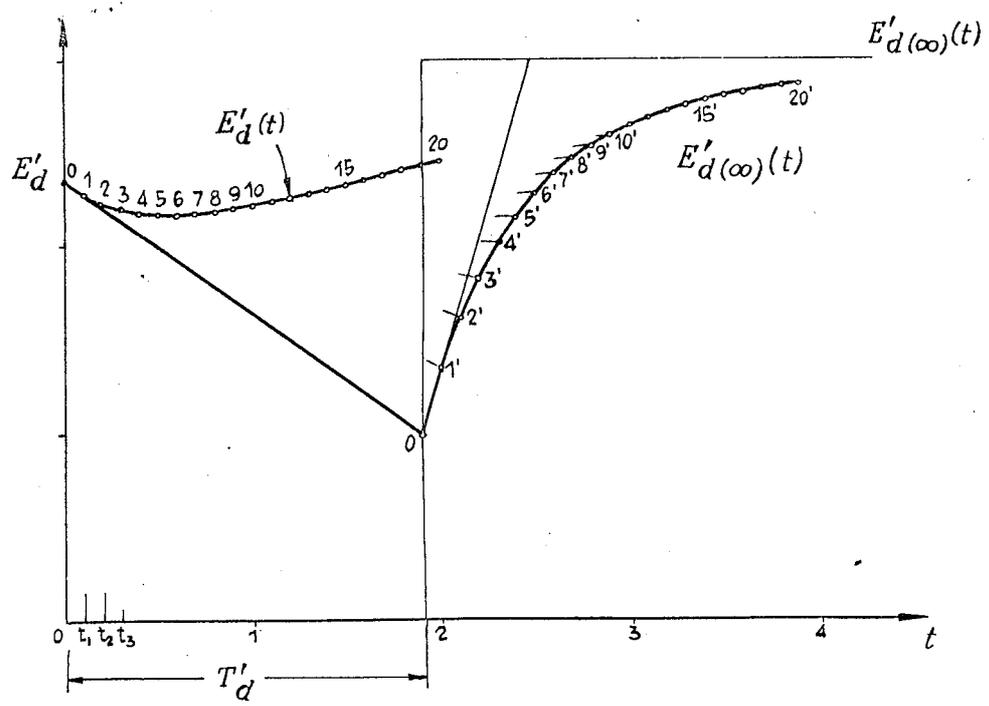


Fig. 19

de excitación, la corriente de excitación y consiguientemente la tensión interna sincrónica $E_{c\delta}$ no podrán asumir instantáneamente los valores correspondientes a régimen, pero variarán según leyes exponenciales. La constante de tiempo de tales funciones, dependerá de la resistencia y de la reactancia del circuito inductor correspondiente a la efectiva condición de funcionamiento.-

Para el caso estudiado, la constante de tiempo será aquella correspondiente al funcionamiento en cortocircuito; por lo tanto resulta igual a la constante de tiempo T'_d según la cual varía también la componente transitoria de la corriente de cortocircuito. La correspondencia permite determinar la función $E'_d(t)$ con el método gráfico mostrado en la fig. 19: método que se puede considerar como extensión del presentado en la fig. 18.-

2.2 Determinación de las variaciones de la tensión de excitación.

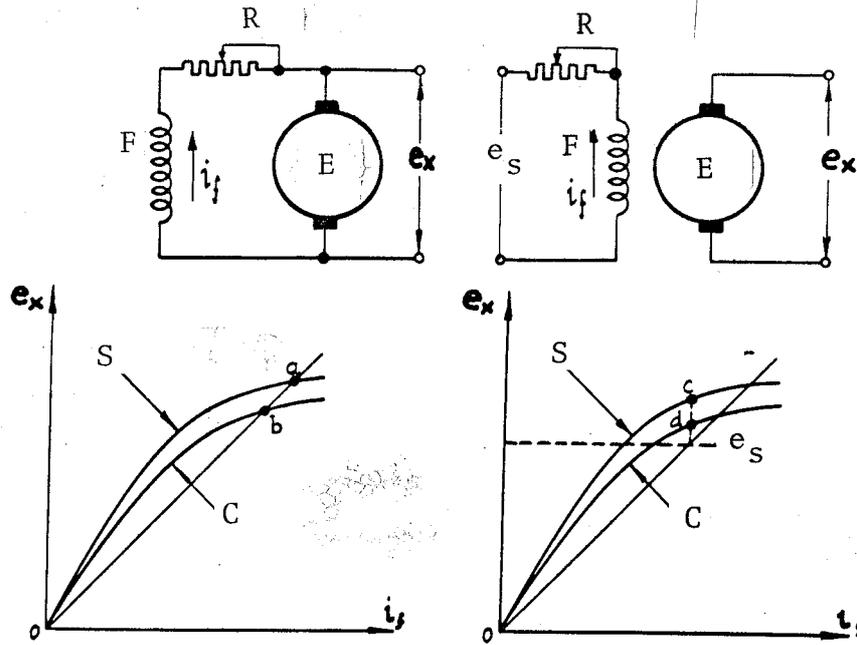
El método de cálculo de la corriente transitoria de cortocircuito de una máquina sincrónica referido en el paragrafo (2.1), requiere el empleo de la característica tensión de excitación-tiempo $e_x(t)$.

Las máquinas sincrónicas son excitadas por máquinas de corriente continua rotantes o estáticas. Las excitatrices rotantes comúnmente utilizadas son máquinas tradicionales con excitación en derivación o independiente, con o sin arrollamientos de compensación. Se emplean también las metadínamos y máquinas con arrollamientos diferenciales del inducido o con tres arrollamientos inductores, de los cuales uno conectado en derivación con el inducido y los otros dos excitados independientemente. Las excitatrices estaticas son electrónicas.

Con referencia a las máquinas de corriente continua tradicionales, cuando la excitatriz principal a su vez está excitada en derivación, el circuito del inductor tiene en serie la resistencia sobre la cual actúa el regulador de tensión y está conectado en derivación con el circuito del inducido. Cuando en cambio la excitatriz principal está a su vez excitada independientemente, el circuito inductor tiene en serie la resistencia de regulación y está conectado a una excitatriz piloto de tensión constante.

Para un valor asigando de la resistencia total del circuito del inductor los puntos de funcionamiento a régimen de las excitatrices se indican en la fig. 20.

Los funcionamientos dinámicos resultantes de las variaciones de la resistencia de regulación, se estudian determinando la respuesta de la excitatriz, es decir la ley según la cual varía en el tiempo la tensión del inducido.-



Referencias:

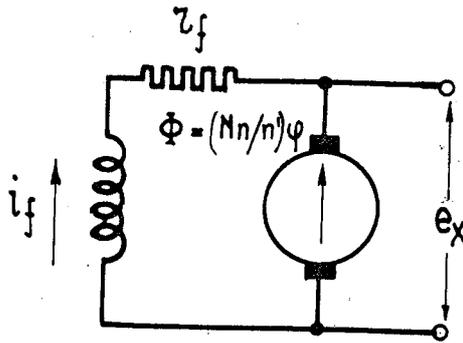
- R Reostato de campo.
- F campo de excitación.
- E Excitatriz principal.
- S curva de saturación en vacío
- C curva de saturación en carga sobre resistencia de carga constante.
- e_s Tensión de la excitatriz piloto
- a, c) Puntos de funcionamiento en vacío para maquinas con excitación en derivación e independiente.
- b, d) Puntos de funcionamiento en regimen sobre carga constante para maquinas con excitación en derivación e independiente.

Fig. 20

La respuesta de una excitatriz a su vez excitada en derivación, cuando funciona en vacío, se calcula en base a las relaciones y a los desarrollos que siguen.

Hagase referencia al esquema de la fig. 21, indíquense las magnitudes y los parámetros del inductor y del inducido con los símbolos indicados en la figura, el valor instantáneo de la tensión del inducido resulta:

$$[6] \quad e_x = r_f i_f + (Nn/n') d\phi/dt = r_f i_f + d\phi/dt$$



- N número de espiras por circuito por polo
- n' número de los circuitos por polo conectados en paralelo
- n número de polos
- Φ flujo por polo

Fig. 21

El flujo total por polo Φ es la suma de dos componentes: el flujo útil de entrehierro y el de dispersión. El flujo útil Φ_u es proporcional a la correspondiente tensión del inducido en vacío y el factor de proporcionalidad se puede definir con la relación entre el flujo útil a la tensión nominal y la tensión nominal $k_u = \Phi_{un} / e_n$.

Despreciando la saturación del hierro de las expansiones polares y de los yugos, el flujo de dispersión Φ_{di} es proporcional a la corriente de excitación y el factor de proporcionalidad se puede definir con la relación entre el flujo disperso en el funcionamiento a la tensión nominal y la corriente de excitación correspondiente

$$k_i = \Phi_{din} / i_{fn}$$

Por lo tanto el flujo total por polo resulta:

$$\Phi = \Phi_u + \Phi_{di} = k_u e_x + k_i i_f$$

y en consecuencia el flujo \emptyset concatenado con cada circuito inductor es igual:

$$[7] \quad \emptyset = (Nn/n')\Phi = (Nn/n')(k_u e_x + k_i i_f)$$

Para distintos valores de la tensión e_x y de los correspondientes valores de la corriente de excitación i_f , es posible calcular los valores de los flujos $(Nn/n')\Phi_u$, $(Nn/n')\Phi_{di}$, \emptyset y trazar por puntos las características de la fig. 22. En el funcionamiento dinámico las variaciones $d\emptyset/dt$ del flujo, iguales a las tensiones $(e_x - r_f i_f)$, corresponden en la fig. 22. a las ordenadas comprendidas entre la curva de saturación en vacío y la recta que representa la caída de tensión en la resistencia del inductor. La intersección entre la curva saturación en vacío y en recta $r_f i_f$ es un punto para el cual $e_x - r_f i_f = 0$ y caracteriza el punto de funcionamiento estable. De la ecuación (6) se puede obtener la expresión diferencial.

$$dt = \frac{d\Phi}{(e_x - r_f i_f)}$$

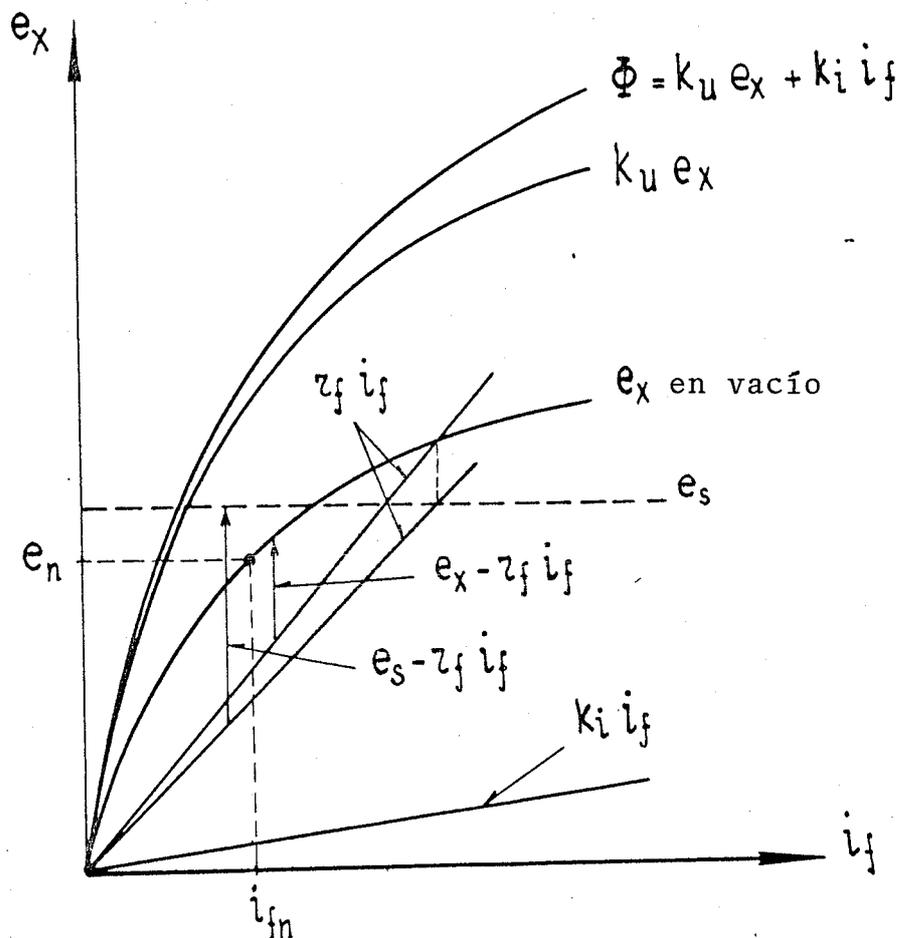


Fig. 22

y obtener de ella por integraci\u00f3n la funci\u00f3n t del flujo ϕ

$$[8] \quad t = \int_0^t dt = \int_{\phi_i}^{\phi} \frac{d\phi}{(e_x - r_f i_f)}$$

La (8) permite obtener la funci\u00f3n e_x del tiempo. Si se emplea por ejemplo el m\u00e9todo paso a paso el desarrollo del c\u00e1lculo, se puede realizar como se indica en forma de tabla en la fig. 23.

Cuando al inducido de la excitatriz se aplica una carga, la tensi\u00f3n en los terminales de la m\u00e1quina difiere de la tensi\u00f3n en vac\u00edo. Y esto porque la fuerza magneto-motriz de reacci\u00f3n del inducido a lo largo de la expansi\u00f3n polar tiene una distribuci\u00f3n lineal, sim\u00e9trica respecto al eje de los polos que se compone con la fuerza magneto-motriz del inductor y hace desuniforme la distribuci\u00f3n del flujo a lo largo del arco polar. La diferencia de la tensi\u00f3n en carga respecto a la tensi\u00f3n en vac\u00edo que resulta, es en parte compensada por los arrollamientos de compensaci\u00f3n oportunamente dispuestos sobre cada polo. El flujo de estos arrollamientos se opone al de la fuerza magneto-motriz de reacci\u00f3n del inducido. En el funcionamiento en carga en cambio la tensi\u00f3n interna del inducido difiere de la tensi\u00f3n de los terminales de la m\u00e1quina tambi\u00e9n por las ca\u00eddas de tensi\u00f3n en la resistencia del inducido y de las escobillas. Por lo tanto en el funcionamiento de la m\u00e1quina en carga, la respuesta de la excitatriz se debe determinar calculando para cada tensi\u00f3n en bornes las tensiones internas del inducido, valorando despu\u00e9s las corrientes de excitaci\u00f3n sobre la curva de tales tensiones internas (fig.24).

e_x	i_f	$(Nn/n')k_u e_x$	$(Nn/n')k_i i_f$	Φ	$r_f i_f$	$e_x - r_f i_f$	$1/(e_x - r_f i_f) = dt/d\Phi$	$\Delta\Phi$ $\Phi_{n+1} - \Phi_n$	$\Delta\delta m = (\delta_n + \delta_{n+1})/2$	Δt $\Delta\Phi \cdot \Delta\delta m$	t
		a	β	$a + \beta$		γ	$\delta = 1/\gamma$				$\Sigma \Delta t$
e_{x1}	i_{f1}	a_1	β_1	Φ_1	$r_{f1} i_{f1}$	γ_1	δ_1	-	-	-	0
e_{x2}	i_{f2}	a_2	β_2	Φ_2	$r_{f2} i_{f2}$	γ_2	δ_2	$\Phi_2 - \Phi_1$	$(\delta_1 + \delta_2)/2$	Δt_1	$t_1 = \Delta t_1$
e_{x3}	i_{f3}	a_3	β_3	Φ_3	$r_{f3} i_{f3}$	γ_3	δ_3	$\Phi_3 - \Phi_2$	$(\delta_2 + \delta_3)/2$	Δt_2	$t_2 = \Delta t_2$

Fig. 23

Los valores de las tensiones internas y de las corrientes de excitación de esta manera determinadas, se introducen en los cálculos de los flujos Φ_u , Φ_{di} , Φ y de la función $dt/d\Phi$.

La respuesta de tensión en el funcionamiento en vacío de las máquinas con excitación independiente se calcula con relaciones y procedimientos análogos a aquellos citados para las máquinas excitadas en derivación. Es necesario sin embargo tener presente que el funcionamiento de los dos tipos de máquinas difieren. La tensión aplicada al inductor en el caso precedentemente tratado en efecto, es igual a la tensión e_x del inducido de la excitatriz principal y en el caso en examen e_s es igual a la tensión e_s del inducido de la excitatriz piloto. Las tensiones $d\Phi/dt$ que corresponden a las variaciones del flujo concatenado con los circuitos del inductor, son iguales a:

$$e_s - r_f i_f$$

e_s es una tensión constante en el tiempo como representada en la figura 22.

La respuesta de tensión en el funcionamiento en carga se puede calcular incluyendo la resistencia del inducido en la resistencia del inductor y determinando la tensión interna para cada valor de tensión en bornes, y sobre la curva de las tensiones internas la corriente de excitación. Los arrollamientos de compensación hacen los efectos de la fuerza magneto-motriz de reacción del inducido casi desprecia-

bles. La respuesta de tensión de las excitatrices con excitación independiente resulta mas rápida de aquella de las excitatrices con excitación en derivación.

Generalmente las características de respuesta de los dos tipos de excitatrices satisfacen relaciones que pueden ser puestas bajo la siguiente forma:

$$e_x = e_\infty - (e_\infty - e_0) e^{-t/T_e}$$

e_∞ valor final al cual tiende la tensión de excitación

e_0 valor inicial de la tensión de excitación

T_e constante de tiempo característica del conjunto excitatrices regulador.

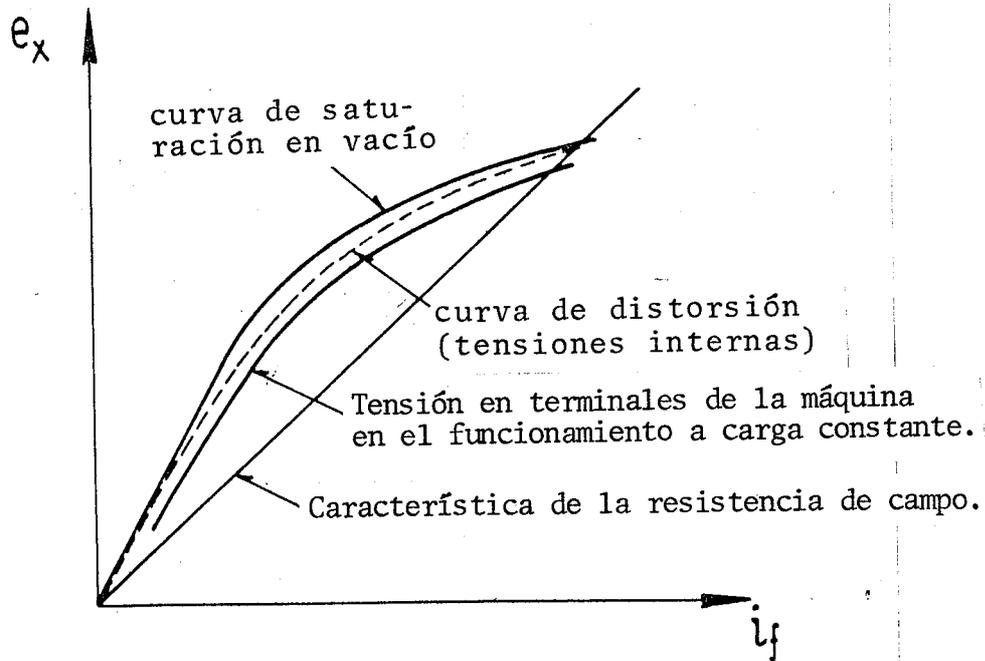


Fig. 24

FUNCIONAMIENTO EN CORTOCIRCUITO DE LAS MAQUINAS SINCRONICAS

CC-03.PDF

3	La maquina ideal de Park	92 / 114
----------	---------------------------------	-----------------

3. LA MAQUINA IDEAL DE PARK.

3.1 Generalidades

Se toma en consideración la fig. 25a, que esquematiza una máquina trifásica con rotor bipolar a polos salientes.

En el estator se han dispuesto tres arrollamientos simples, conectados en estrella, distribuidos de manera de presentar los ejes magnéticos desfasados entre sí de 120 grados eléctricos y las fuerzas magneto-motrices de fase distribuidas sinusoidalmente.

Sobre el rotor está dispuesto el arrollamiento de excitación que termina, por intermedio de un colector de anillos, en dos escobillas fijas, y una jaula amortiguadora formada por dos barras por polo conectadas entre sí por medio de dos anillos. La jaula amortiguadora se comporta como si estuviese formada por dos arrollamientos simples cerrados: uno dispuesto simétricamente al eje de los polos, el otro al eje de la zona interpolar. Estos ejes se denominan eje directo y eje en cuadratura respectivamente.

En la fig. 25b los arrollamientos del estator y del rotor se representan con bobinas dispuestas según los respectivos ejes magnéticos. Las corrientes y las tensiones de los arrollamientos se distinguen con los símbolos a, b, c, para los arrollamientos de las tres fases del estator, f para el arrollamiento de excitación xd, xq para los arrollamientos amortiguadores. Los ejes de simetría del rotor, directo y en cuadratura se distinguen con los símbolos d, q, los ejes magnéticos de los arrollamientos del estator se distinguen con los símbolos a, b, c,.

En la figura 25b, se indica con ψ_a el ángulo formado por el eje de la fase a con el eje directo d; en consecuencia los ángulos relativos a los ejes de las otras dos fases ψ_b y ψ_c resultan:

$$\psi_b = \psi_a + \frac{4\pi}{3} \quad , \quad \psi_c = \psi_a + \frac{2\pi}{3}$$

Pero a causa de la rotación del rotor los ejes magnéticos de las fases a, b, c, asumen respecto al eje directo posiciones que varían cíclicamente con el tiempo. Cuando la velocidad angular ω de rotación del rotor es constante, el ángulo ψ_a se puede expresar con la expresión.

$$\psi_a = \psi_{a0} + \omega t \quad \text{o bien} \quad \psi_a = \omega t$$

si se asume en el instante $t=0$ la dirección del eje d en coincidencia con aquella del eje a .

Cuando los seis arrollamientos (tres del estator y tres del rotor) son recorridos por corriente, cada uno concatena un flujo total. Parte de este flujo es propio del arrollamiento que se considera; por lo tanto depende de los valores instantáneos de la corriente que circula en el arrollamiento mismo y de los valores instantáneos del coeficiente de autoinducción. La parte restante del flujo total concatenado se debe a los flujos de los otros arrollamientos y depende de los valores instantáneos de las corrientes que circulan en estos arrollamientos y de los valores instantáneos de los coeficientes de inducción mutua. Las configuraciones de los campos magnéticos varían en el tiempo con su intensidad y con la posición relativa del rotor respecto al estator. La primera dependencia es causada por el hierro presente en los distintos circuitos magnéticos, estando el hierro sujeto a la histéresis y a la saturación. La segunda dependencia es causada por los valores de la reluctancia a lo largo de los dos ejes de simetría del rotor, distinta en las maquinas a polos salientes (anisótropas) y en menos medida también en aquellas a rotor liso (isótropas).

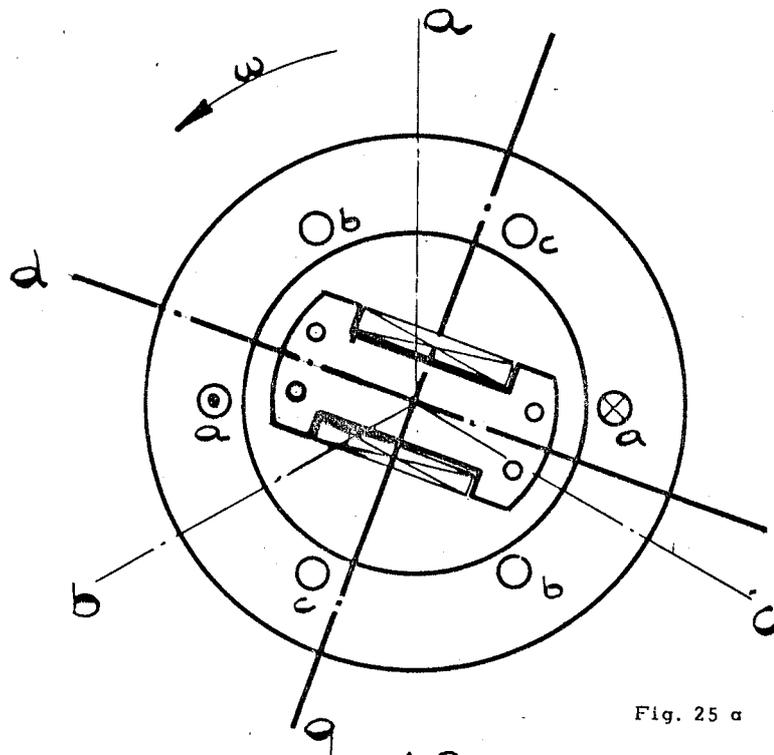


Fig. 25 a

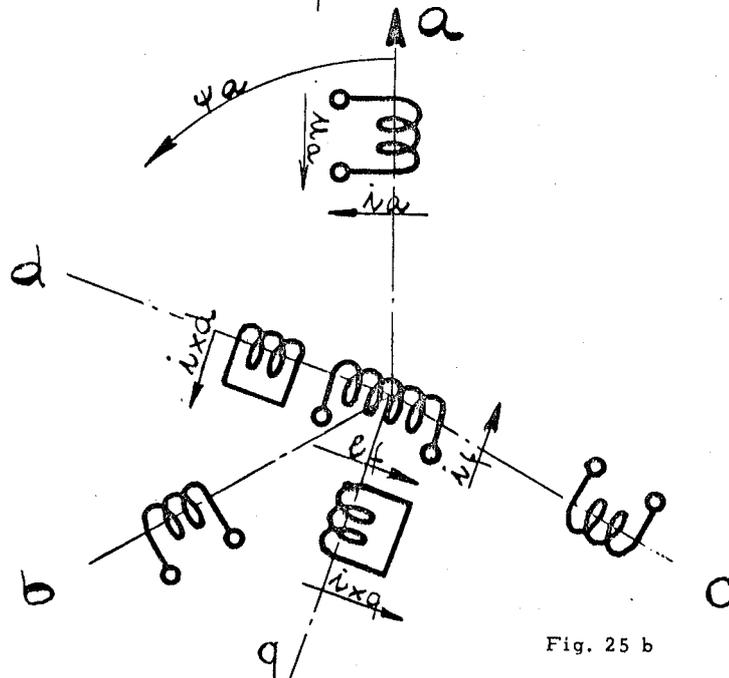


Fig. 25 b

Si se quisiera tener cuenta de todos los fenómenos antes mencionados para determinar las condiciones de funcionamiento de una máquina, sería necesario emplear un procedimiento de cálculo complejo. En efecto a los fenómenos que se desarrollan en la máquina, no se podría aplicar el principio de la superposición de los efectos. La dificultad puede ser superada despreciando la histéresis y la saturación del hierro. Las simplificaciones que resultan, permiten considerar los valores instantáneos de los coeficientes de auto y mutua inducción independientes de la intensidad de las corrientes, todavía independientes de factores geométricos de la máquina. Algunos de ellos varían a su vez instante por instante con la posición del rotor respecto al estator.

Resulta en particular, como se mostrará a continuación que:

- los valores de los coeficientes de auto y mutua inducción de los arrollamientos dispuestos en el rotor no varían en el tiempo;
- los valores de los coeficientes de auto y mutua inducción de los arrollamientos dispuestos en el estator y aquellos de mutua inducción entre dos arrollamientos no pertenecientes a la misma estructura, varían cíclicamente en el tiempo con la posición del rotor;
- los valores de los coeficientes de mutua inducción recíprocos son iguales.

Estas relaciones se resumen en el Apéndice 1. En él los valores instantáneos de los coeficientes de inducción se indican con el símbolo \mathcal{L} y se distinguen con dos letras: la primera indica el arrollamiento que concatena el flujo y la segunda en cambio el arrollamiento que produce el flujo. La parte de los coeficientes de inducción que no varían con la posición del rotor está indicada con el símbolo L.

Los valores instantáneos de las tensiones y de las corrientes en los distintos arrollamientos de la máquina se pueden considerar positivos cuando tienen las direcciones indicadas en la fig. 25b, referida al funcionamiento como generador. Los flujos producidos por la fuerzas magneto-motrices de reacción de inducido deben considerarse negativos respecto de los flujos producidos por las fuerzas magneto-motrices y las notaciones antes mencionadas, los valores instantáneos de los flujos concatenados por los circuitos de la máquina, se pueden expresar, por medio de las relaciones siguientes:

Arrollamientos de Estator

$$[1] \quad \varphi_a = \mathcal{L}_{af} i_f + \mathcal{L}_{axd} i_{xd} + \mathcal{L}_{axq} i_{xq} - \mathcal{L}_{aa} i_a - \mathcal{L}_{ab} i_b - \mathcal{L}_{ac} i_c$$

$$[2] \quad \varphi_b = \mathcal{L}_{bf} i_f + \mathcal{L}_{bxd} i_{xd} + \mathcal{L}_{bxq} i_{xq} - \mathcal{L}_{ba} i_a - \mathcal{L}_{bb} i_b - \mathcal{L}_{bc} i_c$$

$$[3] \quad \varphi_c = \mathcal{L}_{cf} i_f + \mathcal{L}_{cxd} i_{xd} + \mathcal{L}_{cxq} i_{xq} - \mathcal{L}_{ca} i_a - \mathcal{L}_{cb} i_b - \mathcal{L}_{cc} i_c$$

Arrollamientos de Rotor

$$[4] \quad \varphi_f = \mathcal{L}_{ff} i_f + \mathcal{L}_{fxd} i_{xd} - \mathcal{L}_{fa} i_a - \mathcal{L}_{fb} i_b - \mathcal{L}_{fc} i_c$$

$$[5] \quad \varphi_{xd} = \mathcal{L}_{xdf} i_f + \mathcal{L}_{xxd} i_{xd} - \mathcal{L}_{xda} i_a - \mathcal{L}_{xdb} i_b - \mathcal{L}_{xdc} i_c$$

$$[6] \quad \varphi_{xq} = \mathcal{L}_{xxq} i_{xq} - \mathcal{L}_{xqa} i_a - \mathcal{L}_{xqb} i_b - \mathcal{L}_{xqc} i_c$$

Aplicando además para cada arrollamiento las normales leyes circu-
tales entre tensiones, corrientes y flujo concatenado se pueden es-
cribir las siguientes relaciones:

Arrollamientos de estator.

$$[7] \quad u_a = -r_a i_a + \frac{d\varphi_a}{dt}$$

$$[8] \quad u_b = -r_b i_b + \frac{d\varphi_b}{dt}$$

$$[9] \quad u_c = -r_c i_c + \frac{d\varphi_c}{dt}$$

Arrollamientos de rotor

$$[10] \quad e_f = r_f i_f + \frac{d\varphi_f}{dt}$$

$$[11] \quad 0 = r_{xd} i_{xd} + \frac{d\varphi_{xd}}{dt}$$

$$[12] \quad 0 = r_{xq} i_{xq} + \frac{d\varphi_{xq}}{dt}$$

donde el símbolo r indica las resistencias cada uno de los arrolla-
mientos.

Las derivadas de los flujos en cambio asumen la forma genérica siguien-
te:

$$\frac{d\varphi_i}{dt} = \sum_{a,j} \mathcal{L}_{ij} \frac{di_j}{dt} + \sum_{a,j} \frac{\delta \mathcal{L}_{ij}}{\delta \omega t} \cdot \frac{\delta \omega t}{\delta t} i_j,$$

por lo tanto para que las ecuaciones de (7) a (12) sean lineales
es necesario que el término $\delta \omega t / \delta t$ resulte de valor constante; lo
cual se verifica solamente cuando la velocidad angular de rotación
del rotor es de valor constante.

Desde el punto de vista teórico las ecuaciones (7) a (12) constitu-
yen un sistema que permite estudiar cualquier funcionamiento perma-
nente o bien dinámico de una máquina; todavía los métodos analíti-
cos que se deben aplicar para alcanzar la solución resultan comple-
jos. A este sistema de ecuaciones fue introducida una eficaz simpli-
ficación por Blondel.

3.2 - Transformaciones de las magnitudes medibles del estator.

La fuerza magneto-motriz de reacción de inducido, cualquiera sea el
funcionamiento de la máquina, se puede evaluar a partir de los valo-
res instantáneos de las fuerzas magneto-motrices de cada una de las
fases del estator y aplicando el principio de superposición de los
efectos.

Y precisamente :

$$[13] \quad A_s = N_a (i_a + i_b + i_c)$$

Las componentes de la fuerza magneto-motriz A_s según los dos ejes de los polos (directo y en cuadratura) se obtienen con la proyección de las corrientes: i_a, i_b, i_c a lo largo de sus direcciones. Se llega de este modo a las relaciones (14), (15):

$$[14] \quad A_{sd} = N_a \left[i_a \cos \psi_a + i_b \cos \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right) + i_c \cos \left(\psi_a + \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

$$[15] \quad A_{sq} = -N_a \left[i_a \sin \psi_a + i_b \sin \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right) + i_c \sin \left(\psi_a + \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

A su vez las fuerzas magneto-motrices A_{sd}, A_{sq} se pueden considerar como producidas separadamente por dos corrientes i_d, i_q , y tienen valores instantáneos proporcionales a las amplitudes de los vectores resultantes de las proyecciones sobre los ejes d,q de las tres corrientes de fase del estator. Por lo tanto las corrientes i_d, i_q deberán satisfacer las relaciones (16), (17).

$$[16] \quad i_d = k_d \left[i_a \cos \psi_a + i_b \cos \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right) + i_c \cos \left(\psi_a + \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

$$[17] \quad i_q = -k_q \left[i_a \sin \psi_a + i_b \sin \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right) + i_c \sin \left(\psi_a + \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

y en consecuencia las fuerzas magneto-motrices A_{sd}, A_{sq} se podrán expresar como sigue:

$$[18] \quad A_{sd} = \frac{N_a}{k_d} i_d$$

$$[19] \quad A_{sq} = \frac{N_a}{k_q} i_q$$

A las constantes k_d, k_q se pueden asignar valores arbitrarios: generalmente ambos se consideran iguales a 2/3. La elección se basa sobre las condiciones mostradas en régimen por la máquina que alimenta una carga simétrica y equilibrada. En efecto la fuerza magneto-motriz generada por la corriente alterna de una fase está fija en el espacio y varía su amplitud en el tiempo sinusoidalmente. La composición de los campos de las tres fases del inducido origina una fuerza magneto-motriz que tiene a lo largo del desarrollo circunferencial del entrehierro una distribución sinusoidal con longitud de onda igual al paso polar. Ella presenta un valor máximo constante igual a 3/2 de la amplitud de los campos estacionarios componentes, y gira en el sentido del rotor. Quien permaneciera solidario con la estructura rotórica, podría ver el flujo resultante de las tres fases del estator como estacionario y fija la dirección radial a lo largo de la cual el flujo asume el máximo valor respecto al eje directo. De esta consideración deriva que asignando a las constantes k_d y k_q el valor 2/3 los valores instantáneos de la corriente de las tres fases del inducido se expresan con las relaciones:

$$i_a = \sqrt{2} I \sin [\omega t - (\delta + \varphi)]$$

$$i_b = \sqrt{2}l \operatorname{sen} \left[\omega t - (\delta + \varphi) - \frac{2\pi}{3} \right]$$

$$i_c = \sqrt{2}l \operatorname{sen} \left[\omega t - (\delta + \varphi) + \frac{2\pi}{3} \right]$$

Ellas son válidas si en el instante inicial $t=0$ el eje d está en coincidencia con el de la fase a .

Las corrientes i_d e i_q en cambio resultan respectivamente iguales a:

$$[20] \quad i_d = \text{constante} = \sqrt{2}l \cos \alpha$$

$$[21] \quad i_q = \text{constante} = \sqrt{2}l \operatorname{sen} \alpha$$

siendo $\alpha + (\delta + \varphi) = \frac{\pi}{2}$ como se observa en la fig. 26. Por lo tanto los valores de las corrientes i_d e i_q son respectivamente iguales a aquellos instantáneos de la corriente de una fase en los instantes en que la dirección del eje magnético de la misma coincide con el eje de los polos o bien con el de la zona interpolar. Es

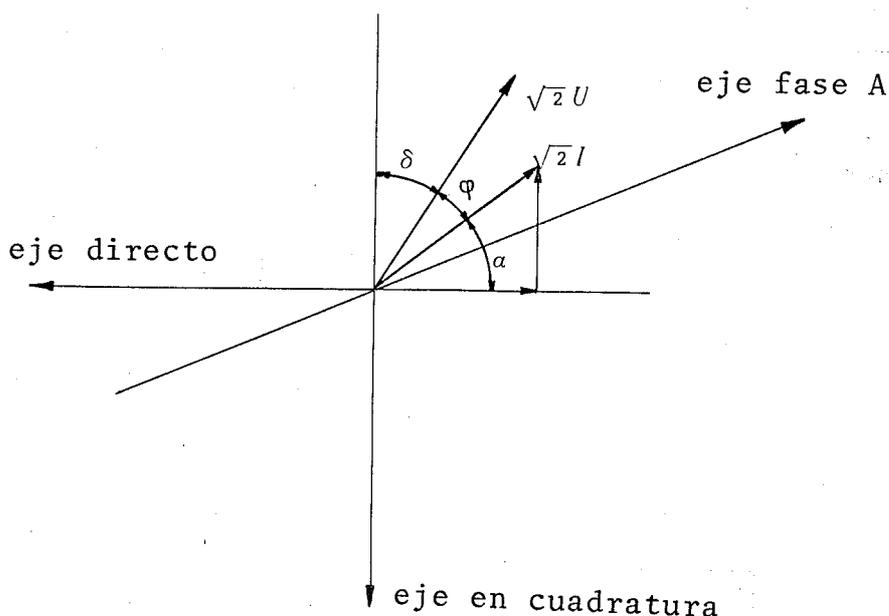


Fig. 26

necesario tener presente que durante los funcionamientos no equilibrados de la máquina, para los cuales la suma de los valores instantáneos de las corrientes de las tres fases no es igual a cero, la terna de corrientes i_a, i_b, i_c no se puede transformar en dos componentes solamente. Siguiendo un criterio análogo a aquel sobre el cual se basa la teoría de las componentes simétricas, a las corrientes de las tres fases del inducido se deben hacer corresponder otras tres corrientes: dos son las corrientes i_d e i_q antes definidas y la tercera la corriente i_0 , cuyo valor instantáneo es igual a:

$$[22] \quad i_0 = \frac{1}{3} (i_a + i_b + i_c)$$

La transformación es físicamente correcta imponiendo a la fuerza magneto-motriz de la corriente i_0 de no generar flujos que se concatenan con los arrollamientos del rotor y del estator. En efecto las corrientes i_d e i_q generan una fuerza magneto-motriz resultante que tiene valores instantáneos iguales a los de la fuerza magneto-motriz de reacción.

La transformación es conocida en la literatura técnica con la denominación:

$$d, q, 0$$

Con referencia a un funcionamiento cualquiera de la máquina, los valores instantáneos de las corrientes de las tres fases i_a, i_b, i_c , y las corrientes transformadas i_d, i_q, i_0 están ligados entre sí:

$$[23] \quad i_d = \frac{2}{3} \left[i_a \cos \psi_a + i_b \cos \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right) + i_c \cos \left(\psi_a + \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

$$[24] \quad i_q = -\frac{2}{3} \left[i_a \sin \psi_a + i_b \sin \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right) + i_c \sin \left(\psi_a + \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

$$[25] \quad i_0 = \frac{1}{3} (i_a + i_b + i_c).$$

$$[26] \quad i_a = i_d \cos \psi_a - i_q \sin \psi_a + i_0$$

$$[27] \quad i_b = i_d \cos \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right) - i_q \sin \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right) + i_0$$

$$[28] \quad i_c = i_d \cos \left(\psi_a + \frac{2\pi}{3} \right) - i_q \sin \left(\psi_a + \frac{2\pi}{3} \right) + i_0$$

La transformación $d, q, 0$ aplicada a la fuerza magneto-motriz de reacción y a las corrientes de las fases del estator, puede ser claramente extendida también a las otras magnitudes de los arrollamientos del estator y precisamente a los flujos concatenados y a las tensiones. Tomemos en consideración las relaciones de los flujos de (1) a (6). Sustitúyanse en ellas los símbolos de los coeficientes de inductancia con sus expresiones en función del tiempo (apéndice I) y transformense las magnitudes $\varphi_a, \varphi_b, \varphi_c, i_a, i_b, i_c$, en las magnitudes $\varphi_d, \varphi_q, \varphi_0, i_d, i_q, i_0$. Operando sobre las expresiones obtenidas las oportunas reducciones a factor común, se llega a las relaciones de (29) a (34).

$$[29] \quad \varphi_d = L_{af} i_f + L_{axd} i_{xd} - L_d i_d$$

$$[30] \quad \varphi_q = L_{axq} i_{xq} - L_q i_q$$

$$[31] \quad \varphi_0 = -L_0 i_0$$

$$[32] \quad \varphi_f = L_{ff} i_f + L_{fxd} i_{xd} - \frac{3}{2} L_{fa} i_d$$

$$[33] \quad \varphi_{xd} = L_{xdf} i_f + L_{xxd} i_{xd} - \frac{3}{2} L_{xda} i_d$$

$$[34] \quad \varphi_{xq} = L_{xq} i_{xq} - \frac{3}{2} L_{xqa} i_q$$

Las inductancias L_d , L_q , L_0 se expresan:

$$L_d = L_l + \frac{3}{2} (L_{aa} + L_{aa2}) = L_l + L_{ad}$$

$$L_q = L_l + \frac{3}{2} (L_{aa} - L_{aa2}) = L_l + L_{aq}$$

$$L_0 = L_l$$

mientras las inductancias, que conservan las notaciones introducidas en el paragrafo 1, conservan el significado físico a ellas atribuído.

Las tensiones en los terminales de los arrollamientos van consideradas según las relaciones de (7) a (12). Transfórmense las magnitudes u_a , u_b , u_c en las magnitudes u_d , u_q , u_0 ; derívense respecto al tiempo los flujos φ_d , φ_q , φ_0 expresados en función de los flujos φ_a , φ_b , φ_c . Realizando en las expresiones de las magnitudes u_d , u_q , u_0 las oportunas sustituciones y reducciones a factor común, se llega a las relaciones de (35) a (37).

$$[35] \quad u_d = -r_a i_d + p \varphi_d - \omega \varphi_q$$

$$[36] \quad u_q = -r_a i_q + p \varphi_q + \omega \varphi_d$$

$$[37] \quad u_0 = -r_a i_0 + p \varphi_0$$

siendo:

$$p = \frac{d}{dt}, \quad \omega = \frac{d\psi_a}{dt}$$

Para las magnitudes de los arrollamientos del rotor se transcriben a continuación las relaciones (10), (11) y (12) enumerándolas progresivamente de (38) a (40).

$$[38] \quad u_f = r_f i_f + p \varphi_f$$

$$[39] \quad u_{xd} = r_{xd} i_{xd} + p \varphi_{xd}$$

$$[40] \quad u_{xq} = r_{xq} i_{xq} + p \varphi_{xq}$$

NOTA:

Las expresiones antes mencionadas de las tensiones d,q,0 se obtienen con el siguiente procedimiento. La transformación d,q,0 de las magnitudes tensiones y flujos de las fases del inducido a,b,c, conduce a las relaciones siguientes:

$$u_d = \frac{2}{3} \left[u_a \cos \psi_a + u_b \cos \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right) + u_c \cos \left(\psi_a + \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

$$u_q = -\frac{2}{3} \left[u_a \operatorname{sen} \psi_a + u_b \operatorname{sen} \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right) + u_c \operatorname{sen} \left(\psi_a + \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

$$u_0 = \frac{1}{3} (u_a + u_b + u_c)$$

$$\varphi_d = \frac{2}{3} \left[\varphi_a \cos \psi_a + \varphi_b \cos \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right) + \varphi_c \cos \left(\psi_a + \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

$$\varphi_q = -\frac{2}{3} \left[\varphi_a \operatorname{sen} \psi_a + \varphi_b \operatorname{sen} \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right) + \varphi_c \operatorname{sen} \left(\psi_a + \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

$$\varphi_0 = \frac{1}{3} (\varphi_a + \varphi_b + \varphi_c)$$

Las tensiones en los terminales de los arrollamientos del inducido se pueden también poner bajo la forma:

$$u = -ri + p\varphi$$

y resulta por lo tanto:

$$u_d = -r_a i_d + \frac{2}{3} \left[\cos \psi_a p\varphi_a + \cos \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right) p\varphi_b + \cos \left(\psi_a + \frac{2\pi}{3} \right) p\varphi_c \right]$$

$$u_q = -r_a i_q - \frac{2}{3} \left[\operatorname{sen} \psi_a p\varphi_a + \operatorname{sen} \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right) p\varphi_b + \operatorname{sen} \left(\psi_a + \frac{2\pi}{3} \right) p\varphi_c \right]$$

$$u_0 = -r_a i_0 + p\varphi_0$$

Derivando las expresiones de los flujos $\varphi_c, \varphi_q, \varphi_0$ se obtiene:

$$p\varphi_d = \frac{2}{3} \left[\cos \psi_a p\varphi_a + \cos \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right) p\varphi_b + \cos \left(\psi_a + \frac{2\pi}{3} \right) p\varphi_c \right] - \frac{2}{3} \left[\operatorname{sen} \psi_a \varphi_a + \operatorname{sen} \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right) \varphi_b + \operatorname{sen} \left(\psi_a + \frac{2\pi}{3} \right) \varphi_c \right] p\psi_a$$

$$p\varphi_q = -\frac{2}{3} \left[\operatorname{sen} \psi_a p\varphi_a + \operatorname{sen} \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right) p\varphi_b + \operatorname{sen} \left(\psi_a + \frac{2\pi}{3} \right) p\varphi_c \right] - \frac{2}{3} \left[\cos \psi_a \varphi_a + \cos \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right) \varphi_b + \cos \left(\psi_a + \frac{2\pi}{3} \right) \varphi_c \right] p\psi_a$$

$$p\varphi_0 = \frac{1}{3} p(\varphi_a + \varphi_b + \varphi_c)$$

Introduciendo en las expresiones u_d, u_q, u_0 los términos $p\psi_d, p\psi_q, p\psi_0$, se obtienen las relaciones:

$$u_d = -r_a i_d + p\varphi_d - p\psi_a \varphi_q$$

$$u_q = -r_a i_q + p\varphi_q + p\psi_a \varphi_d$$

$$u_0 = -r_a i_0 + p\varphi_0$$

El ángulo ψ_a ha sido expresado con la relación $\psi_a = \omega t$, por lo tanto:

$$p\psi_a = p(\omega t) = \omega$$

y ω es constante en todos los funcionamientos dinámicos o a régimen en los cuales la velocidad angular de rotación del rotor se pueda considerar constante.

Observaciones conclusivas.

La transformación que ha permitido escribir las relaciones de (29) a (34) y de (35) a (40) ha sido estudiada y publicada en 1928 por Park: puede ser físicamente interpretada como equivalente a la sustitución de los arrollamientos de las fases del estator con otros tres arrollamientos.

Dos son arrollamientos con conmutador y distribuidos sinusoidalmente a lo largo del entrehierro, con ejes magnéticos en cuadratura. Las magnitudes directas y en cuadratura (corrientes y tensiones) son obtenidas entre pares de escobillas, cada par se mueve solidariamente con el eje correspondiente del rotor.

El tercer arrollamiento del estator es independiente de los otros dos y no está tampoco magnéticamente acoplado con los arrollamientos del rotor.

Sobre el rotor en cambio están dispuestos tres arrollamientos como en la máquina real. Dos arrollamientos permanentemente en cortocircuito, están dispuestos simétricamente al eje directo del rotor y el otro al eje en cuadratura; ellos corresponden a las espiras de amortiguamiento de la máquina real y actúan respectivamente según los dos eje del rotor. El tercer arrollamiento, dispuesto simétricamente al eje directo, corresponde al arrollamiento de excitación.

La transformación presentada con referencia a una máquina sincrónica trifásica anisótropa bipolar puede ser extendida a cualquier máquina sincrónica polifásica de más pares de polos, anisótropa o bien isótropa. En cada caso se esquematiza una máquina real en una, llamada a continuación "máquina modelo". Del examen de las relaciones de (1) a (12) y de (29) a (40) resultan las observaciones siguientes. En las relaciones del primer grupo los valores instantáneos de algunos de los coeficientes de inducción son variables en el tiempo y los valores instantáneos de todos los coeficientes recíprocos de inducción mutua son iguales. En las relaciones del segundo grupo los valores de todos los coeficientes de inducción son constantes y los valores de los coeficientes recíprocos de inducción mutua entre los arrollamientos del estator y del rotor son distintos. Los dos grupos de relaciones contienen un igual número de magnitudes y esto porque la máquina modelo conserva un número de arrollamientos iguales a aquellos de la máquina real. La transformación es extensible también a máquinas con más de tres fases del estator. En una máquina con n fases los n arrollamientos de los cuales dos son d y q y $(n-2)$ están desacoplados entre si y de todos los otros tanto de estator, como de rotor. La máquina modelo entrega y absorbe del estator una potencia instantánea de valor distinto de aquel de la máquina real. En efecto si se desarrolla la relación de las potencias instantáneas de la máquina real.

$$u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c$$

expresando las magnitudes tensiones y corrientes en función de las magnitudes transformadas $d, q, 0$ se obtiene la relación:

$$\frac{3}{2} (u_d i_d + u_q i_q) + 3 u_0 i_0$$

que claramente difiere de la suma de las potencias instantáneas asociadas a los arrollamientos $d, q, 0$:

$$u_d i_d + u_q i_q + u_0 i_0$$

El lector que quisiera ver las publicaciones originales de la cual se ha deducido el desarrollo de este capítulo, podrá referirse a las publicaciones indicadas en el índice bibliográfico con asterisco(*). A los trabajos originales de Park, han seguido numerosas publicaciones y extensiones del método a las otras máquinas eléctricas. En la bibliografía se han catalogado algunas de las publicaciones importantes: entre estas algunas relativamente recientes que proponen modificaciones a las relaciones fundamentales.

NOTA

Notamos que la transformación $d, q, 0$ asigna a todas las magnitudes de un arrollamiento de la máquina modelo tales como tensiones, corrientes, flujos y fuerzas magneto-motrices la notación que es la del eje de simetría del arrollamiento, directo de los polos d , o bien en cuadratura de las zonas interpolares q . En los capítulos de la primera parte de la publicación, las componentes directas y en cuadratura de las corrientes, de las fuerzas magneto-motrices y de los flujos han sido obtenidas proyectando los vectores respectivamente sobre el eje de los polos y sobre el eje de las zonas interpolares. Las componentes directas y en cuadratura de las fuerzas electro-motrices y de las tensiones en los terminales de los arrollamientos, han sido obtenidas proyectando los vectores sobre dos ejes dispuestos en anticipo de 90° eléctricos respecto a los correspondientes ejes del rotor. La convención ha permitido considerar la componente directa de la tensión en los terminales de una fase del inducido en fase con la fuerza electro-motriz de excitación.-

3.3. CONVERSION EN VALORES RELATIVOS DE LAS MAGNITUDES Y DE LOS PARAMETROS DE LOS ARROLLAMIENTOS DE LA MAQUINA MODELO.

3.3.1 - Generalidades.

La máquina modelo obtenida con la transformación de Park, presenta en el estator tres arrollamientos $d, q, 0$.

El número de espiras de estos arrollamientos es proporcional al de las espiras de una fase del inducido de la máquina real; los coeficientes de inductancia difieren de los correspondientes parámetros de una de las fases del inducido.

Para los arrollamientos del rotor de la máquina modelo en cambio se conservan el número de espiras y los coeficientes de inductancia de la máquina real. Las magnitudes y los parámetros que aparecen en las relaciones lineales a coeficientes constantes enumeradas de (29) a (40) son expresables en las unidades de un sistema de medida, por ejemplo del sistema Giorgi.

Los coeficientes recíprocos de inducción mutua entre los arrollamientos del estator y aquellos del rotor no tienen valores iguales. Las relaciones por lo tanto no son simétricas: para simetrizarlas y por lo tanto igualar los valores de todos los coeficientes recíprocos de mutua inducción, es necesario transferir las magnitudes y los parámetros de los arrollamientos del rotor al arrollamiento del estator dispuesto simétricamente al mismo eje.-

Con esta finalidad sin embargo no se pueden utilizar directamente las relaciones entre el número de espiras de los arrollamientos d , o bien q , y el número de espiras de un polo inductor o de un circuito auxiliar rotórico. En efecto, las distribuciones a lo largo del entrehierro de las fuerzas magneto-motrices generadas por las corrientes del inducido y por las corrientes de los circuitos rotóricos son distintas a causa de las diferentes reparticiones de los arrollamientos del estator y del rotor.

Un procedimiento que facilita la referencia de todas las magnitudes y de todos los parámetros del rotor al inducido, evaluandolos en valores relativos respecto a un sistema dimensional oportuno, será discutido a continuación.

3.3.2 - Elección de las magnitudes fundamentales y de los valores unitarios.

Hagamos referencia a una máquina real funcionando en régimen con carga simétrica y equilibrada. El sistema dimensional del cual se deben fijar las magnitudes fundamentales y las unidades, debe ser referido a las magnitudes y a los parámetros que son medibles por el inducido.

Un sistema dimensional normalmente aplicado a los circuitos en corriente alternada está constituido por tres magnitudes fundamentales:

tensión, corriente, pulsación.

A cada magnitud se puede atribuir como valor unitario el valor máximo nominal de las feses y precisamente:

$$\sqrt{2}E_n, \quad \sqrt{2}I_n, \quad \omega = 2\pi f_n$$

Los valores unitarios de las magnitudes y de los parámetros derivados resultan:

$$\text{Impedancia} \quad \frac{\sqrt{2}E_n}{\sqrt{2}I_n} = Z_n$$

$$\text{Inductancia} \quad \frac{\sqrt{2}E_n}{\omega \sqrt{2}I_n} = L_n$$

$$\text{Flujo} \quad \frac{\sqrt{2}E_n}{\omega} = \sqrt{2}L_n I_n$$

Para las magnitudes y los parámetros de los circuitos rotóricos es necesario en cambio fijar los factores de conversión del rotor al estator. Un criterio que permite calcular fácilmente estos factores consiste en atribuir a una de las magnitudes de cada circuito rotórico, por ejemplo a la corriente, un valor congruente con aquel fijado para la corriente del circuito del inducido y de expresar los factores de conversión proporcionalmente a los valores unitarios de las corrientes. Esta determinación puede basarse sobre el examen de particulares condiciones de funcionamiento de la máquina, que serán, consideradas más adelante.

Predisponemos la máquina con el circuito inductor abierto y rotando a una velocidad ligeramente distinta de la nominal. Apliquemos a las tres fases del inducido una terna de tensiones de secuencia positiva y de frecuencia nominal. La amplitud de las tensiones debe ser regulada de tal manera que a régimen, cuando el flujo asume una disposición simétrica al eje directo, la amplitud de las corrientes sea igual a $\sqrt{2} I_n$.

La densidad del flujo en el entrehierro es igual al que, en funcionamiento en vacío, produciría la intensidad de las tensiones de fase igual a $\sqrt{2} X_{ad} I_n$, estando la máquina excitada por medio de uno cualquiera de los circuitos rotóricos dispuestos simétricamente al eje directo y todos los otros circuitos no recorridos por corriente. En modo análogo se regula la amplitud de las tensiones en régimen, de este modo cuando el flujo asume una disposición simétrica al eje en cuadratura, la amplitud de las corrientes sea igual a $\sqrt{2} I_n$. La densidad de

flujo en el entrehierro es de valor igual al que, en funcionamiento en vacío, produciría la intensidad de las tensiones de fase igual a $\sqrt{2} X_{aq} I_n$, estando la máquina excitada por medio del arrollamiento auxiliar rotórico dispuesto simétricamente el eje en cuadratura y todos los otros circuitos no recorridos por corriente. Indicamos respectivamente con I_{fn} , I_{xd} , I_{xqn} las intensidades de las corrientes del arrollamiento inductor, de la espira de amortiguamiento simétrica al eje directo y de aquella simétrica al eje en cuadratura que satisfacen las condiciones de funcionamiento en vacío anteriormente consideradas. Tales intensidades I_{fn} , I_{xdn} , I_{xqn} pueden elegirse como valores unitarios para las corrientes de los respectivos circuitos rotóricos. Retomemos en consideración la máquina modelo. De las relaciones (29) y (30) resulta que cuando se hace circular separadamente en los arrollamientos d y q una corriente unidireccional de amplitud igual a $\sqrt{2} I_n$ los flujos totales concatenados por estos arrollamientos son respectivamente iguales a $\sqrt{2} L_d I_n$ o bien $\sqrt{2} L_q I_n$, mientras los correspondientes flujos de entrehierro resultan iguales a $\sqrt{2} I_{ad} I_n$ o bien $\sqrt{2} L_{aq} I_n$. Por lo tanto si para determinar los valores unitarios de las corrientes de los arrollamientos f , xd , xq de rotor de la máquina modelo, se aplica el mismo criterio enunciado para la máquina real, se llegará a un mismo valor de corriente para los arrollamientos correspondientes de las dos máquinas. Por otra parte este resultado aparece obvio cuando se considera que la transformación de Park no ha introducido modificaciones en los arrollamientos del rotor.

3.3.3 - Determinación de los valores relativos de los flujos concatenados con los arrollamientos d y q del estator y de los flujos concatenados con los circuitos rotóricos referidos al estator.

Haciendo circular separadamente en cada uno de los arrollamientos rotóricos las respectivas corrientes de intensidad unitaria, los flujos simétricos al eje directo concatenados con el arrollamiento d del estator y los flujos totales referidos al estator se pueden evaluar con las relaciones siguientes:

Arrollamiento f inductor.

$$[41] \quad \varphi_{dn} = k_{1f} L_{af} I_{fn} = \sqrt{2} L_{ad} I_n$$

$$[42] \quad \varphi_{fn} = k_{2f} L_{ff} I_{fn}$$

Arrollamiento xd auxiliar rotórico.

$$[43] \quad \varphi_{dn} = k_{1x} L_{axd} I_{xdn} = \sqrt{2} L_{ad} I_n$$

$$[44] \quad \varphi_{xdn} = k_{2x} L_{xxd} I_{xdn}$$

Y así k_{1f} , k_{2f} , k_{1x} , k_{2x} son las constantes que permiten referir los flujos de los circuitos rotóricos al arrollamiento d del estator. Los flujos simétricos al eje directo concatenados con el arrollamiento d del estator y producidos separadamente por las dos corrientes unitarias rotóricas, tienen igual intensidad; los valores de ambos flujos, referidos al estator, son por definición de las corrientes I_{fn} , I_{xdn} iguales a $\sqrt{2} L_{ad} I_n$.

Las relaciones de (29) a (33), de los flujos totales concatenados con el arrollamiento d del estator, con el arrollamiento f inductor y con el arrollamiento auxiliar rotórico xd, divididas por la intensidad que cada uno de estos flujos asume cuando se excita solamente el circuito afectado con la correspondiente corriente de valor unitario dan las siguientes relaciones:

$$[45] \quad \frac{\varphi_d}{\varphi_{dn}} = \frac{1}{k_{1f}} \frac{i_f}{I_{fn}} + \frac{1}{k_{1x}} \frac{i_{xd}}{I_{xdn}} - \sqrt{2} \frac{L_{d} l_n}{\varphi_{dn}} \frac{i_d}{\sqrt{2} l_n}$$

$$[46] \quad \frac{\varphi_f}{\varphi_{fn}} = \frac{1}{k_{2f}} \frac{i_f}{I_{fn}} + \frac{L_{fxd} l_{xdn}}{k_{2f} L_{ff} l_{fn}} \frac{i_{xd}}{I_{xdn}} - \frac{3}{2} \sqrt{2} \frac{L_{fa} l_n}{\varphi_{fn}} \frac{i_d}{\sqrt{2} l_n}$$

$$[47] \quad \frac{\varphi_{xd}}{\varphi_{xdn}} = \frac{L_{xdf} l_{fn}}{k_{2x} L_{xxd} l_{xdn}} \frac{i_f}{I_{fn}} + \frac{1}{k_{2x}} \frac{i_{xd}}{I_{xdn}} - \frac{3}{2} \sqrt{2} \frac{L_{xda} l_n}{\varphi_{xdn}} \frac{i_d}{\sqrt{2} l_n}$$

Las intensidades unitarias de las corrientes han sido definidas para todos los circuitos de manera congruente y su determinación llevada a cabo considerando despreciable la saturación del hierro. Esta condición, como se ha observado en el paragrafo 3.1, permite atribuir a los coeficientes de auto y mutua inducción valores independientes de las intensidades de los flujos. Además en las relaciones (45) a (47) los valores de los coeficientes de inducción mutua recíprocos son iguales porque los flujos están todos referidos al arrollamiento d del estator. Por lo tanto a las relaciones (45), (46), (47) se puede imponer las siguientes condiciones:

$$[48] \quad \frac{1}{k_{1f}} = \frac{3}{2} \sqrt{2} \frac{L_{fa} l_n}{\varphi_{fn}}$$

$$[49] \quad \frac{1}{k_{1x}} = \frac{3}{2} \sqrt{2} \frac{L_{xdf} l_{fn}}{\varphi_{xdn}}$$

$$[50] \quad \frac{L_{fxd} l_{xdn}}{k_{2f} L_{ff} l_{fn}} = \frac{L_{xdf} l_{fn}}{k_{2x} L_{xxd} l_{xdn}}$$

De las relaciones (41), (42), (43), (44) se pueden obtener los valores de las constantes k:

$$[51] \quad \frac{1}{k_{1f}} = \frac{L_{af} l_{fn}}{\varphi_{dn}}$$

$$[52] \quad \frac{1}{k_{2f}} = \frac{L_{ff} l_{fn}}{\varphi_{fn}}$$

$$[53] \quad \frac{1}{k_{1x}} = \frac{L_{axd} l_{xdn}}{\varphi_{dn}}$$

$$[54] \quad \frac{1}{k_{2x}} = \frac{L_{xxd} l_{xdn}}{\varphi_{xdn}}$$

Mientras de las relaciones (48), (49), (50), (53) se obtienen los valores de las relaciones entre los flujos totales concatenados con cada uno de los dos arrollamientos rotóricos y el flujo total concatenado con el arrollamiento d del estator:

$$[55] \quad \frac{\varphi_{fn}}{\varphi_{dn}} = \left(\frac{\frac{3}{2} \sqrt{2} l_n}{l_{fn}} \right)$$

$$[56] \quad \frac{\varphi_{xdn}}{\varphi_{dn}} = \left(\frac{\frac{3}{2} \sqrt{2} l_n}{l_{xdn}} \right)$$

Del conjunto de las relaciones arriba indicadas y realizando en ellas algunas sustituciones por brevedad no indicadas resultan los valores de los parámetros indicados en las fórmulas (45), (46), (47):

$$[57] \quad \frac{1}{k_{1f}} = \frac{3}{2} \sqrt{2} \frac{L_{fa} l_n}{\varphi_{fn}} = \frac{L_{af} l_{fn}}{\sqrt{2} L_{ad} l_n} = \frac{L_{ad}}{L_{ad}} = 1$$

$$[58] \quad \frac{1}{k_{1x}} = \frac{3}{2} \sqrt{2} \frac{L_{xda} l_n}{\varphi_{xdn}} = \frac{L_{axd} l_{xdn}}{\sqrt{2} L_{ad} l_n} = \frac{L_{ad}}{L_{ad}} = 1$$

$$[59] \quad \frac{1}{k_{2f}} = \frac{L_{ff} l_{fn}}{\sqrt{2} L_{ad} l_n} \left(\frac{l_{fn}}{\frac{3}{2} \sqrt{2} l_n} \right)$$

$$[60] \quad \frac{1}{k_{2x}} = \frac{L_{xxd} l_{xdn}}{\sqrt{2} L_{ad} l_n} \left(\frac{l_{xdn}}{\frac{3}{2} \sqrt{2} l_n} \right)$$

$$[61] \quad \frac{L_{fxd} l_{xdn}}{k_{2f} L_{ff} l_{fn}} = \frac{L_{xdf} l_{fn}}{k_{2x} L_{xxd} l_{xdn}} = \frac{L_{fxd} l_{xdn}}{\sqrt{2} L_{ad} l_n} \left(\frac{l_{fn}}{\frac{3}{2} \sqrt{2} l_n} \right) =$$

$$[62] \quad = \frac{L_{xdf} l_{fn}}{\sqrt{2} L_{ad} l_n} \left(\frac{l_{xdn}}{\frac{3}{2} \sqrt{2} l_n} \right)$$

$$[63] \quad \frac{\sqrt{2} L_d l_n}{\varphi_{dn}} = \frac{\sqrt{2} L_d l_n}{\sqrt{2} L_{ad} l_n} = \frac{L_d}{L_{ad}}$$

Introduciendo en las relaciones (45), (46), (47) aquellas enumeradas de (57) a (63) se obtiene:

$$[64] \quad \frac{\varphi_d}{\varphi_{dn}} = \frac{L_{af} l_{fn}}{\sqrt{2} L_{ad} l_n} \frac{i_f}{l_{fn}} + \frac{L_{axd} l_{xdn}}{\sqrt{2} L_{ad} l_n} \frac{i_{xd}}{l_{xdn}} - \frac{L_d}{L_{ad}} \frac{i_d}{\sqrt{2} l_n}$$

$$[65] \quad \frac{\varphi_f}{\varphi_{fn}} = \frac{L_{ff} l_{fn}}{\sqrt{2} L_{ad} l_n} \left(\frac{l_{fn}}{\frac{3}{2} \sqrt{2} l_n} \right) \frac{i_f}{l_{fn}} + \\ + \frac{L_{fxd} l_{xdn}}{\sqrt{2} L_{ad} l_n} \left(\frac{l_{fn}}{\frac{3}{2} \sqrt{2} l_n} \right) \frac{i_{xd}}{l_{xdn}} - \frac{L_{ad}}{L_{ad}} \frac{i_d}{\sqrt{2} l_n}$$

$$[66] \quad \frac{\varphi_{xd}}{\varphi_{xdn}} = \frac{L_{xdf} l_{fn}}{\sqrt{2} L_{ad} l_n} \left(\frac{l_{xdn}}{\frac{3}{2} \sqrt{2} l_n} \right) \frac{i_f}{l_{fn}} + \\ + \frac{L_{xxd} l_{xdn}}{\sqrt{2} L_{ad} l_n} \left(\frac{l_{xdn}}{\frac{3}{2} \sqrt{2} l_n} \right) \frac{i_{xd}}{l_{xdn}} - \frac{L_{ad}}{L_{ad}} \frac{i_d}{\sqrt{2} l_n}$$

Si examinamos las tres expresiones, también prescindiendo del procedimiento seguido para obtenerlas, se pueden hacer las siguientes observaciones.

La primera relación expresa el valor relativo del flujo total concatenado con el arrollamiento d del estator, respecto al valor unitario $\sqrt{2} L_{ad} I_n$. Los términos que la componen en efecto son adimensionales: cada uno inversamente proporcional al flujo $\sqrt{2} L_{ad} I_n$; cada corriente expresada en valor relativo al correspondiente valor unitario. Las otras dos relaciones expresan los flujos totales concatenados respectivamente con el arrollamiento f inductor y con la espira de amortiguamiento xd: ambas transferidas al arrollamiento d del estator y referidas al valor unitario $\sqrt{2} L_{ad} I_n$. Los términos de estas relaciones son adimensionales: cada uno inversamente proporcional al flujo $\sqrt{2} L_{ad} I_n$; cada corriente expresada en valor relativo al correspondiente valor unitario. Los términos referidos a los parámetros de auto y mutua inducción de los arrollamientos rotóricos, contienen factores que los transfieren al estator. La relación entre el valor unitario de la corriente de cada arrollamiento rotórico es $3/2$ del valor máximo de la corriente nominal de las fases del inducido de la máquina real, puede ser considerado como correspondiente a una relación de espiras.

Se llama nuevamente la atención sobre los valores de los coeficientes (57) y (58), referidos respectivamente a los coeficientes de mutua inducción del arrollamiento d del estator con el arrollamiento inductor y con la espira de amortiguamiento. Los valores relativos de los dos coeficientes son iguales a la unidad. En efecto los flujos de entrehierro producidos separadamente por las corrientes unitarias del inductor y de la espira de amortiguamiento (por el criterio con el cual se han elegido las intensidades de estas corrientes) son iguales al valor introducido como base de las expresiones.

siones de (64) a (66)

En el paragrafo 3.3.2, que se refiere a la elección del sistema dimensional de las magnitudes y los parámetros medibles del inducido se ha obtenido como valor unitario de los flujos:

$$\sqrt{2}L_n I_n = \sqrt{2} \frac{E_n}{\omega_n}$$

Tal valor no coincide con aquel que se ha adoptado como valor base para obtener las relaciones antes mencionadas. Es decir:

$$\sqrt{2}L_{ad} I_n = \sqrt{2} \frac{X_{ad} I_n}{\omega_n}$$

Deseando transformar las relaciones (64), (65), (66) de manera de conservar los valores unitarios empleados normalmente para los arrollamientos del estator, es necesario multiplicar todos los términos de las relaciones por el factor:

$$\frac{\sqrt{2}L_{ad} I_n}{\sqrt{2}L_n I_n} = \frac{L_{ad}}{L_n}$$

Este procedimiento lleva a las relaciones siguientes:

$$[67] \quad \frac{\varphi_d}{\varphi_{dn}} = \frac{L_{ad}}{L_n} \frac{i_f}{I_{fn}} + \frac{L_{ad}}{L_n} \frac{i_{xd}}{I_{xdn}} - \frac{L_d}{L_n} \frac{i_d}{\sqrt{2}I_n}$$

$$[68] \quad \frac{\varphi_f}{\varphi_{fn}} = \frac{L_{ff} I_{fn}}{\sqrt{2}L_n I_n} \left(\frac{I_{fn}}{\frac{3}{2}\sqrt{2}I_n} \right) \frac{i_f}{I_{fn}} + \frac{L_{fxd} I_{xdn}}{\sqrt{2}L_n I_n} \left(\frac{I_{fn}}{\frac{3}{2}\sqrt{2}I_n} \right) \frac{i_{xd}}{I_{xdn}} - \frac{L_{ad}}{L_n} \frac{i_d}{\sqrt{2}I_n}$$

$$[69] \quad \frac{\varphi_{xd}}{\varphi_{xdn}} = \frac{L_{xdf} I_{fn}}{\sqrt{2}L_n I_n} \left(\frac{I_{xdn}}{\frac{3}{2}\sqrt{2}I_n} \right) \frac{i_{xd}}{I_{xdn}} + \frac{L_{xxd} I_{xdn}}{\sqrt{2}L_n I_n} \left(\frac{I_{xdn}}{\frac{3}{2}\sqrt{2}I_n} \right) \frac{i_{xd}}{I_{xdn}} - \frac{L_{ad}}{L_n} \frac{i_d}{\sqrt{2}I_n}$$

Los flujos, las corrientes y los parámetros de las relaciones (67), (68), (69) están expresados en valores relativos respecto a aquellos unitarios elegidos en el paragrafo 3.3.2.

Las consideraciones para los flujos dispuestos simétricamente al eje directo, se pueden extender también a los flujos dispuestos simétricamente al eje en cuadratura. Debemos recordar que la máquina considerada tiene jaula amortiguadora constituida por dos barras por polo; por lo tanto simétricamente al eje en cuadratura del espacio interpolar actúa solamente la espira amortiguadora constituida por dos barras: una por cada semipolo contiguo. De las relaciones (30) y (34) se pueden obtener (con un procedimiento análogo a aquel descrito en detalle por las relaciones (29), (32), (33)) dos relaciones formalmente correspondientes a la (67) y (69). Precisamente:

$$[70] \quad \frac{\varphi_q}{\varphi_{qn}} = \frac{L_{aq}}{L_n} \frac{i_{xq}}{I_{xqn}} - \frac{L_q}{L_n} \frac{i_q}{\sqrt{2}I_n}$$

$$[71] \quad \frac{\varphi_{xq}}{\varphi_{xqn}} = \frac{L_{xxq} l_{xqn}}{\sqrt{2} L_n l_n} \left(\frac{l_{xqn}}{\frac{3}{2} \sqrt{2} l_n} \right) \frac{i_{xq}}{l_{xqn}} - \frac{L_{aq}}{L_n} \frac{i_q}{\sqrt{2} l_n}$$

Los valores relativos de las magnitudes y de los parámetros, contenidos en las relaciones (70) y (71) se obtienen con expresiones formalmente iguales a aquellas formuladas para los correspondientes valores directos, sustituyendo en ellas el símbolo d por el símbolo q.

La descripción antes mencionada es válida para las máquinas con dos barras amortiguadoras por polo; todavía puede ser fácilmente extendida a cualquier otro circuito auxiliar que exista o se forme temporalmente desde el inicio del cortocircuito en el hierro del rotor escasamente laminado. Debe destacarse la necesidad para cada espira auxiliar de fijar un valor unitario de la corriente correspondiente a ella y estudiar la interacción de cada espira auxiliar con todos los otros circuitos del rotor y estator dispuestos simétricamente al eje de simetría de la espira misma. En los estudios que no requieran evaluar rigurosamente las magnitudes de cada uno de los circuitos auxiliares rotóricos, es posible sustituir su conjunto con dos espiras equivalentes: una dispuesta simétricamente al eje directo, la otra simétricamente al eje en cuadratura y considerar ambas espiras recorridas por corrientes ficticias. El valor unitario para las corrientes de las dos espiras puede ser elegido siguiendo el método descrito en el paragrafo 3.3.2. Aplicando tal criterio a las máquinas de construcción normal, los coeficientes recíprocos de mutua inducción entre las espiras equivalentes dispuestas simétricamente al eje directo y el circuito inductor, asumen frecuentemente valores relativos poco diferentes de aquellos de las reactancias de reacción de armadura directa.

El arrollamiento 0 del estator de la máquina ideal de Park está recorrido por corriente solamente en los funcionamientos desequilibrados. El flujo del arrollamiento se evalúa con la relación (31).

$$\varphi_0 = -L_0 i_0$$

Refiriendo el flujo φ_0 al valor unitario del flujo del estator se obtiene la relación:

$$[72] \quad \frac{\varphi_0}{\varphi_n} = -\frac{L_0}{L_n} \frac{i_0}{\sqrt{2} l_n}$$

3.3.4 - Valores relativos de las magnitudes y de los parámetros de los arrollamientos d, q, o y de los circuitos rotóricos referidos al inducido.-

Se hace referencia a las magnitudes y a la unidad elegida en el parágrafo 3.3.2 y a las relaciones obtenidas en el parágrafo 3.3.3.

Los valores relativos de las magnitudes y de los parámetros de los arrollamientos del estator y del rotor de la máquina modelo, referidos todos al estator, se pueden determinar con las relaciones que se indican a continuación.

Flujos concatenados con los arrollamientos d,q, o del estator.

$$\dot{\varphi}_d = \frac{\dot{\varphi}_d}{\sqrt{2} L_n l_n} = \varphi_d \frac{\omega}{E_n}$$

$$\dot{\varphi}_q = \frac{\dot{\varphi}_q}{\sqrt{2} L_n l_n} = \varphi_q \frac{\omega}{E_n}$$

$$\dot{\varphi}_0 = \frac{\dot{\varphi}_0}{\sqrt{2} L_n l_n} = \varphi_0 \frac{\omega}{E_n}$$

Flujos concatenados con los arrollamientos del rotor(*)

$$\dot{\varphi}_f = \frac{\varphi_f}{\varphi_{fn}} \cdot \frac{\sqrt{2} L_{ad} l_n}{\sqrt{2} L_n l_n} = \varphi_f \left(\frac{l_{fn}}{\frac{3}{2} \sqrt{2} l_n} \right) \cdot \frac{\omega}{E_n}$$

$$\dot{\varphi}_{xd} = \frac{\varphi_{xd}}{\varphi_{xdn}} \cdot \frac{\sqrt{2} L_{ad} l_n}{\sqrt{2} L_n l_n} = \varphi_{xd} \left(\frac{l_{xdn}}{\frac{3}{2} \sqrt{2} l_n} \right) \cdot \frac{\omega}{E_n}$$

$$\dot{\varphi}_{xq} = \frac{\varphi_{xq}}{\varphi_{xqn}} \cdot \frac{\sqrt{2} L_{aq} l_n}{\sqrt{2} L_n l_n} = \varphi_{xq} \left(\frac{l_{xqn}}{\frac{3}{2} \sqrt{2} l_n} \right) \cdot \frac{\omega}{E_n}$$

(*) Los valores relativos de los flujos $\varphi_f, \varphi_{nd}, \varphi_{nq}$ derivan directamente de las relaciones (55), (56) y (41)

Tensiones de los arrollamientos d, q, o del estator

$$\dot{u}_d = \frac{u_d}{\sqrt{2} E_n}$$

$$\dot{u}_q = \frac{u_q}{\sqrt{2} E_n}$$

$$\dot{u}_0 = \frac{u_0}{\sqrt{2} E_n}$$

Tensiones de los arrollamientos del rotor (**)

$$\dot{e}_f = e_f \left(\frac{l_{fn}}{\frac{3}{2} \sqrt{2} l_n} \right) \frac{1}{\sqrt{2} E_n}$$

$$\dot{e}_{xd} = e_{xd} \left(\frac{l_{xdn}}{\frac{3}{2} \sqrt{2} l_n} \right) \frac{1}{\sqrt{2} E_n}$$

$$\dot{e}_{xq} = e_{xq} \left(\frac{l_{xqn}}{\frac{3}{2} \sqrt{2} l_n} \right) \frac{1}{\sqrt{2} E_n}$$

(**) Los valores relativos de las tensiones e_f, e_{xd}, e_{xq} derivan directamente de las relaciones de los respectivos flujos.

Corrientes de los arrollamientos d,q, o del estator

$$i_d = i_d \frac{1}{\sqrt{2} l_n}$$

$$i_q = i_q \frac{1}{\sqrt{2} l_n}$$

$$i_0 = i_0 \frac{1}{\sqrt{2} l_n}$$

Corriente de los arrollamientos del rotor.

$$i_f = i_f \frac{1}{l_{fn}}$$

$$i_{xd} = i_{xd} \frac{1}{l_{xdn}}$$

$$i_{xq} = i_{xq} \frac{1}{l_{xqn}}$$

Inductancias y resistencias medibles del estator.

- Inductancia sincrónica directa y autoinductancia del arrollamiento d:
- Inductancia sincrónica en cuadratura y autoinductancia del arrollamiento q:
- Inductancia de dispersión directa del inducido y del arrollamiento d:
- Inductancia de dispersión en cuadratura del inducido y del arrollamiento q:
- Inductancia de reacción de armadura directa e inductancia mutua entre los arrollamientos d,f, xd:
- Inductancia de reacción de armadura en cuadratura e inductancia mutua entre los arrollamientos q, xq:
- Autoinductancia del arrollamiento 0:
- Resistencia de una fase del inducido y de los arrollamientos d,q,0:

$$i_d = L_d \frac{1}{L_n}$$

$$i_q = L_q \frac{1}{L_n}$$

$$i_{ld} = L_{ld} \frac{1}{L_n}$$

$$i_{lq} = L_{lq} \frac{1}{L_n}$$

$$i_{ad} = L_{ad} \frac{1}{L_n}$$

$$i_{aq} = L_{aq} \frac{1}{L_n}$$

$$i_0 = L_0 \frac{1}{L_n}$$

$$r_a = R_a \frac{1}{Z_n}$$

Inductancias y resistencias de los arrollamientos del rotor.

$$i_{ff} = \frac{L_{ff} l_{fn}}{\sqrt{2} L_n l_n} \left(\frac{l_{fn}}{\frac{3}{2} \sqrt{2} l_n} \right) = \frac{3}{2} L_{ff} \left(\frac{l_{fn}}{\frac{3}{2} \sqrt{2} l_n} \right)^2 \cdot \frac{1}{L_n}$$

$$i_{xxd} = \frac{L_{xxd} l_{xdn}}{\sqrt{2} L_n l_n} \left(\frac{l_{xdn}}{\frac{3}{2} \sqrt{2} l_n} \right) = \frac{3}{2} L_{xxd} \left(\frac{l_{xdn}}{\frac{3}{2} \sqrt{2} l_n} \right)^2 \cdot \frac{1}{L_n}$$

$$i_{xxq} = \frac{L_{xxq} l_{xqn}}{\sqrt{2} L_n l_n} \left(\frac{l_{xqn}}{\frac{3}{2} \sqrt{2} l_n} \right) = \frac{3}{2} L_{xxq} \left(\frac{l_{xqn}}{\frac{3}{2} \sqrt{2} l_n} \right)^2 \cdot \frac{1}{L_n}$$

$$i_f = \frac{3}{2} R_f \left(\frac{l_{fn}}{\frac{3}{2} \sqrt{2} l_n} \right)^2 \cdot \frac{1}{Z_n}$$

$$i_{xd} = \frac{3}{2} R_{xd} \left(\frac{l_{xdn}}{\frac{3}{2} \sqrt{2} l_n} \right)^2 \cdot \frac{1}{Z_n}$$

$$i_{xq} = \frac{3}{2} R_{xq} \left(\frac{l_{xqn}}{\frac{3}{2} \sqrt{2} l_n} \right)^2 \cdot \frac{1}{Z_n}$$

Inductancias mutuas

$$i_{af} = i_{fa} = L_{ad} \frac{1}{L_n} = i_{ad}$$

$$i_{axd} = i_{xda} = L_{ad} \frac{1}{L_n} = i_{ad}$$

$$i_{axq} = i_{xqa} = L_{aq} \frac{1}{L_n} = i_{aq}$$

$$\begin{aligned} i_{fxd} = i_{xdf} &= \frac{L_{fxd} l_{xdn}}{\sqrt{2} L_n l_n} \left(\frac{l_{fn}}{\frac{3}{2} \sqrt{2} l_n} \right) = \frac{L_{xdf} l_{fn}}{\sqrt{2} L_n l_n} \left(\frac{l_{xdn}}{\frac{3}{2} \sqrt{2} l_n} \right) = \\ &= \frac{3}{2} L_{fxd} \left[\frac{l_{xdn} l_{fn}}{\left(\frac{3}{2} \sqrt{2} l_n \right)^2} \right] \cdot \frac{1}{L_n} \cong i_{ad} \end{aligned}$$

3.4 - FLUJOS Y TENSIONES DE LOS ARROLLAMIENTOS EN LA MAQUINA MODELO: EXPRESIONES EN VALORES RELATIVOS.

Las relaciones de los flujos totales concatenados con los arrollamientos de la máquina modelo de (29), a (34), pueden ser transformados en correspondencia entre magnitudes y parámetros indicados en valores relativos. Con tal sentido hasta emplear las relaciones que hemos obtenido en el parágrafo 3.3.3. Se llega de este modo a las expresiones transcritas a continuación para mayor comodidad.

$$\dot{\Phi}_d = i_{ad} i_f + i_{ad} i_{xd} - i_d i_d$$

$$\dot{\Phi}_q = i_{aq} i_{xq} - i_q i_q$$

$$\dot{\Phi}_0 = -i_0 i_0$$

$$\begin{aligned}\dot{\Phi}_f &= \dot{l}_{ff} i_f + \dot{l}_{ad} i_{xd} - \dot{l}_{ad} i_d \\ \dot{\Phi}_{xd} &= \dot{l}_{ad} i_f + \dot{l}_{xxd} i_{xd} - \dot{l}_{ad} i_d \\ \dot{\Phi}_{xq} &= \dot{l}_{xxq} i_{xq} - \dot{l}_{aq} i_q\end{aligned}$$

De las reactancias sincrónicas de la máquina real derivan los coeficientes de autoinducción l_d y l_q de los arrollamientos d,q, del estator.

Cada uno de ellos (por definición de la reactancia sincrónica) puede ser considerado igual a la suma de dos coeficientes, los cuales dependen a su vez de las reactancias de dispersión y de reacción de armadura:

$$\begin{aligned}l_d &= l_{ld} + l_{ad} \\ l_q &= l_{lq} + l_{aq}\end{aligned}$$

La descomposición se puede extender también a los coeficientes de autoinducción de los otros arrollamientos que actúan simétricamente a los dos ejes de la máquina. En efecto, excitando cada uno de los distintos arrollamientos rotóricos se obtienen los flujos totales, a su vez descomponibles respecto al arrollamiento del estator dispuesto simétricamente al mismo eje, en flujos dispersos y flujos útiles. La simbología utilizada en este capítulo permite introducir las relaciones:

$$\begin{aligned}l_{ff} &= l_{lf} + l_{af} = l_{lf} + l_{ad} \\ l_{xxd} &= l_{lxd} + l_{axd} = l_{lxd} + l_{ad} \\ l_{xxq} &= l_{lxq} + l_{axq} = l_{lxq} + l_{aq}\end{aligned}$$

En base a estas, las relaciones de los flujos totales concatenados con los arrollamientos de la máquina modelo se pueden poner bajo esta forma:

$$\begin{aligned}\dot{\Phi}_d &= \dot{l}_{ad} (i_f + i_{xd} - i_d) - \dot{l}_{ld} i_d \\ \dot{\Phi}_q &= \dot{l}_{aq} (i_{xq} - i_q) - \dot{l}_{lq} i_q \\ \dot{\Phi}_f &= \dot{l}_{lf} i_f + \dot{l}_{ad} (i_f + i_{xd} - i_d) \\ \dot{\Phi}_{xd} &= \dot{l}_{lxd} i_{xd} + \dot{l}_{ad} (i_f + i_{xd} - i_d) \\ \dot{\Phi}_{xq} &= \dot{l}_{lxq} i_{xq} + \dot{l}_{aq} (i_{xq} - i_q)\end{aligned}$$

Las relaciones de las tensiones en bornes de los arrollamientos de la máquina modelo de (35) a (40), a continuación se pueden transformar en relaciones entre magnitudes y parámetros expresados en valor relativo. Con tal sentido basta emplear las relaciones de los flujos de (73) a (77). Se llega entonces a las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}[78] \quad \dot{u}_d &= -\dot{i}_a i_d + p \dot{\Phi}_d - \dot{\omega} \dot{\Phi}_q = -\dot{i}_a i_d + p [\dot{l}_{ad} (i_f + i_{xd} - i_d) - \\ &\quad - \dot{l}_{ld} i_d] - \frac{\omega}{\omega_n} [\dot{l}_{aq} (i_{xq} - i_q) - \dot{l}_{lq} i_q]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}[79] \quad \dot{u}_q &= -\dot{i}_a i_q + p \dot{\Phi}_q + \dot{\omega} \dot{\Phi}_d = -\dot{i}_a i_q + p [\dot{l}_{aq} (i_{xq} - i_q) - \\ &\quad - \dot{l}_{lq} i_q] + \frac{\omega}{\omega_n} [\dot{l}_{ad} (i_f + i_{xd} - i_d) - \dot{l}_{ld} i_d]\end{aligned}$$

$$[80] \quad \dot{u}_0 = -r_a i_0 + p \dot{\phi}_0 = -r_a i_0 - p l_0 i_0$$

$$[81] \quad \dot{e}_f = r_f i_f + p \dot{\phi}_f = r_f i_f + p [l_{ad}(i_f + i_{xd} - i_d) + l_{lf} i_f]$$

$$[82] \quad 0 = r_{xd} i_{xd} + p \dot{\phi}_{xd} = r_{xd} i_{xd} + p [l_{ad}(i_f + i_{xd} - i_d) + l_{lxd} i_{xd}]$$

$$[83] \quad 0 = r_{xq} i_{xq} + p \dot{\phi}_{xq} = r_{xq} i_{xq} + p [l_{aq}(i_{xq} - i_q) + l_{lxq} i_{xq}]$$

Observaciones finales

El conjunto de las relaciones de los flujos concatenados por los arrollamientos de la máquina modelo y de las relaciones de las tensiones en bornes de los arrollamientos constituyen dos sistemas de ecuaciones a coeficientes constantes.

En los casos en que la rotación del rotor es a velocidad constante las tensiones en bornes de los arrollamientos están expresadas por ecuaciones lineales. Resolviendo estos dos sistemas se determinan valores y variación de las tensiones y de las corrientes de todos los arrollamientos del estator y del rotor. Deben no obstante ser conocidos los valores de los parámetros y fijados los valores que asumen las distintas magnitudes durante las condiciones de funcionamiento en el contorno.

En los funcionamientos dinámicos cuando el rotor gira a velocidad constante, la primitiva de cada corriente resulta una combinación lineal entre una función unidireccional y una función alterna de frecuencia fundamental. Las amplitudes de estas corrientes decrecen exponencialmente según constantes de tiempo que dependen de las resistencias de los arrollamientos. En particular la resistencia de los arrollamientos del estator determina la constante de tiempo de la corriente alterna y las resistencias de los arrollamientos del rotor influyen sobre las constantes de tiempo de las corrientes unidireccionales.

Examinando oportunamente las ecuaciones correspondientes a las tensiones de los arrollamientos d y q del estator se puede llegar a las siguientes conclusiones.

- Los términos $\omega \dot{\phi}_d, \omega \dot{\phi}_q$ introducen en las expresiones de los valores instantáneos de las tensiones los efectos de la rotación del rotor y de los pares de escobillas en las cuales terminan los arrollamientos del estator. De estas tensiones dependen las amplitudes de las corrientes unidireccionales.
- Los términos $p \dot{\phi}_d, p \dot{\phi}_q$ introducen en las expresiones de los valores instantáneos de las tensiones los efectos de las variaciones de los flujos.

De dichas tensiones dependen las amplitudes de las corrientes alternas, que compensan en el instante inicial de los funcionamientos dinámicos las bruscas variaciones sufridas por las amplitudes de las corrientes unidireccionales. Para transferir las corrientes de los arrollamientos de la máquina modelo a aquellos de la máquina real, es necesario recordar que las corrientes unidireccionales y alternas de los arrollamientos del rotor no sufren ninguna modificación. Para los arrollamientos del estator en cambio, las corrientes unidireccionales se transforman en las corrientes alternas de las tres fases y aquellas alternas en las corrientes de las tres fases unidireccionales y armónicas de segundo orden. Estas transformaciones se obtienen aplicando las relaciones (26), (27), (28) del parágrafo 3.2.

FUNCIONAMIENTO EN CORTOCIRCUITO DE LAS MAQUINAS SINCRONICAS

CC-04.PDF

4	Funcionamiento en cortocircuito de las maquinas sincronicas - Valores de las magnitudes de la maquina modelo y de las correspondientes de la maquina real	115 / 156
----------	--	------------------

4 - FUNCIONAMIENTO EN CORTOCIRCUITO DE LAS MAQUINAS SINCRONICAS - VALORES DE LAS MAGNITUDES DE LA MAQUINA MODELO Y DE LAS CORRESPONDIENTES DE LA MAQUINA REAL.

4.1 Generalidades

Examínese una máquina sincrónica y el funcionamiento siguiente al establecimiento del cortocircuito trifásico aislado de tierra en los terminales del arrollamiento del estator.

Supóngase que durante este funcionamiento la velocidad del rotor no sufra variaciones apreciables. Desprecie los fenómenos debidos a la saturación del hierro y también el valor de la resistencia de los arrollamientos del estator. Supóngase también de valor despreciable la impedancia de la falla, vista en el punto en el cual se produce respecto de los terminales de la máquina.-

El instante inicial del cortocircuito puede ser considerado tanto como final del funcionamiento en régimen, como inicial del funcionamiento en cortocircuito; será por lo tanto indicado con el símbolo $t=0$ o bien $t = 0+$ según se refiera a un funcionamiento o a otro.

Supóngase que la máquina antes del cortocircuito funcionara en carga y se conocen los valores de las tensiones de fase de inducido, de las corrientes erogadas y de su ángulo de fase, respectivamente indicadas con los símbolos.

$$\sqrt{2} U, \sqrt{2} I, < \varphi$$

En el instante $t = 0$ del funcionamiento antes indicado el flujo dispuesto simétricamente al eje directo concatenado con el circuito inductor, es aquel que resulta de la composición de los campos de inductor y de reacción longitudinal de inducido, ambos rotantes en sincronismo. La amplitud del flujo queda invariable en el tiempo: la corriente en el circuito inductor es de valor constante, las corrientes en los circuitos auxiliares rotoricos, simétricamente dispuestos respecto del eje directo, son de valor nulo. En el mismo instante el flujo simétrico respecto al eje en cuadratura que se concatena con los circuitos auxiliares rotoricos dispuestos simétricamente al mismo eje es el único campo de reacción transversal de inducido y rotante en sincronismo con el rotor.

También la amplitud de dicho flujo queda invariable en el tiempo y las corrientes en los circuitos auxiliares rotoricos son de valor nulo.

En el instante inicial del cortocircuito los flujos concatenados con los circuitos rotoricos simétricos respecto a los dos ejes no varían, así tampoco las corrientes de inductor y de inducido. Desde el inicio del funcionamiento dinámico el campo resultante debe ser separado en dos partes: uno rotante en sincronismo con el rotor (correspondiente al nuevo funcionamiento); el otro unidireccional (de amplitud que en el origen es igual y contraria a la variación sufrida por el campo rotante) de manera que el campo resultante es rotante y su valor pulsante.-

En los instantes sucesivos se produzcan en los circuitos cerrados

rotoricos (auxiliares y de inductor) fuerzas magnetomotrices que tenderán aún a conservar los flujos por ellos inicialmente concatenados. A tal conservación contrastan las disipaciones de energía (asociadas a las corrientes en los circuitos cerrados) que se presentan en cada caso como resistencias propias. En cada circuito cerrado, al desarrollarse estos fenómenos físicos y desde el instante en que se establece la falla $t = 0+$ circulan corrientes unidireccionales y corrientes alternas.

En los arrollamientos de las fases de inducido, circula en particular:

- a) - una corriente alterna o simétrica que puede ser descompuesta en una componente directa y una componente en cuadratura. La componente directa es la suma de una corriente sostenida y de dos componentes que decrecen exponencialmente (la que se extingue más rápidamente se denomina subtransitoria y la otra transitoria). La componente en cuadratura decrece exponencialmente, estando constituida solo por la componente subtransitoria.
- b) - dos corrientes, una unidireccional y la otra armonica de segundo orden. En el instante inicial del cortocircuito, la suma de las amplitudes de las corrientes es de valor igual y contrario a la variación sufrida por la corriente alterna.

A las corrientes alternas unidireccionales y armonicas de segundo orden que circulan en los arrollamientos de las fases de inducido (estudiadas en el capitulo I) corresponden en los arrollamientos del rotor las unidireccionales y alternas a la secuencia fundamental. Examinemoslas en particular, ellas son:

- c) - una corriente unidireccional en el arrollamiento inductor preexistente al funcionamiento en cortocircuito. El valor de dicha corriente depende de la excitación y permanece constante aún después de la eliminación de la falla a menos que la actuación del regulador no haga variar la tensión de inducido de la excitatriz.
- d) - corrientes unidireccionales inducidas en las espiras amortiguadoras y en los circuitos auxiliares rotóricos simetricos respecto del eje directo, y en el arrollamiento inductor. Las corrientes son causadas por el incremento que sufren las amplitudes del campo de reacción longitudinal rotante en sincronismo con el rotor. Ellas varían en los circuitos auxiliares rotoricos según las constantes de tiempo subtransitorias y en el arrollamiento inductor según las constantes de tiempo subtransitorias y transitorias.-
- e) - corrientes unidireccionales inducidas en las espiras amortiguadoras y en los circuitos auxiliares rotoricos simetricos el eje en cuadratura.

Tales corrientes son causadas por el incremento de amplitud del campo transversal rotante en sincronismo con el rotor y se extinguen según la correspondiente constante de tiempo subtransitoria.

- f) - corrientes alternas a frecuencia fundamental inducidas en el arrollamiento inductor y en los circuitos auxiliares rotóricos simétricos respecto del eje directo.-

Estas corrientes son causadas por la componente longitudinal del campo de reacción unidireccional y tienen amplitudes iguales y contrarias a las de las variaciones sufridas por las corrientes unidireccionales al inicio del cortocircuito. Ellas varían exponencialmente,

La constante de tiempo es aquella de las corrientes unidireccionales de las tres fases de inducido.

- g) - corrientes alternas a frecuencia fundamental inducidas en las espiras amortiguadoras y en los circuitos auxiliares rotóricos simétricos respecto del eje en cuadratura. Corrientes causadas por la componente transversal del campo de reacción unidireccional, y que tienen amplitudes iniciales contrarias a las variaciones sufridas por las corrientes unidireccionales en el instante inicial del cortocircuito, y que después varían exponencialmente y la constante de tiempo es aquella de las corrientes unidireccionales de las tres fases de inducido.-

La existencia en los distintos arrollamientos cerrados de la máquina de las corrientes descritas se releva experimentalmente mediante registros oscilograficos. La existencia y las variaciones de las que se ha hablado pueden ser determinadas también por vía analítica partiendo de las ecuaciones de los flujos y de las tensiones en los terminales de los arrollamientos de la máquina denominada modelo obtenida con la transformación de Park.-

4.2 - Valores del funcionamiento en carga.

Durante el funcionamiento que precede el cortocircuito, y en consecuencia en el instante $t=0$, la máquina real presenta las siguientes magnitudes:

- Las tensiones y las corrientes de las fases del inducido, magnitudes alternas simétricas de amplitud constante.-
- La tensión y la corriente en el arrollamiento inductor, magnitudes unidireccionales de amplitud constante;
- Las tensiones y las corrientes en las espiras amortiguadoras, magnitudes de valor nulo.

Con referencia al instante en el cual es eje magnetico de la fase "a" coincide con la dirección del eje directo de los polos, y suponiendo sea conocido el angulo " α " formado por el vector corriente de la fase "a" con la dirección del eje mismo, los valores instantaneos de las tensiones y de las corrientes de las fases de inducido y de los arrollamientos del rotor se pueden expresar con las relaciones

$$u_a = \sqrt{2} U \cos(\omega t + \alpha + \varphi)$$

$$u_b = \sqrt{2} U \cos\left(\omega t + \alpha + \varphi - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$u_c = \sqrt{2} U \cos\left(\omega t + \alpha + \varphi + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$i_{la} = \sqrt{2} I_l \cos(\omega t + \alpha)$$

$$i_{lb} = \sqrt{2} I_l \cos\left(\omega t + \alpha - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$i_{lc} = \sqrt{2} I_l \cos\left(\omega t + \alpha + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$E_{f(0)} = \text{constante} \quad E_{xd(0)} = 0 \quad E_{xq(0)} = 0$$

$$I_{f(0)} = \frac{E_{f(0)}}{r_f} = \text{constante} \quad I_{xd(0)} = 0 \quad I_{xq(0)} = 0$$

La máquina modelo en cambio en el instante $t = 0$ presenta:

- Las tensiones y las corrientes de los arrollamientos "d, q" del estator, magnitudes unidireccionales de amplitud constante.
- La tensión y la corriente del arrollamiento 0 del estator, magnitud de valor nulo.
- La tensión y la corriente del arrollamiento inductor, magnitud unidireccional de amplitud constante.
- Las tensiones y las corrientes de las espiras amortiguadoras, magnitudes de valor nulo.
- Los valores de las tensiones y de las corrientes indicadas pueden expresarse con las relaciones

$$u_d = \sqrt{2} U \cos(\alpha + \varphi) \quad , \quad u_q = \sqrt{2} U \sin(\alpha + \varphi) \quad , \quad u_0 = 0$$

$$i_{ld} = \sqrt{2} I_l \cos \alpha \quad , \quad i_{lq} = \sqrt{2} I_l \sin \alpha \quad , \quad i_{l0} = 0$$

$$e_{f(0)} = E_{f(0)} = \text{constante}, \quad e_{xd(0)} = 0 \quad , \quad e_{xq(0)} = 0$$

$$i_{f(0)} = I_{f(0)} = \frac{e_{f(0)}}{r_f} = \text{constante} \quad , \quad i_{xd(0)} = 0 \quad , \quad i_{xq(0)} = 0$$

Todas las magnitudes referidas al sistema dimensional examinado en el paragrafo 3.3.2 satisfacen las ecuaciones numeradas de (72) a (82).

Teniendo en debida cuenta la condición de funcionamiento que se está estudiando, las magnitudes $p \dot{\Phi}_d$, $p \dot{\Phi}_q$, $p \dot{\Phi}_f$, $p \dot{\Phi}_{xd}$, $p \dot{\Phi}_{xq}$, i_{xd} , i_{xq} tienen valor nulo. La resistencia de las fases de inducido además debe considerarse de valor despreciable respecto de los valores de los otros parametros. Por lo tanto las ecuaciones de los flujos concatenados con los arrollamientos y aquellas que expresan las tensiones en los terminales de los mismo arrollamientos asumen la forma siguiente

$$\begin{aligned}
 [1] \quad \dot{\phi}_{d(0)} &= \dot{i}_{ad}(i_{f(0)} - i_{ld}) - \dot{i}_{ld}i_{ld} \\
 [2] \quad \dot{\phi}_{q(0)} &= -\dot{i}_{aq}i_{lq} - \dot{i}_{lq}i_{lq} \\
 [3] \quad \dot{\phi}_0 &= 0 \\
 [4] \quad \dot{\phi}_{f(0)} &= \dot{i}_{lf}i_{f(0)} + \dot{i}_{ad}(i_{f(0)} - i_{ld}) \\
 [5] \quad \dot{\phi}_{xd(0)} &= \dot{i}_{ad}(i_{f(0)} - i_{ld}) \\
 [6] \quad \dot{\phi}_{xq(0)} &= -\dot{i}_{aq}i_{lq} \\
 [7] \quad \dot{u}_d &= \dot{X}_{aq}i_{lq} + \dot{X}_{lq}i_{lq} \\
 [8] \quad \dot{u}_q &= \dot{X}_{ad}(i_{f(0)} - i_{ld}) - \dot{X}_{ld}i_{ld} \\
 [9] \quad \dot{u}_0 &= 0 \\
 [10] \quad \dot{e}_{f(0)} &= \dot{r}_f i_{f(0)} \\
 [11] \quad \dot{e}_{xd(0)} &= 0 \\
 [12] \quad \dot{e}_{xq(0)} &= 0
 \end{aligned}$$

De la ecuación (8) se obtiene

$$[13] \quad i_{f(0)} = \frac{\dot{u}_q + (\dot{X}_{ld} + \dot{X}_{ad})i_{ld}}{\dot{X}_{ad}} = \frac{\dot{e}_{c\delta}}{\dot{X}_{ad}}$$

En consecuencia la relación (4) puede ser reducida como se indica.

$$\begin{aligned}
 [14] \quad \dot{\phi}_{f(0)} &= (\dot{i}_{lf} + \dot{i}_{ad}) \frac{\dot{e}_{c\delta}}{\dot{X}_{ad}} - \dot{i}_{ad}i_{ld} = \\
 &= \frac{\dot{X}_{ff}}{\dot{X}_{ad}} \left[\dot{u}_q + \left(\dot{X}_d - \frac{\dot{X}_{ad}^2}{\dot{X}_{ff}} \right) i_{ld} \right] = \frac{\dot{X}_{ff}}{\dot{X}_{ad}} \dot{e}'_q
 \end{aligned}$$

Como se observa los simbolos de las inductancias fueron reemplazados con los de las correspondientes reactancias, porque los parametros correspondientes tienen valores relativos iguales y se han introducido las siguientes simplificaciones

$$[15] \quad \dot{e}_{c\delta} = \dot{u}_q + (\dot{X}_{ld} + \dot{X}_{ad})i_{ld}$$

$$[16] \quad \dot{X}'_d = \dot{X}_d - \frac{\dot{X}_{ad}^2}{\dot{X}_{ff}}$$

$$[17] \quad \dot{e}'_q = \dot{u}_q + \dot{X}'_d i_{ld}$$

Substrayendo de la relación (5) la relación (4) se obtiene

$$\begin{aligned}
 [18] \quad \dot{\phi}_{xd(0)} &= \dot{\phi}_{f(0)} - \dot{X}_{ff}i_{f(0)} + \dot{X}_{ad}i_{f(0)} = \frac{\dot{X}_{ff}}{\dot{X}_{ad}} \dot{e}'_q - \frac{\dot{X}_{ff}}{\dot{X}_{ad}} \dot{e}_{c\delta} + \dot{e}_{c\delta} = \\
 &= \dot{e}_{c\delta} - \frac{\dot{X}_{ff}}{\dot{X}_{ad}} (\dot{e}_{c\delta} - \dot{e}'_q)
 \end{aligned}$$

Mientras que de las relaciones (7) y (6) se obtiene.

$$[19] \quad \begin{aligned} i_{lq} &= \frac{\dot{u}_d}{\dot{X}_q} \\ \dot{\phi}_{xq(0)} &= -\frac{\dot{X}_{aq}}{\dot{X}_q} \dot{u}_d \end{aligned}$$

Las tensiones $e_{c\delta}$, e'_q del arrollamiento "d" de la máquina modelo referidas al arrollamiento de una fase del inducido de la máquina real conservan sus amplitudes $V\sqrt{2} E_{c\delta} = e_{c\delta}$, $V\sqrt{2} E'_q = e'_q$ y se transforman en magnitudes alternas y se denominan respectivamente tensión interna sincronica directa y tensión interna transitoria directa. Ambas han sido definidas en el paragrafo 1.4.-

A causa de las distintas convenciones adoptadas allí se indican con los símbolos $E_{c\delta}$, E'_d y se expresan con relaciones en las cuales la componente U_q de la tensión U se indica con el simbolo U_d .-

El ángulo entre los vectores tensiones internas directas y el vector tensión en bornes puede ser determinado en base a las relaciones a continuación descriptas y a la construcción gráfica representada en la figura 3.

$$[20] \quad \bar{I}_{la} = \bar{I}_{ld} + j\bar{I}_{lq}$$

donde

$$[21] \quad I_{ld} = \frac{i_{ld}}{\sqrt{2}} \quad , \quad I_{lq} = \frac{i_{lq}}{\sqrt{2}}$$

donde

$$U_d = \frac{u_d}{\sqrt{2}} \quad , \quad U_q = \frac{u_q}{\sqrt{2}}$$

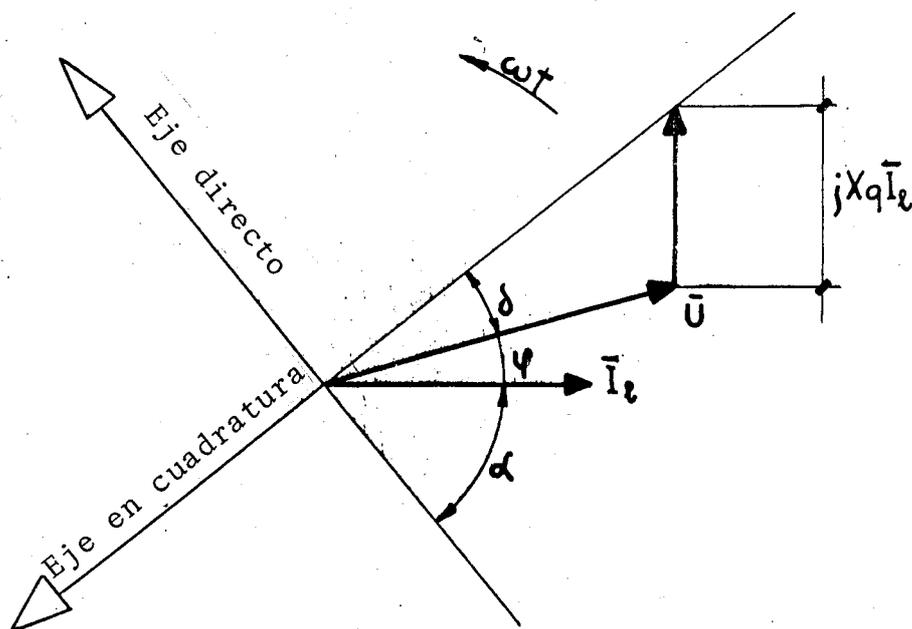


Fig. 27

$$\begin{aligned}
 [22] \quad \bar{E}_{c\delta} &= \bar{U}_q + jX_d \bar{I}_{ld} = \bar{U} + jX_d \bar{I}_{ld} + jX_q \bar{I}_{lq} = \\
 &= \bar{U} + jX_q \bar{I}_l + j(X_d - X_q) \bar{I}_{ld}
 \end{aligned}$$

$$[23] \quad \bar{E}'_q = \bar{U}_q + jX'_d \bar{I}_{ld} = \bar{E}_{c\delta} - j(X_d - X'_d) \bar{I}_{ld}$$

Conocidos los modulos U , I_1 y el ángulo de fase φ el vector U se puede construir gráficamente como se muestra en la figura 27.

$$\bar{U} + jX_q \bar{I}_l$$

Uniéndolo el origen de vector U con el extremo del vector $U + j X_q I_1$ se obtiene la dirección de las tensiones internas directas y en consecuencia resulta establecido la dirección del eje directo porque la dirección se encuentra $\pi/2$ grados electricos en adelante.-

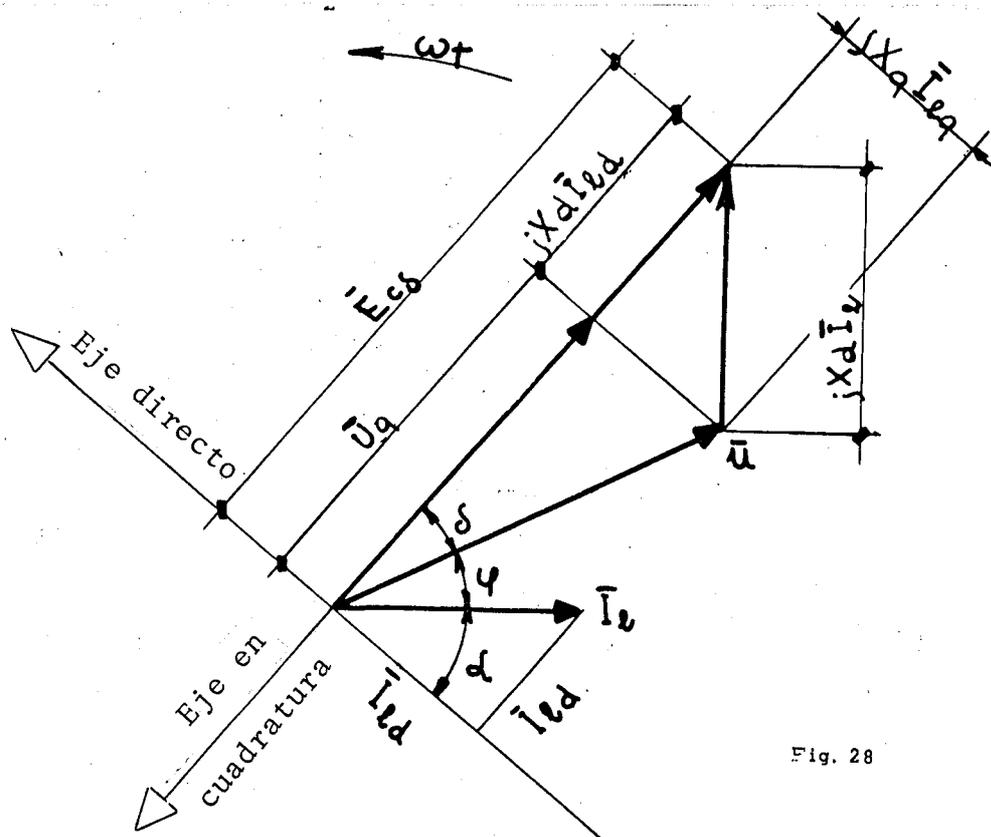


Fig. 28

El ángulo de cupla δ es aquel comprendido entre la dirección de las tensiones internas y la dirección de la tensión U . Sumando el ángulo de cupla δ al ángulo de fase φ se obtiene un ángulo complementario al ángulo α .

De la relación (22) se derivan directamente ya al diagrama de funcionamiento de Potier, como el de Blondel. En efecto para $X_d = X_q$ el vector $\bar{E}_{cs} = \bar{U} + j X_d \bar{I}_1$ está construido como muestra la figura 28, mientras que para $X_d \neq X_q$ el vector $\bar{E}_c = \bar{U} + j X_q \bar{I}_1 + j(X_d - X_q) \bar{I}_{ld}$ se construye como muestra la fig. 29.

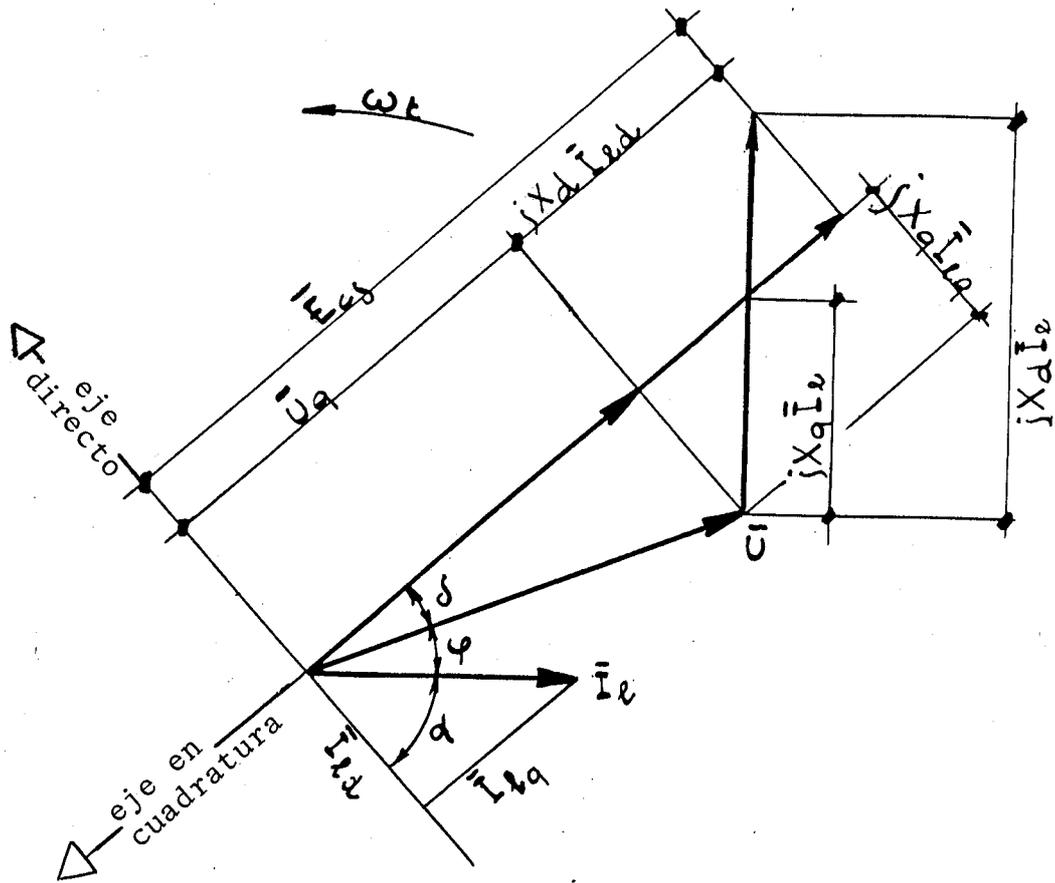


Fig. 29

4.3 Valores iniciales subtransitorios de las magnitudes del estator y del rotor para un cortocircuito trifasico simetrico.-

Hágase referencia a la máquina modelo tomando en consideración tanto las ecuaciones de los flujos concatenados por los arrollamientos, como las tensiones en los terminales de los arrollamientos mismos. Las ecuaciones fueron enumeradas en el paragrafo 4.1 de (72) a (81).

En el instante inicial del cortocircuito los flujos de funcionamiento en carga, concatenados por los arrollamientos de la máquina no pueden sufrir variaciones instantáneas. Al perdurar el cortocircuito, parte de la energía electromagnética de la máquina es disipada en calor en las resistencias ofrecidas por los arrollamientos afectados por los fenómenos dinámicos; en consecuencia varían las intensidades y las configuraciones de los flujos concatenados y las intensidades de todas las corrientes.-

A partir del instante inicial del cortocircuito, las tensiones en terminales de los arrollamientos de estator sufren variaciones ya que por el cortocircuito es modificada la impedancia de los circuitos externos concatenados a la máquina.-

Los valores iniciales subtransitorios de las magnitudes de todos los arrollamientos de la máquina pueden ser determinados comodamente introduciendo en las expresiones de las tensiones en terminales la condición de conservación de los flujos. Por lo que se ha dicho la condición hace despreciables los terminos resistivos y confiere a las corrientes del estator y del rotor amplitudes constantes para todo el funcionamiento en cortocircuito. De esta manera las ecuaciones indicadas en el paragrafo 4.1 asumen la forma siguiente:

$$\begin{aligned}
 [1] \quad & \dot{u}_d = p\dot{\phi}_d - \dot{\omega}\dot{\phi}_q \\
 [2] \quad & \dot{u}_q = p\dot{\phi}_q + \dot{\omega}\dot{\phi}_d \\
 [3] \quad & \dot{e}_f = p\dot{\phi}_f \\
 [4] \quad & \dot{e}_{xd} = p\dot{\phi}_{xd} = 0 \\
 [5] \quad & \dot{e}_{xq} = p\dot{\phi}_{xq} = 0
 \end{aligned}$$

Los flujos que entran en las ecuaciones citadas se pueden en cambio expresar como resulta del paragrafo 4.1. Y son los siguientes:

$$\begin{aligned}
 [6] \quad & \dot{\phi}_d = \dot{l}_{ad}(i_f + i_{xd} - i_d) - \dot{l}_{ld}i_d \\
 [7] \quad & \dot{\phi}_q = \dot{l}_{aq}(i_{xq} - i_q) - \dot{l}_{lq}i_q \\
 [8] \quad & \dot{\phi}_f = \dot{l}_{lf}i_f + \dot{l}_{ad}(i_f + i_{xd} - i_d) \\
 [9] \quad & \dot{\phi}_{xd} = \dot{l}_{lxd}i_{xd} + \dot{l}_{ad}(i_f + i_{xd} - i_d) \\
 [10] \quad & \dot{\phi}_{xq} = \dot{l}_{lxq}i_{xq} + \dot{l}_{aq}(i_{xq} - i_q)
 \end{aligned}$$

En el instante $t=0$, precedente al establecimiento del cortocircuito, y perteneciente aún al funcionamiento en carga, las corrientes, las tensiones, y los flujos en distintos arrollamientos son magnitudes unidireccionales y sus amplitudes conservan los valores determinados en el paragrafo 4.2, donde han sido expresados con las notaciones

$$\begin{aligned}
 & i_{f(0)} ; i_{xd(0)} ; i_{xq(0)} ; i_{ld} ; i_{lq} \\
 & \dot{e}_{f(0)} = \dot{r}_f i_{f(0)} ; \dot{e}_{xd(0)} = 0 ; \dot{e}_{xq(0)} = 0 ; \dot{u}_d = \dot{X}_q i_{lq} ; \dot{u}_q = \dot{e}_{c\delta} - \dot{X}_d i_{ld} ; \\
 & \dot{\phi}_{f(0)} = \frac{\dot{X}_{ff}}{\dot{X}_{ad}} \dot{e}'_q ; \dot{\phi}_{xd(0)} = \dot{e}_{c\delta} - \frac{\dot{X}_{ff}}{\dot{X}_{ad}} (\dot{e}_{c\delta} - \dot{e}'_q) ; \dot{\phi}_{xq(0)} = -\frac{\dot{X}_{aq}}{\dot{X}_q} \dot{u}_q \\
 & \dot{\phi}_{d(0)} = \frac{\dot{u}_q}{\dot{\omega}} ; \dot{\phi}_{q(0)} = -\frac{\dot{u}_d}{\dot{\omega}}
 \end{aligned}$$

En el instante $t=0+$ que está en el origen del cortocircuito las tensiones u_d y u_q deben ser consideradas de valor nulo. Los fenómenos que se producen en la máquina a causa del cortocircuito se pueden estudiar aplicando el principio de la superposición de los efectos. Se puede entonces:

- Considerar todos los arrollamientos rotoricos desexcitados y dispuestos en cortocircuito y aplicar a los del estator tensiones iguales y contrarias a aquellas ya preexistentes entre los bornes de los arrollamientos.
- Componer las tensiones y las corrientes del funcionamiento ficticio con las correspondientes magnitudes que existían en el funcionamiento en carga.-

El funcionamiento ficticio, hipotizado para simular la condición de falla en terminales de los arrollamientos del estator, puede ser estudiado aplicando las ecuaciones enumeradas en este párrafo de (1) a (10), y teniendo en debida cuenta que los arrollamientos del estator constituyen una carga inductiva respecto de la fuente de tensión externa mientras que los arrollamientos del rotor están desexcitados y cortocircuitados. En consecuencia los valores de los flujos concatenados de los arrollamientos del rotor y de las tensiones en sus terminales deben ser nulos.-

Distinganse con el simbolo Δ'' los valores instantáneos que asumen todas las magnitudes de los arrollamientos de la máquina y conservense las convenciones de signo hasta aquí adoptadas para las corrientes. A partir del instante $t=0+$, instante inicial del funcionamiento ficticio que se examina, para los flujos concatenados de los arrollamientos se pueden escribir las relaciones.

$$[11] \quad l_{lf} \Delta'' i_f + l_{ad} (\Delta'' i_f + \Delta'' i_{xd} - \Delta'' i_d) = 0$$

$$[12] \quad l_{lxd} \Delta'' i_{xd} + l_{ad} (\Delta'' i_f + \Delta'' i_{xd} - \Delta'' i_d) = 0$$

$$[13] \quad l_{lxq} \Delta'' i_{xq} + l_{aq} (\Delta'' i_{xq} - \Delta'' i_q) = 0$$

$$[14] \quad l_{ad} (\Delta'' i_f + \Delta'' i_{xd} - \Delta'' i_d) - l_{ld} \Delta'' i_d = \dot{\phi}_d''$$

$$[15] \quad l_{aq} (\Delta'' i_{xq} - \Delta'' i_q) - l_{lq} \Delta'' i_q = \dot{\phi}_q''$$

Mientras las tensiones en los terminales de los arrollamientos del estator asumen los valores.

$$[16] \quad -(\dot{e}_c \delta - \dot{X}_d i_{ld}) = p \dot{\phi}_q'' + \dot{\omega} \phi_d''$$

$$[17] \quad -\dot{X}_q i_{lq} = p \dot{\phi}_d'' - \dot{\omega} \phi_q''$$

Sustrayendo de la relación (11) la (12) se obtiene

$$l_{lf} \Delta'' i_f - l_{lxd} \Delta'' i_{xd} = 0$$

de la que se obtiene

$$[18] \quad \Delta'' i_f = \frac{l_{lxd}}{l_{lf}} \Delta'' i_{xd}$$

Introduciendo la expresión (18) en la relación (12) se obtiene:

$$i_{lxd} \Delta'' i_{xd} + \frac{i_{ad} i_{lxd}}{i_{lf}} \Delta'' i_{xd} + i_{ad} \Delta'' i_{xd} = i_{ad} \Delta'' i_d$$

de donde:

$$[19] \quad \Delta'' i_{xd} = i_{ad} \left(\frac{i_{lf}}{i_{lxd} i_{lf} + i_{ad} i_{lxd} + i_{ad} i_{lf}} \right) \Delta'' i_d$$

por sustitución en la (18) se obtiene

$$[20] \quad \Delta'' i_f = i_{ad} \left(\frac{i_{lxd}}{i_{lxd} i_{lf} + i_{ad} i_{lxd} + i_{ad} i_{lf}} \right) \Delta'' i_d$$

El flujo Φ_d'' puede ser expresado en función de los valores instantáneos de la corriente $\Delta'' i_d$ es decir

$$[21] \quad \dot{\Phi}_d'' = - \left(i_{ld} + \frac{i_{ad} i_{lxd} i_{lf}}{i_{lxd} i_{lf} + i_{ad} i_{lxd} + i_{ad} i_{lf}} \right) \Delta'' i_d = - i_d'' \Delta'' i_d$$

en la que se ha puesto

$$[22] \quad i_{ld} + \frac{i_{ad} i_{lxd} i_{lf}}{i_{lxd} i_{lf} + i_{ad} i_{lxd} + i_{ad} i_{lf}} = i_{ld} + \frac{1}{\frac{1}{i_{ad}} + \frac{1}{i_{lxd}} + \frac{1}{i_{lf}}} = i_d''$$

De la ecuación (13) se obtiene

$$[23] \quad \Delta'' i_{xq} = \frac{i_{aq}}{i_{lxq} + i_{aq}} \Delta'' i_q$$

El flujo Φ_q'' puede a su vez ser expresado en función de los valores instantáneos de la corriente $\Delta'' i_q$, es decir:

$$[24] \quad \dot{\Phi}_q'' = - \left(i_{lq} + \frac{i_{aq} i_{lxq}}{i_{aq} + i_{lxq}} \right) \Delta'' i_q = - i_q'' \Delta'' i_q$$

habiendo puesto

$$[25] \quad i_{lq} + \frac{i_{aq} i_{lxq}}{i_{lxq} + i_{aq}} = i_{lq} + \frac{1}{\frac{1}{i_{lq}} + \frac{1}{i_{aq}}} = i_q''$$

Las relaciones (21) y (24) permiten transformar las ecuaciones (16) y (17) como sigue

$$[26] \quad -(\dot{e}_{c\delta} - \dot{X}_d i_{ld}) = - i_q'' p \Delta'' i_q - \omega i_d'' \Delta'' i_d$$

$$[27] \quad -\dot{X}_q i_{lq} = - i_d'' p \Delta'' i_d + \omega i_q'' \Delta'' i_q$$

De la ecuación (27) se obtiene:

$$[28] \quad \Delta'' i_q = \frac{l_d'' p \Delta'' i_d}{\omega l_q''} - \frac{\dot{X}_q i_{lq}}{\omega l_q''}$$

y por lo tanto

$$[29] \quad p \Delta'' i_q = \frac{l_d''}{\omega l_q''} p^2 \Delta'' i_d$$

En consecuencia substituyendo en la (26) la (29) se obtiene la ecuación diferencial de segundo orden

$$[30] \quad p^2 \Delta'' i_d + \omega^2 \Delta'' i_d = \omega^2 \frac{(\dot{e}_{c\delta} - \dot{X}_d i_{ld})}{\omega l_d''}$$

La integral general de la ecuación diferencial es del tipo

$$[31] \quad \Delta'' i_d = \frac{\dot{u}}{\omega l_d''} \cos \delta - \frac{\dot{u}}{\omega l_d''} \cos(\omega t + \delta)$$

$$[32] \quad \Delta'' i_d = \frac{\dot{u}_q}{\dot{X}_d''} - \frac{\dot{u}}{\dot{X}_d''} \cos(\omega t + \delta)$$

habiendo puesto $\omega l_d'' = \dot{X}_d''$

$$\dot{e}_{c\delta} - \dot{X}_d i_{ld} = \dot{u} \cos \delta = \dot{u}_q$$

Mientras que de la ecuación (28) se obtiene otra ecuación diferencial

$$\Delta'' i_q = \frac{l_d''}{\omega l_q''} p \left[\frac{\dot{u}_q}{\dot{X}_d''} - \frac{\dot{u}}{\dot{X}_d''} \cos(\omega t + \delta) \right] - \frac{\dot{X}_q}{\omega l_q''} i_{lq}$$

que resuelta permite escribir

$$[33] \quad \Delta'' i_q = \frac{\dot{u}}{\dot{X}_q''} \text{sen}(\omega t + \delta) - \frac{\dot{X}_q}{\dot{X}_q''} i_{lq}$$

Los valores instantaneos de las corrientes i_d , i_q durante el funcionamiento en cortocircuito de la máquina, se obtienen con la suma de las corrientes $\Delta'' i_d$, $\Delta'' i_q$ (calculadas con las relaciones (32) y (33)) con las corrientes circulantes en los arrollamientos d y q antes del cortocircuito.

Se obtienen así las relaciones (34) y (37)

$$\begin{aligned}
 [34] \quad i_d &= \frac{\dot{u}_q}{\dot{X}_d''} - \frac{\dot{u}}{\dot{X}_d''} \cos(\omega t + \delta) + i_{ld} = \frac{\dot{u}_q + \dot{X}_d'' i_{ld}}{\dot{X}_d''} - \frac{\dot{u}}{\dot{X}_d''} \cos(\omega t + \delta) = \\
 &= \frac{\dot{e}_q''}{\dot{X}_d''} - \frac{\dot{u}}{\dot{X}_d''} \cos(\omega t + \delta) = i_{d(0)}'' - \frac{\dot{u}}{\dot{X}_d''} \cos(\omega t + \delta)
 \end{aligned}$$

porque

$$[35] \quad \dot{u}_q + \dot{X}_d'' i_{ld} = e_{c\delta} - (\dot{X}_d - \dot{X}_d'') i_{ld} = e_q''$$

$$[36] \quad \frac{\dot{e}_q''}{\dot{X}_d''} = i_{d(0)}''$$

$$\begin{aligned}
 [37] \quad i_q &= \frac{\dot{u}}{\dot{X}_q''} \operatorname{sen}(\omega t + \delta) - \frac{\dot{X}_q}{\dot{X}_q''} i_{lq} + i_{lq} = - \frac{(\dot{X}_q - \dot{X}_q'') i_{lq}}{\dot{X}_q''} + \frac{\dot{u}}{\dot{X}_q''} \operatorname{sen}(\omega t + \delta) = \\
 &= - \frac{\dot{e}_d''}{\dot{X}_q''} + \frac{\dot{u}}{\dot{X}_q''} \operatorname{sen}(\omega t + \delta) = -i_{q(0)}'' + \frac{\dot{u}}{\dot{X}_q''} \operatorname{sen}(\omega t + \delta)
 \end{aligned}$$

porque

$$[38] \quad (\dot{X}_q - \dot{X}_q'') i_{lq} = e_d''$$

$$\frac{\dot{e}_d''}{\dot{X}_q''} = i_{q(0)}''$$

Se debe notar que las i_d , i_q están ambas constituidas por una corriente unidireccional y una alterna a la frecuencia fundamental. Del procedimiento seguido para determinar dichas corrientes se releva además que de los terminos $\omega \varphi_d$, $\omega \varphi_q$ dependen las unidireccionales mientras que las alternas dependen de los términos $p \dot{\varphi}_d$, $p \dot{\varphi}_q$.

Las tensiones e_q'' , e_d'' y las corrientes $i_{d(0)}''$, $i_{q(0)}''$ magnitudes unidireccionales de amplitud constante, referidas de los arrollamientos de la máquina modelo al arrollamiento de una fase de inducido de la máquina real conservan las amplitudes

$$\sqrt{2} E_q'' = e_q'', \quad \sqrt{2} E_d'' = e_d'', \quad \sqrt{2} I_{d(0)}'' = i_{d(0)}'', \quad \sqrt{2} I_{q(0)}'' = i_{q(0)}''$$

Estas se transforman en magnitudes alternas y los respectivos valores se denominan: valor inicial de la tensión interna subtransitoria directa, de la subtransitoria en cuadratura, valor inicial de la corriente alterna subtransitoria directa, de la subtransitoria en cuadratura. Todas las magnitudes se definen como se ha enunciado en el paragrafo 1.4. La simbología introducida en este capítulo para designar las tensiones internas difiere sin embargo, de la adoptada en la primera parte de este trabajo. En efecto el símbolo d se ha cambiado con el símbolo q , esto a causa de la convención introducida a partir del capítulo 3.

Si se elije como instante inicial del cortocircuito aquel en el cual el eje magnetico de la fase "a" coincide con la direcci3n del eje directo, las corrientes alternas de las tres fases de inducido (expresadas en(A)) asumen los valores instant3neos:

$$[40] \quad i_a = -\sqrt{2} \left[\frac{E''_q}{X''_d} \cos \omega t + \frac{E''_d}{X''_q} \text{sen } \omega t \right]$$

$$[41] \quad i_b = -\sqrt{2} \left[\frac{E''_q}{X''_d} \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) + \frac{E''_d}{X''_q} \text{sen} \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

$$[42] \quad i_c = -\sqrt{2} \left[\frac{E''_q}{X''_d} \cos \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) + \frac{E''_d}{X''_q} \text{sen} \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

Estas derivan de expresiones mas generales en las cuales figuran los 3ngulos ωt incrementados del 3ngulo ψ formado por el eje de la fase "a" con la direcci3n del eje polar en el instante $t=0+$.

Las magnitudes $u \cos (\omega t + \delta)$, $u \text{sen} (\omega t + \delta)$, $(u/X''_d) \cos (\omega t + \delta)$, $(u/X''_q) \text{sen} (\omega t + \delta)$ son magnitudes alternas de amplitud constante. Referidas de los arrollamientos d y q de la m3quina modelo al arrollamiento de una fase de inducido de la m3quina real, se transforman en la suma de dos magnitudes: una unidireccional y la otra armonica de segundo orden. Dichas amplitudes dependen del instante de iniciaci3n del cortocircuito. Cuando el instante inicial del cortocircuito es aquel en el cual la fase "a" se superpone a la direcci3n del eje directo, las corrientes unidireccionales y de segunda armonica (expresadas en(A)) asumen as3 sus valores instant3neos:

NOTA : este modo de tratar el tema permite obtener solo los valores iniciales , o sea aquellos del instante $t= 0+$ y exactamente

$$\sqrt{2} U/X''_d \cos \delta$$

$$\sqrt{2} U/X''_d \cos(\delta - 2\pi/3)$$

$$\sqrt{2} U/X''_d \cos(\delta + 2\pi/3)$$

respecto del instante $t=0+$ al cual se hace referencia resulta:

$$\cos \psi = 1 \quad \text{y} \quad \text{sen } \psi = 0$$

Sigue pag 128 bis

fase a):

$$\begin{aligned}
 [43] \quad & \frac{\sqrt{2}}{2} U \cos \delta \left(\frac{1}{X_d''} + \frac{1}{X_q''} \right) + \frac{\sqrt{2}}{2} U \left(\frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_q''} \right) \cos (2\omega t + \delta) = \\
 & = \sqrt{2} \frac{U}{X_2} \cos \delta + \frac{\sqrt{2}}{2} U \frac{X_q'' - X_d''}{X_d'' X_q''} \cos (2\omega t + \delta)
 \end{aligned}$$

fase b):

$$[44] \quad \sqrt{2} \frac{U}{X_2} \cos \left(\delta - \frac{2\pi}{3} \right) + \frac{\sqrt{2}}{2} U \frac{X_q'' - X_d''}{X_d'' X_q''} \cos \left(2\omega t + \delta - \frac{2\pi}{3} \right)$$

fase c):

$$[45] \quad \sqrt{2} \frac{U}{X_2} \cos \left(\delta + \frac{2\pi}{3} \right) + \frac{\sqrt{2}}{2} U \frac{X_q'' - X_d''}{X_d'' X_q''} \cos \left(2\omega t + \delta + \frac{2\pi}{3} \right)$$

La reactancia X_2 es

$$X_2 = \frac{1}{2} \frac{X_q'' + X_d''}{X_d'' X_q''}$$

mientras la tensión

$$\sqrt{2} U \cos \delta = \sqrt{2} U_q$$

Las relaciones (19) y (18) permiten obtener los valores instantáneos de las corrientes $\Delta'' i_{xd}$, $\Delta'' i_{xf}$ de los arrollamientos del rotor dispuestos simétricamente respecto del eje directo. De la relación (19) se obtiene en particular:

$$[46] \quad \Delta'' i_{xd} = i_{xd} = \frac{\dot{X}_{ad} \dot{X}_{lf}}{\dot{X}_{lxd} \dot{X}_{lf} + \dot{X}_{ad} \dot{X}_{lxd} + \dot{X}_{ad} \dot{X}_{lf}} \left[\frac{\dot{i}_q}{X_d''} - \frac{\dot{i}}{X_d''} \cos(\omega t + \delta) \right]$$

El ángulo δ es generalmente pequeño y entonces $\cos(\omega t + \delta) = \cos \delta \cos \omega t$; en consecuencia la relación (46) puede ser transformada, expresando la diferencia entre las reactancias $(X_d - X_d'')$ en función de las reactancias de dispersión y de reacción de los distintos arrollamientos es decir:

$$(\dot{X}_d - \dot{X}_d'') = \frac{\dot{X}_{ad}^2 (\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd})}{\dot{X}_{lxd} \dot{X}_{lf} + \dot{X}_{ad} \dot{X}_{lxd} + \dot{X}_{ad} \dot{X}_{lf}}$$

Multiplicando numerador y denominador de la relación (46) por $(X_d - X_d'')$ se obtiene la relación

$$\begin{aligned} \Delta'' i_{xd} = i_{xd} &= \frac{\dot{X}_{ad} \dot{X}_{lf}}{\dot{X}_{lxd} \dot{X}_{lf} + \dot{X}_{ad} \dot{X}_{lxd} + \dot{X}_{ad} \dot{X}_{lf}} \cdot \frac{\dot{X}_{lxd} \dot{X}_{lf} + \dot{X}_{ad} \dot{X}_{lxd} + \dot{X}_{ad} \dot{X}_{lf}}{\dot{X}_{ad}^2 (\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd})} \\ [47] \quad \cdot \frac{\dot{u}_q (\dot{X}_d - \dot{X}_d'') (1 - \cos \omega t)}{\dot{X}_d''} &= \\ = \frac{\dot{X}_{lf}}{\dot{X}_{ad} (\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd})} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{u}_q}{\dot{X}_d''} - \dot{u}_q \right) (1 - \cos \omega t) &= \\ = \frac{\dot{X}_{lf}}{\dot{X}_{ad} (\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd})} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{e}_q''}{\dot{X}_d''} - \dot{X}_d i_{ld} - \dot{u}_q \right) (1 - \cos \omega t) &= \\ = \frac{\dot{X}_{lf}}{\dot{X}_{ad} (\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd})} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{e}_q''}{\dot{X}_d''} - \dot{e}_{c\delta} \right) (1 - \cos \omega t) &= \\ = i_{xd(0)}'' (1 - \cos \omega t). \end{aligned}$$

De las relaciones (18) y (47) se obtiene la corriente $\Delta'' i_f$.

$$[48] \quad \Delta'' i_f = \frac{\dot{X}_{lxd}}{\dot{X}_{lf}} \Delta'' i_{xd} = \frac{\dot{X}_{lxd}}{\dot{X}_{ad} (\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd})} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{e}_q''}{\dot{X}_d''} - \dot{e}_{c\delta} \right) (1 - \cos \omega t)$$

Agregando a la corriente $\Delta'' i_f$ (48) la de excitación del funcionamiento en carga se obtiene:

$$\begin{aligned} [49] \quad i_f = i_{f(0)} + \Delta'' i_f = i_{f(0)}'' - \left[\frac{\dot{X}_{lxd}}{\dot{X}_{ad} (\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd})} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{e}_q''}{\dot{X}_d''} - \dot{e}_{c\delta} \right) \right] \cos \omega t \\ i_{f(0)}'' = \left[\frac{\dot{X}_{lxd}}{\dot{X}_{ad} (\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd})} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{e}_q''}{\dot{X}_d''} \right) + \frac{\dot{X}_{lf}}{\dot{X}_{ad} (\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd})} \dot{e}_{c\delta} \right] \end{aligned}$$

Para el arrollamiento del rotor dispuesto simétricamente al eje q se pueden obtener los valores instantáneos de las corrientes $\Delta'' i_{xq}$ de la relación (2,3) es decir:

$$\begin{aligned}
 [50] \quad \Delta'' i_{xq} = i_{xq} &= \frac{\dot{X}_{aq}}{\dot{X}_{lxq} + \dot{X}_{aq}} \left[\frac{\dot{u}}{\dot{X}_q''} \text{sen}(\omega t + \delta) - \frac{\dot{X}_q}{\dot{X}_q''} i_{lq} \right] = \\
 &= \frac{1}{\dot{X}_{aq}} \frac{\dot{X}_{aq}^2}{\dot{X}_{lxq} + \dot{X}_{aq}} \left[\frac{\dot{u}}{\dot{X}_q''} \text{sen}(\omega t + \delta) - \frac{\dot{X}_q}{\dot{X}_q''} i_{lq} \right] = \\
 &= \frac{\dot{X}_q - \dot{X}_q''}{\dot{X}_{aq} \dot{X}_q''} \dot{u} \text{sen}(\omega t + \delta) - \frac{\dot{X}_q}{\dot{X}_{aq}} \frac{\dot{e}_d''}{\dot{X}_q''} = \\
 &= \frac{\dot{X}_q - \dot{X}_q''}{\dot{X}_{aq} \dot{X}_q''} \dot{u} \text{sen}(\omega t + \delta) - i_{xq(0)}''
 \end{aligned}$$

Las reactancias $(X_q - X_q'')$ y la tensión $(X_q - X_q'')$ i_{lq} quedan expresadas en la siguiente forma

$$\begin{aligned}
 (\dot{X}_q - \dot{X}_q'') &= \frac{X_{aq}^2}{\dot{X}_{lxq} + \dot{X}_{aq}} \\
 (\dot{X}_q - \dot{X}_q'') i_{lq} &= \dot{e}_d''
 \end{aligned}$$

Las corrientes i_f , i_{xd} , i_{xq} del rotor referidas a los arrollamientos f, xd, xq de la máquina real, conservan las amplitudes y quedan magnitudes unidireccionales y alternas a la frecuencia fundamental. Los valores de las magnitudes de la máquina real se distinguen de los correspondientes de la máquina modelo (como ya ha sido hecho para las magnitudes de los arrollamientos del estator) con notaciones mayúsculas. Por lo tanto expresadas en(A) las corrientes rotoricas son:

$$\begin{aligned}
 [51] \quad i_{xd} &= \left[\frac{\dot{X}_{lf}}{\dot{X}_{ad}(\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd})} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{E}_q''}{\dot{X}_d''} - \dot{E}_{c\delta} \right) \right] I_{xdn} (1 - \cos \omega t) = \\
 &= I_{xd(0)}'' I_{xdn} (1 - \cos \omega t)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [52] \quad i_f &= \left[\frac{\dot{X}_{lxd}}{\dot{X}_{ad}(\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd})} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{E}_q''}{\dot{X}_d''} \right) + \frac{\dot{X}_{lf}}{\dot{X}_{ad}(\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd})} \dot{E}_{c\delta} \right] I_{fn} - \\
 &- \left[\frac{\dot{X}_{lxd}}{\dot{X}_{ad}(\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd})} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{E}_q''}{\dot{X}_d''} - \dot{E}_{c\delta} \right) \right] I_{fn} \cos \omega t = I_{f(0)}'' I_{fn} - \\
 &- \left[\frac{\dot{X}_{lxd}}{\dot{X}_{ad}(\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd})} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{E}_q''}{\dot{X}_d''} - \dot{E}_{c\delta} \right) \right] I_{fn} \cos \omega t
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [53] \quad i_{xq} &= \left(\frac{\dot{X}_q - \dot{X}_q''}{\dot{X}_{aq}} \frac{\dot{U}}{\dot{X}_q''} \right) I_{xqn} \text{sen}(\omega t + \delta) - \left(\frac{\dot{X}_q}{\dot{X}_{aq}} \frac{\dot{E}_d''}{\dot{X}_q''} \right) I_{xqn} = \\
 &= \left(\frac{\dot{X}_q - \dot{X}_q''}{\dot{X}_{aq}} \frac{\dot{U}}{\dot{X}_q''} \right) I_{xqn} \text{sen}(\omega t + \delta) - i_{xq(0)}'' I_{xqn}
 \end{aligned}$$

Nota: El método para transferir las corrientes unidireccionales y alternas de los arrollamientos de la máquina modelo, a los correspondientes de la máquina real ha sido tratado en el capítulo 3º.-

4.4 Valores transitorios iniciales de las magnitudes del estator y del rotor para un cortocircuito trifásico simétrico.

Haciendo siempre referencia a la máquina modelo. Los valores instantáneos relativos a las corrientes, a las fuerzas electromotrices, a los flujos y a las tensiones de los arrollamientos del estator y del rotor, sienten la influencia de las corrientes que circulan en las espiras amortiguadoras desde el inicio del cortocircuito.-

Los valores instantáneos de cada magnitud por lo tanto se consideran compuestos por los que alcanzaría la misma magnitud en caso de que no existieran los arrollamientos auxiliares rotóricos (dispuestos simétricamente a ambos ejes) y por valores incrementales que dependen de las fuerzas magnetomotrices producidas por los arrollamientos auxiliares. Los primeros valores se denominan generalmente transitorios, los segundos componentes subtransitorias.-

Considere como hipótesis que las corrientes iniciales transitorias sean sostenidas por todo el funcionamiento en cortocircuito, en dicho caso se puede seguir un procedimiento análogo a aquel introducido en el parágrafo 4.3 para determinar dichos valores, En efecto el funcionamiento en cortocircuito de la máquina iniciado en el instante $t=0+$, se puede examinar como equivalente a la superposición de dos funcionamientos: uno el preexistente al establecimiento del cortocircuito, el otro ficticio. Aquí la máquina tiene el circuito f del rotor cortocircuitado y desexcitado, los circuitos x_d y x_q auxiliares

del rotor abiertos. En los terminales de cada uno de los arrollamientos d, q del estator está aplicada además una tensión de valor igual y contraria a la del funcionamiento real.

Se distinguen con el símbolo Δ' los valores instantáneos de las magnitudes de los arrollamientos de la máquina considerados activos excluyendo las de los arrollamientos auxiliares. Para las corrientes y las tensiones además se conservan las convenciones de signo hasta aquí adoptadas.

A partir del instante $t=0+$ considerado como instante inicial del funcionamiento ficticio en examen, los flujos concatenados de los arrollamientos resultan:

$$[1] \quad \dot{i}_{lf} \Delta' i_f + \dot{i}_{ad} (\Delta' i_f - \Delta' i_d) = 0$$

$$[2] \quad \dot{i}_{ad} (\Delta' i_f - \Delta' i_d) - \dot{i}_{ld} \Delta' i_d = \dot{\phi}'_d$$

$$[3] \quad \dot{i}_{aq} \Delta' i_q - \dot{i}_{lq} \Delta' i_q = \dot{\phi}'_q$$

Las tensiones en los terminales de los arrollamientos del estator en cambio asumen las siguientes expresiones:

$$[4] \quad -(e_{c\delta} - X_d \dot{i}_{ld}) = p \dot{\phi}'_q + \dot{\omega} \dot{\phi}'_d$$

$$[5] \quad -X_q \dot{i}_{lq} = p \dot{\phi}'_d - \dot{\omega} \dot{\phi}'_q$$

De la relación (1) se obtiene

$$[6] \quad \Delta' i_f = \frac{i_{ad}}{l_{lf} + i_{ad}} \Delta' i_d = \frac{i_{ad}}{l_{ff}} \Delta' i_d$$

El flujo Φ'_d puede ser expresado en función de los valores instantáneos de la corriente $\Delta' i_d$. Es decir:

$$[7] \quad \begin{aligned} \Phi'_d &= - \left(l_{ld} + i_{ad} - \frac{i_{ad}^2}{l_{ff}} \right) \Delta' i_d = \\ &= - \left(i_d - \frac{i_{ad}^2}{l_{ff}} \right) \Delta' i_d = - i'_d \Delta' i_d \end{aligned}$$

habiendo puesto

$$[8] \quad \left(i_d - \frac{i_{ad}^2}{l_{ff}} \right) = i_{ld} + \frac{i_{ad} l_{ff} - i_{ad}^2}{l_{lf} + i_{ad}} = i_{ld} + \frac{1}{\frac{1}{i_{ad}} + \frac{1}{l_{lf}}} = i'_d$$

El flujo Φ'_q en base a la relación (3) resulta

$$[9] \quad \Phi'_q = - (l_{aq} + l_{lq}) \Delta' i_q = - l'_q \Delta' i_q$$

Las relaciones (7) y (9) permiten las siguientes transformaciones de las ecuaciones (4) y (5)

$$[10] \quad - (e_{c\delta} - \dot{X}_d i_{ld}) = - l'_q p \Delta' i_q - \dot{\omega} l'_d \Delta' i_d$$

$$[11] \quad - \dot{X}_q i_{lq} = - l'_d p \Delta' i_d + \dot{\omega} l'_q \Delta' i_q$$

De la relación (11) se obtiene

$$[12] \quad \Delta' i_q = \frac{l'_d p \Delta' i_d - \dot{X}_q i_{lq}}{\dot{\omega} l'_q}$$

por lo tanto

$$[13] \quad p \Delta' i_q = \frac{l'_d}{\dot{\omega} l'_q} p^2 \Delta' i_d$$

Entonces por sustitución en la (10) se obtiene la ecuación diferencial de segundo orden

$$[14] \quad p^2 \Delta' i_d + \dot{\omega}^2 \Delta' i_d = \dot{\omega}^2 \frac{(e_{c\delta} - \dot{X}_d i_{ld})}{\dot{\omega} l'_d}$$

La integral general de la ecuación es del tipo

$$[15] \quad \Delta' i_d = \frac{\dot{u}}{\dot{X}'_d} \cos \delta - \frac{u}{\dot{X}'_d} \cos(\omega t + \delta)$$

$$[16] \quad \Delta' i_d = \frac{u_q}{X'_d} - \frac{u}{X'_d} \cos(\omega t + \delta)$$

habiendo puesto

$$[17] \quad \omega l'_d = X'_d$$

$$[18] \quad e'_{c\delta} - X'_d i_{ld} = u_q = u \cos \delta$$

De la ecuación (12) se obtiene la ecuación diferencial

$$[19] \quad \Delta' i_q = \frac{l'_d}{\omega l'_q} p \left[\frac{u_q}{X'_d} - \frac{u}{X'_d} \cos(\omega t + \delta) \right] - \frac{X'_q i_{lq}}{X'_d}$$

y entonces

$$[20] \quad \Delta' i_q = \frac{u}{X'_q} \operatorname{sen}(\omega t + \delta) - i_{lq}$$

Los valores instantáneos de las corrientes transitorias i_d, i_q durante el funcionamiento en cortocircuito de la máquina, se obtienen sumando las corrientes i'_d, i'_q (calculadas con las relaciones (16) y (20)) con las corrientes que circulan en los arrollamientos d y q antes del cortocircuito.

Se obtienen así las relaciones

$$[21] \quad i_d = \frac{u_q}{X'_d} - \frac{u}{X'_d} \cos(\omega t + \delta) + i_{ld} = \frac{u_q + X'_d i_{ld}}{X'_d} - \frac{u}{X'_d} \cos(\omega t + \delta) =$$

$$= \frac{e'_q}{X'_d} - \frac{u}{X'_d} \cos(\omega t + \delta) = i'_{d(0)} - \frac{u}{X'_d} \cos(\omega t + \delta)$$

habiendo indicado con

$$[22] \quad u_q + X'_d i_{ld} = e'_{c\delta} - (X'_d - X'_d) i_{ld} = e'_q$$

$$[23] \quad \frac{e'_q}{X'_d} = i'_{d(0)}$$

$$[24] \quad i_q = \frac{u}{X'_q} \operatorname{sen}(\omega t + \delta) - i_{lq} + i_{lq} = \frac{u}{X'_q} \operatorname{sen}(\omega t + \delta)$$

La corriente i_d está compuesta por una corriente unidireccional y una alterna a la frecuencia fundamental, mientras que la corriente i_q solo está constituida por una alterna a la frecuencia fundamental.-

La tensión e'_q y la corriente $i'_{d(0)}$, magnitudes unidireccionales de amplitud constante, referidas de los arrollamientos de la máquina modelo al arrollamiento de una fase de inducido de la máquina real, conservan las amplitudes.

$$\sqrt{2} e'_q = e'_q \quad , \quad \sqrt{2} i'_{d(0)} = i'_{d(0)}$$

Sin embargo se transforman en magnitudes alternas y se denominan: valor inicial de la tensión interna transitoria directa y valor de la corriente alterna transitoria directa. A las magnitudes corresponden las definiciones que se presentaron en el paragrafo 1.4. La simbología introducida en este capítulo para designar las tensiones internas, como ya se ha dicho, difiere de la adoptada en la primera parte de este trabajo.-

Eligiendo como instante inicial del funcionamiento en cortocircuito aquel en el cual el eje magnético de la fase "a" coincide con la dirección del eje directo, las corrientes alternas transitorias de las tres fases de inducido (expresadas en (A)) asumen los valores instantáneos:

$$[25] \quad i_a = -\sqrt{2} \frac{E'_q}{X'_d} \cos \omega t$$

$$[26] \quad i_b = -\sqrt{2} \frac{E'_q}{X'_d} \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$[27] \quad i_c = -\sqrt{2} \frac{E'_q}{X'_d} \cos \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right)$$

Estos valores derivan de expresiones mas generales en las cuales los angulos ωt se han incrementado del ángulo ψ formado en el instante $t=0+$ entre el eje de la fase "a" y la dirección del eje polar.

Las magnitudes $u \cos (\omega t + \delta)$, $u \sin (\omega t + \delta)$, $(u/X'_d) \cos (\omega t + \delta)$, $(u/X'_d) \sin (\omega t + \delta)$ son magnitudes alternas con amplitud constante, referidas de los arrollamientos d y q de la máquina modelo, al arrollamiento de una fase del inducido de la máquina real, se transforman en la suma de dos magnitudes, una unidireccional y la otra armónica de segundo orden. Sus amplitudes dependen del instante de inicio del cortocircuito; cuando dicho instante coincide con aquel en el cual el eje de la fase "a" se superpone al eje directo, las corrientes unidireccionales y alternas de segunda armónica (expresadas en A) asumen para las tres fases los siguientes valores instantáneos.

NOTA : este modo de tratar el tema permite obtener solo los valores iniciales, es decir en el instante $t=0+$ y exactamente :

$$\sqrt{2} U/X'_d \cos \delta$$

$$\sqrt{2} U/X'_d \cos (\delta - 2\pi/3)$$

$$\sqrt{2} U/X'_d \cos (\delta + 2\pi/3)$$

En efecto en el instante $t=0+$ al cual se hace referencia resulta :

$$\cos \psi = 1 \quad \text{y} \quad \sin \psi = 0$$

sigue pag 134 bis

fase a):

$$[28] \quad \frac{\sqrt{2}}{2} U \cos \delta \left(\frac{1}{X'_d} + \frac{1}{X_q} \right) - \frac{\sqrt{2}}{2} U \left(\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_q} \right) \cos (2\omega t + \delta)$$

fase b):

$$[29] \quad \frac{\sqrt{2}}{2} U \cos \left(\delta - \frac{2\pi}{3} \right) \left(\frac{1}{X'_d} + \frac{1}{X_q} \right) - \frac{\sqrt{2}}{2} U \left(\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_q} \right) \cdot \cos \left(2\omega t + \delta - \frac{2\pi}{3} \right)$$

fase c):

$$[30] \quad \frac{\sqrt{2}}{2} U \cos \left(\delta + \frac{2\pi}{3} \right) \left(\frac{1}{X'_d} + \frac{1}{X_q} \right) - \frac{\sqrt{2}}{2} U \left(\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_q} \right) \cdot \cos \left(2\omega t + \delta + \frac{2\pi}{3} \right)$$

De las relaciones (6) y (16) se obtiene la expresión de la corriente $\Delta' i_f$ para el arrollamiento de excitación del rotor. Esta corriente cuando δ es pequeño vale:

$$[31] \quad \Delta' i_f = \frac{i_{ad}}{i_{ff}} \Delta' i_d = \frac{\dot{X}_{ad}}{\dot{X}_{ff}} \frac{\dot{u}_q}{\dot{X}'_d} (1 - \cos \omega t)$$

Agregando a la corriente $\Delta' i_f$ (31) la de excitación del funcionamiento bajo carga, se obtiene:

$$\begin{aligned}
 [32] \quad i_f &= i_{f(0)} + \Delta' i_f = \frac{1}{\dot{X}_{ad}} \left[\frac{\dot{X}_{ad}^2}{\dot{X}_{ff}} \frac{\dot{u}_q}{\dot{X}'_d} (1 - \cos \omega t) + \dot{e}_{c\delta} \right] = \\
 &= \frac{1}{\dot{X}_{ad}} \left[(\dot{X}_d - \dot{X}'_d) \frac{\dot{u}_q}{\dot{X}'_d} + \dot{e}_{c\delta} \right] - \\
 &- \frac{1}{\dot{X}_{ad}} \left[(\ddot{X}_d - \ddot{X}'_d) \frac{\dot{u}_q}{\dot{X}'_d} \right] \cos \omega t = \\
 &= \frac{1}{\dot{X}_{ad}} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{u}_q}{\dot{X}'_d} - \dot{u}_q + \dot{e}_{c\delta} \right) - \\
 &- \frac{1}{\dot{X}_{ad}} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{u}_q}{\dot{X}'_d} - \dot{u}_q \right) \cos \omega t = \\
 &= \frac{1}{\dot{X}_{ad}} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{e}'_q}{\dot{X}'_d} \right) - \frac{1}{\dot{X}_{ad}} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{e}'_q}{\dot{X}'_d} - \dot{e}_{c\delta} \right) \cos \omega t = \\
 &= i'_{f(0)} - \frac{1}{\dot{X}_{ad}} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{e}'_q}{\dot{X}'_d} - \dot{e}_{c\delta} \right) \cos \omega t
 \end{aligned}$$

La corriente i_f referida del arrollamiento f de la máquina modelo al arrollamiento de la máquina real, conserva la amplitud y está constituida por una corriente unidireccional y una alterna a la frecuencia fundamental. Las magnitudes del arrollamiento de la máquina real se distinguen de las correspondientes a la máquina modelo y su valor será indicado en caracteres mayusculos como se ha hecho al considerar las magnitudes de los arrollamientos del estator.

Por lo tanto la corriente del arrollamiento de excitación (expresada en A) resulta

$$[33] \quad i_f = \left[\frac{1}{\dot{X}_{ad}} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{E}'_q}{\dot{X}'_d} \right) \right] I_{fn} - \left[\frac{1}{\dot{X}_{ad}} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{E}'_q}{\dot{X}'_d} - \dot{E}_{c\delta} \right) \right] I_{fn} \cos \omega t$$

4.5 Valores permanentes de las magnitudes de estator y de rotor.

El régimen permanente de cortocircuito se establece cuando las magnitudes de los circuitos de estator y de rotor asumen amplitudes invariables en el tiempo. Supongase que se verifican las condiciones admitidas en el paragrafo 4.1 como también que la tensión de excitación es constante por toda el funcionamiento en cortocircuito. En este caso, recordemoslo, la tensión de excitación ha quedado constante en el valor que correspondía al funcionamiento en carga. Las corrientes unidireccionales

de los arrollamientos de la máquina modelo entonces asumen los valores permanentes de cortocircuito, a partir del instante $t=0+$ de inicio del cortocircuito, después de un lapso del orden de minutos. Los valores se determinan aplicando un método análogo al utilizado en los parágrafos 4.3 y 4.4.-

Con $\Delta i_d, \Delta i_q$ se indican los valores permanentes de las corrientes unidireccionales que circulan en los arrollamientos d,q del estator, cuando se aplica en sus terminales una tensión de valor igual y contrario a aquella que precedía el cortocircuito, habiendo dispuesto sin embargo en cortocircuito el arrollamiento f del rotor. Las corrientes inducidas en el arrollamiento f del rotor y en los arrollamientos auxiliares rotóricos (durante el funcionamiento ficticio antes examinado) asumen en régimen valores nulos.

$$\Delta i_f = 0, \quad \Delta i_{xd} = 0, \quad \Delta i_{xq} = 0$$

Las tensiones en los terminales de los arrollamientos d,q del estator en cambio pueden expresarse con las siguientes relaciones

$$\begin{aligned} [1] \quad & -(\dot{e}_{c\delta} - \dot{X}_d i_{ld}) = -\dot{X}_d \Delta i_d \\ [2] \quad & -\dot{X}_q i_{lq} = \dot{X}_q \Delta i_q \end{aligned}$$

de donde

$$[3] \quad \Delta i_d = \frac{(\dot{e}_{c\delta} - \dot{X}_d i_{ld})}{\dot{X}_d}$$

$$[4] \quad \Delta i_q = -i_{lq}$$

Los valores de las corrientes de cortocircuito permanente para los arrollamientos d,q,f de la máquina son la suma de las corrientes $\Delta i_d, \Delta i_q, \Delta i_f$ con las corrientes de funcionamiento en carga. Se obtienen así las relaciones:

$$[5] \quad i_{d(\infty)} = \Delta i_d + i_{ld} = \frac{\dot{e}_{c\delta}}{\dot{X}_d}$$

$$[6] \quad i_{q(\infty)} = \Delta i_q + i_{lq} = 0$$

$$[7] \quad i_{f(\infty)} = i_{f(0)} = \frac{\dot{e}_{f(0)}}{\dot{i}_{f'}} = \frac{\dot{e}_{c\delta}}{\dot{X}_{ad}}$$

El símbolo (∞) indica el instante en el cual las magnitudes asumen el valor de régimen, que debe ser más bien remoto respecto del instante $t=0+$.

La corriente $i_{d(\infty)}$ unidireccional, referida del arrollamiento de la máquina modelo al arrollamiento de una fase del inducido de la máquina real, conserva la amplitud $\sqrt{2} I_d = i_{d(\infty)}$ y se transforma en alterna denominada corriente de cortocircuito permanente. En el caso que el instante de referencia de las magnitudes alternas de la fase "a" sea aquel en el cual el eje magnético de dicha fase coincide con el eje directo, las corrientes alternas permanentes de las tres fases de inducido (expresadas en A) asumen los valores instantáneos:

$$[8] \quad i_a = \sqrt{2} \frac{E_c \delta}{X_d} \cos \omega t$$

$$[9] \quad i_b = \sqrt{2} \frac{E_c \delta}{X_d} \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$[10] \quad i_c = \sqrt{2} \frac{E_c \delta}{X_d} \cos \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right)$$

La corriente $i_f (\infty)$, referida del arrollamiento f de la máquina modelo al correspondiente arrollamiento real, conserva su amplitud y queda magnitud unidireccional. Y así la corriente del arrollamiento de excitación durante el funcionamiento en cortocircuito permanente (expresada en A) resulta:

$$[11] \quad I_{f(\infty)} = i_{f(\infty)} = \frac{E_c \delta}{X_{ad}} I_{fn}$$

4.6 Constante de tiempo subtransitoria de las corrientes unidireccionales de la máquina modelo y de las correspondientes magnitudes de la máquina real.

En los paragrafos 4.2 y 4.3 se han determinado los valores iniciales de las corrientes unidireccionales y alternas para los arrollamientos de la máquina modelo. Las hipótesis son dos: la primera incluye los efectos de los circuitos auxiliares rotóricos, la segunda los desprecia. Las evaluaciones fueron efectuadas considerando que se conservan los flujos concatenados de los arrollamientos recorridos por corrientes; se desprecian en consecuencia los terminos resistivos de las tensiones entre los terminales de los mismos arrollamientos. Se llega así a la determinación de los valores de las magnitudes unidireccionales y alternas que a causa de las hipótesis introducidas, resultan de amplitud constante.

Tomamos ahora en consideración las corrientes unidireccionales; relevamos del paragrafo 4.2 los valores subtransitorios, del paragrafo 4.3 en cambio los transitorios. Efectuamos entonces las diferencias entre los valores iniciales subtransitorios y los transitorios. Habremos así determinado los valores iniciales de las componentes subtransitorias. La componente unidireccional subtransitoria para el arrollamiento q del estator aquellas x_d y x_q del rotor es la única corriente que circula en ellos.

En realidad, como es obvio, las componentes subtransitorias de todas las corrientes unidireccionales tienen amplitudes que varían en el tiempo: en efecto, tienden a extinguirse mas o menos rapidamente según las resistencias propias de los arrollamientos auxiliares rotóricos dispuestos simetricamente a los dos ejes. La búsqueda ley de decremento de las componentes subtransitorias se puede facilmente determinar procediendo en la siguiente forma.

Se esquematiza ante todo el funcionamiento en cortocircuito de la máquina como resulta según los paragrafos 4.2 y 4.3. Esto implica asumir equivalente al cortocircuito la superposición del funcionamiento bajo carga con uno ficticio. En caso de que los arrollamientos rotóricos sean desexcitados y cortocircuitados y sea aplicada a cada uno de los arrollamientos del estator una tensión de valor igual y contrario a aquella en carga.

Tomamos ahora en consideración para todas las magnitudes solo las corrientes unidireccionales y consideramos invariantes en el tiempo sus valores transitorios.

A este fin es necesario:

- Eliminar las corrientes alternas de las ecuaciones de funcionamiento ficticio de la máquina modelo introduciendo en las ecuaciones de las tensiones entre terminales de los arrollamientos d, q las condiciones:

$$p\dot{\phi}_d = 0 \quad ; \quad p\dot{\phi}_q = 0$$

- Realizar invariantes en el tiempo los valores transitorios de las corrientes unidireccionales despreciando las disipaciones de energía electromagnética en el arrollamiento f del rotor eliminando entonces el termino resistivo en la ecuación de la tensión en terminales de este arrollamiento.

La condición implica nulo el termino $p\dot{\phi}_f$ ya que en funcionamiento ficticio es también nula la tensión e_f .

Los simbolos Δ'' expresan los valores instantáneos de las corrientes subtransitorias durante el funcionamiento ficticio **supuesto** y estos valores se consideran la suma de los instantáneos transitorios Δ' y de las componentes subtransitorias ($\Delta'' - \Delta'$).

Si se introducen por fin en las relaciones entre los flujos y las tensiones entre los terminales de los arrollamientos las condiciones antes examinadas.

$$p\dot{\phi}_d = 0 \quad , \quad p\dot{\phi}_q = 0 \quad , \quad p\dot{\phi}_f = 0$$

Se llega a las expresiones:

$$[1] \quad \dot{\phi}_d'' = -i_d [(\Delta'' i_d - \Delta' i_d) + \Delta' i_d] + i_{ad} [(\Delta'' i_f - \Delta' i_f) + \Delta' i_f] + i_{ad} \Delta'' i_{xd}$$

$$[2] \quad \dot{\phi}_f'' = i_{ff} [(\Delta'' i_f - \Delta' i_f) + \Delta' i_f] + i_{ad} \Delta'' i_{xd} - i_{ad} (\Delta'' i_d - \Delta' i_d) + \Delta' i_d$$

$$[3] \quad \dot{\phi}_{xd}'' = i_{xxd} \Delta'' i_{xd} + i_{ad} [(\Delta'' i_f - \Delta' i_f) + \Delta' i_f] - i_{ad} [(\Delta'' i_d - \Delta' i_d) + \Delta' i_d]$$

$$[4] \quad p\dot{\phi}_d'' = 0$$

$$[5] \quad p\dot{\phi}_f'' = 0$$

$$[6] \quad i_{xd} \Delta'' i_{xd} + p\dot{\phi}_{xd}'' = 0$$

$$[7] \quad \dot{\phi}_q'' = -i_q [(\Delta'' i_q - \Delta' i_q) + \Delta' i_q] + i_{aq} \Delta'' i_{xq}$$

$$[8] \quad \dot{\phi}_{xq}'' = i_{xxq} \Delta'' i_{xq} - i_{aq} [(\Delta'' i_q - \Delta' i_q) + \Delta' i_q]$$

$$[9] \quad p\dot{\phi}_q'' = 0$$

$$[10] \quad i_{xq} \Delta'' i_{xq} + p\dot{\phi}_{xq}'' = 0$$

Donde $\Delta' i_d = \text{constante}$, $\Delta' i_f = \text{constante}$, $\Delta' i_q = \text{constante}$, mientras los terminos $\Delta' i_{xd}$, $\Delta' i_{xq}$ no aparecen porque tienen valor nulo.

Derivando la relación (2) e igualandola a cero como resulta de la (5) se obtiene

$$[11] \quad p \Delta'' i_f = \frac{i_{ad}}{i_{ff}} p \Delta'' i_d - \frac{i_{ad}}{i_{ff}} p \Delta'' i_{xd}$$

Mientras derivando la (1) e igualandola a cero como requiere la relación (4) se obtiene:

$$[12] \quad p \Delta'' i_f = \frac{i_d}{i_{ad}} p \Delta'' i_d - p \Delta'' i_{xd}$$

siendo $p \Delta' i_f = 0$, $p \Delta' i_d = 0$.

Las relaciones (11) y (12) permiten expresar la magnitud $p \Delta'' i_d$ en función de la $p \Delta'' i_{xd}$ y precisamente

$$\left(\frac{i_d}{i_{ad}} - \frac{i_{ad}}{i_{ff}} \right) p \Delta'' i_d = \left(1 - \frac{i_{ad}}{i_{ff}} \right) p \Delta'' i_{xd}$$

Desarrollando esta expresión y considerando el termino

$$\left(i_d - \frac{i_{ad}^2}{i_{ff}} \right) = i_d'$$

se encuentra

$$[13] \quad p \Delta'' i_d = \frac{i_{ad}(i_{ff} - i_{ad})}{i_d' i_{ff}} p \Delta'' i_{xd}$$

Por sustitución de las relaciones (12) y (13) en la (6) se obtiene

$$[14] \quad i_{xd} \Delta'' i_{xd} + \left[i_{xxd} + \frac{i_{ad} i_d (i_{ff} - i_{ad})}{i_d' i_{ff}} - i_{ad} - \frac{i_{ad}^2 (i_{ff} - i_{ad})}{i_d' i_{ff}} \right] p \Delta'' i_{xd} = 0$$

Operando sobre el termino

$$i_{xxd} + \frac{i_{ad} i_d (i_{ff} - i_{ad})}{i_d' i_{ff}} - i_{ad} - \frac{i_{ad}^2 (i_{ff} - i_{ad})}{i_d' i_{ff}}$$

las transformaciones que se han desarrollado en la nota I la relación (14) se transforma:

$$\Delta'' i_{xd} + \frac{i_d''}{i_d'} \left[\frac{1}{r_{xd}} \left(i_{xxd} - \frac{i_{ad}^2}{i_{ff}} \right) \right] p \Delta'' i_{xd} = 0$$

$$[15] \quad \Delta'' i_{xd} + \frac{\dot{X}_d''}{\dot{X}_d'} T_{d(0)}'' p \Delta'' i_{xd} = 0$$

Aquí el termino

$$[16] \quad \begin{aligned} \dot{T}_{d(0)}'' &= \frac{1}{r_{xd}} \left(i_{xxd} - \frac{i_{ad}^2}{i_{ff}} \right) = \frac{1}{r_{xd}} \left(i_{lxd} + \frac{i_{ad} i_{ff} - i_{ad}^2}{i_{lf} + i_{ad}} \right) = \\ &= \frac{1}{r_{xd}} \left(i_{lxd} + \frac{1}{\frac{1}{i_{ad}} + \frac{1}{i_{lf}}} \right) \end{aligned}$$

es el valor correspondiente a la constante de tiempo subtransitoria directa correspondiente a los funcionamientos en vacío, mientras el término.

$$[17] \quad \frac{\dot{X}_d''}{\dot{X}_d'} T_{d(0)}'' = T_d''$$

es la constante de tiempo subtransitoria directa correspondiente a los funcionamientos en cortocircuito.

La integral general de la ecuación (15) debe también satisfacer la relación (48) del paragrafo 4.3 en el instante t=0+; por lo que asume la forma

$$\Delta'' i_{xd} = i_{xd(0)}'' e^{-t/T_d''}$$

en consecuencia

$$[19] \quad i_{xd} = \Delta'' i_{xd} = i_{xd(0)}'' e^{-t/T_d''} = \frac{\dot{X}_{lf}}{\dot{X}_{ad}(\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd})} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{e}_q''}{\dot{X}_d''} - e_{c\delta} \right) e^{-t/T_d''}$$

De las relaciones (13) y (11) se puede relevar que las funciones $\Delta'' i_{xd}$, $(\Delta'' i_d - \Delta' i_d)$ y $(\Delta'' i_f - \Delta' i_f)$ tienen la misma constante de tiempo. En consecuencia para indicar las corrientes unidireccionales de los arrollamientos d,f de la máquina modelo se pueden escribir las relaciones siguientes

$$[21] \quad \begin{aligned} i_d &= (\Delta'' i_d - \Delta' i_d) + \Delta' i_d + i_{ld} = (\Delta'' i_d - \Delta' i_d)_{t=0+} e^{-t/T_d''} + \\ &+ \Delta' i_{dt=0+} + i_{ld} = (i_d''(0) - i_d'(0)) e^{-t/T_d''} + i_d'(0) = \\ &= \left(\frac{\dot{e}_q''}{\dot{X}_d''} - \frac{\dot{e}_q'}{\dot{X}_d'} \right) e^{-t/T_d''} + \frac{\dot{e}_q'}{\dot{X}_d'} \end{aligned}$$

siendo:

$$\Delta'' i_{dt=0+} + i_{ld} = i_{d(0)}'' \quad (\text{relación (34) paragrafo 4.3})$$

$$\Delta' i_{dt=0+} + i_{ld} = i_{d(0)}' \quad (\text{relación (21) paragrafo 4.4})$$

$$\begin{aligned} [22] \quad i_f &= (\Delta'' i_f - \Delta' i_f) + \Delta' i_f + i_{f(0)} = (\Delta'' i_f - \Delta' i_f)_{t=0+} e^{-t/T_d''} + \\ &+ \Delta' i_{ft=0+} + i_{f(0)} = (i_{f(0)}'' - i_{f(0)}') e^{-t/T_d''} + i_{f(0)}' = \\ &= \frac{1}{\dot{X}_{ad}} \left\{ \left[\frac{\dot{X}_{lxd}}{\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd}} \dot{X}_d \frac{\dot{E}_q''}{\dot{X}_d''} + \frac{\dot{X}_{lf}}{\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd}} \dot{E}_{c\delta} - \dot{X}_d \frac{\dot{E}_q'}{\dot{X}_d'} \right] e^{-t/T_d''} + \dot{X}_d \frac{\dot{E}_q'}{\dot{X}_d'} \right\} \end{aligned}$$

siendo:

$$\Delta'' i_{ft=0+} + i_{f(0)} = i_{f(0)}'' \quad (\text{relación (49) paragrafo 4.3})$$

$$\Delta' i_{ft=0+} + i_{f(0)} = i_{f(0)}' \quad (\text{relación (32) paragrafo 4.4})$$

La corriente unidireccional i_d expresada en valores relativos con la relación (21) referida del arrollamiento d de la máquina modelo al arrollamiento de una fase de la máquina real, se convierte en alterna. Eligiendo como inicio del funcionamiento en cortocircuito el instante en el cual el eje magnetico de la fase "a" coincide con el eje directo, la componente directa de la corriente alterna de fase (expresada en (A)) asume los valores instantáneos:

fase a):

$$[23] \quad i_d = \sqrt{2} \left\{ \left(\frac{E_q''}{X_d''} - \frac{E_q'}{X_d'} \right) e^{-t/T_d''} + \frac{E_q'}{X_d'} \right\} \cos \omega t$$

Las corrientes unidireccionales i_{xd} , i_f expresadas en valores relativos con las relaciones (19) y (22) referidas de los arrollamientos x_d , f de la máquina modelo a los correspondientes del rotor de la máquina real (expresados en A) resultan

$$[24] \quad i_{xd} = \left[\frac{\dot{X}_{lf}}{\dot{X}_{ad}(\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd})} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{E}_q''}{\dot{X}_d''} - \dot{E}_{c\delta} \right) \right] I_{xdn} e^{-t/T_d''}$$

$$[25] \quad i_f = \frac{1}{\dot{X}_{ad}} \left\{ \left[\frac{\dot{X}_{lxd}}{\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd}} \dot{X}_d \frac{\dot{E}_q''}{\dot{X}_d''} + \frac{\dot{X}_{lf}}{\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd}} \dot{E}_{c\delta} - \dot{X}_d \frac{\dot{E}_q'}{\dot{X}_d'} \right] e^{-t/T_d''} + \dot{X}_d \frac{\dot{E}_q'}{\dot{X}_d'} \right\} I_{fn}$$

Con respecto a las corrientes de los arrollamientos dispuestos simétricamente al eje q se puede proceder en la siguiente forma. Se deriva la relación (7) y en base a la relación (9) se la iguala a cero. Se obtiene la siguiente relación.

$$[26] \quad p \Delta'' i_q = \frac{i_{aq}}{i_q} p \Delta'' i_{xq}$$

Se deriva la relación (8) y se sustituye en ella la expresión (26)

$$[27] p \dot{\Phi}_{xq}'' = i_{xxq} p \Delta'' i_{xq} - i_{aq} p \Delta'' i_q = i_{xxq} p \Delta'' i_{xq} - \frac{i_{aq}^2}{i_q} p \Delta'' i_{xq}$$

En base entonces a la relación (27), la (10) resulta:

$$[28] \quad i_{xd} \Delta'' i_{xq} + \left(i_{xxq} - \frac{i_{aq}^2}{i_q} \right) p \Delta'' i_{xq} = 0$$

Operando sobre el término $i_{xxq} - \frac{i_{aq}^2}{i_q}$ las transformaciones desarrolladas en la nota II la relación (28) asume la forma:

$$[29] \quad \Delta'' i_{xq} + \frac{i_q''}{i_q} \left(\frac{i_{xxq}}{i_{xq}} \right) p \Delta'' i_{xq} = 0$$

$$\Delta'' i_{xq} + \frac{\dot{X}_q''}{\dot{X}_q} T_{q(0)}'' p \Delta'' i_{xq} = 0$$

El término $T_{q(0)}''$ es el valor relativo de la constante de tiempo del arrollamiento x_q de la máquina modelo, mientras el término

$$[30] \quad \frac{\dot{X}_q''}{\dot{X}_q} T_{q(0)}''$$

es la constante de tiempo subtransitoria en cuadratura correspondiente a los funcionamientos en cortocircuito.-

La integral general de la ecuación (29) debe también satisfacer la relación (50) del paragrafo 4.3 en el instante $t=0+$; y por lo tanto asume la forma

$$\Delta'' i_{xq} = i_{xq(0)}'' e^{-t/T_q''}$$

consecuentemente

$$[31] \quad i_{xq} = \Delta'' i_{xq} = i_{xq(0)}'' e^{-t/T_q''} = \frac{\dot{X}_q}{\dot{X}_{aq}} \frac{\dot{e}_d''}{\dot{X}_q''} e^{-t/T_q''}$$

De la relación (26) se observa que las funciones i_{xq} y $(i_{iq} - i_q)$ tienen la misma constante de tiempo. La corriente unidireccional del arrollamiento q de la máquina modelo entonces se puede escribir con la relación

$$[32] \quad i_q = (\Delta'' i_q - \Delta' i_q) + \Delta' i_q + i_{lq} = (\Delta'' i_q - \Delta' i_q)_{t=0+} e^{-t/T_q''} + \Delta' i_{qt=0+} + i_{lq} = i_{q(0)}'' e^{-t/T_q''} = \frac{\dot{e}_d''}{\dot{X}_q''} e^{-t/T_q''}$$

siendo:

$$\Delta'' i_{qt=0+} + i_{lq} = i_{q(0)}'' \quad (\text{relación (37) paragrafo 4.3})$$

$$\Delta' i_{qt=0+} + i_{lq} = 0 \quad (\text{relación (20) paragrafo 4.4})$$

La corriente unidireccional i_q expresada en valores relativos con la relación (32), referida del arrollamiento q de la máquina modelo al arrollamiento de una fase de la máquina real se transforma en alterna.

Se elige como inicio del funcionamiento en cortocircuito el instante en el cual el eje magnético de la fase "a" coincide con el eje directo, la componente según el eje en cuadratura de la corriente alterna de fase (expresada en (A)) asume los valores instantáneos:

fase a):

$$[33] \quad i_q = \sqrt{2} \frac{E_d''}{X_q''} e^{-t/T_q''} \text{sen } \omega t$$

La corriente unidireccional i_{xq} expresada en valores relativos con la relación (31), referida del arrollamiento xq de la máquina modelo al arrollamiento auxiliar del rotor de la máquina real (expresada en (A)) resulta

$$[34] \quad i_{xq} = \left(\frac{\dot{X}_q}{\dot{X}_{aq}} \frac{\dot{E}_d''}{\dot{X}_q''} \right) i_{xqn} e^{-t/T_q''}$$

NOTA I:

$$\begin{aligned} i_{xxd} + \frac{i_{ad} i_d (i_{ff} - i_{ad})}{i_d' i_{ff}} - i_{ad} - \frac{i_{ad}^2 (i_{ff} - i_{ad})}{i_d' i_{ff}} &= \\ &= \frac{1}{i_d' i_{ff}} (i_{xxd} - i_d' i_{ff} + i_{ad} (i_{ff} - i_{ad}) (i_d - i_{ad}) - i_{ad} i_d' i_{ff}) = \\ &= \frac{1}{i_d' i_{ff}} (i_{lxd} i_d' i_{ff} + i_{ad} i_{lf} i_{ld}) = \frac{1}{i_d' i_{ff}} \left(i_{lxd} i_{ff} \left(i_{ld} + \frac{i_{lf} i_{ad}}{i_{ff}} \right) + i_{ad} i_{lf} i_{ld} \right) = \\ &= \frac{1}{i_d' i_{ff}} (i_{lxd} i_{ff} i_{ld} + i_{lxd} i_{lf} i_{ad} + i_{ad} i_{lf} i_{ld}) = \\ &= \frac{1}{i_d' i_{ff}} (i_{lxd} i_{lf} i_{ld} + i_{lxd} i_{ad} i_{ld} + i_{lf} i_{ad} i_{ld} + i_{lxd} i_{lf} i_{ad}) = \\ &= \frac{1}{i_d' i_{ff}} [i_{ld} (i_{lxd} i_{lf} + i_{lxd} i_{ad} + i_{lf} i_{ad}) + i_{lxd} i_{lf} i_{ad}] = \\ &= \frac{1}{i_d' i_{ff}} \left\{ i_{ld} + \frac{i_{lxd} i_{lf} i_{ad}}{i_{lxd} i_{lf} + i_{lxd} i_{ad} + i_{lf} i_{ad}} [(i_{lf} + i_{ad})(i_{lxd} + i_{ad}) - i_{ad}^2] \right\} = \\ &= \frac{1}{i_d' i_{ff}} [i_d'' (i_{ff} i_{xxd} - i_{ad}^2)] = \frac{i_d''}{i_d'} \left(i_{xxd} - \frac{i_{ad}^2}{i_{ff}} \right) \end{aligned}$$

NOTA II:

$$\left(i_{xxq} - \frac{i_{aq}^2}{i_q} \right) = \frac{1}{i_q} (i_q i_{xxq} - i_{aq}^2) = \frac{i_q''}{i_q} i_{xxq}$$

siendo:

$$\begin{aligned} i_q'' &= i_{lq} + \frac{i_{aq} i_{lxq}}{i_{xxq}} = i_q - i_{aq} + \frac{i_{aq} i_{lxq}}{i_{lxq} + i_{aq}} = \\ &= i_q - \frac{i_{aq}^2}{i_{xxq}} = \frac{i_q i_{xxq} - i_{aq}^2}{i_{xxq}} \end{aligned}$$

4.7 Constante de tiempo transitoria de las corrientes unidireccionales de la máquina modelo y de las correspondientes magnitudes de la máquina real.

Se han determinado en el paragrafo 4.3 los valores iniciales de las corrientes unidireccionales para los arrollamientos d, f de la máquina modelo, despreciando los efectos de los circuitos auxiliares rotóricos. Mientras que en el paragrafo 4.4 se han determinado los valores de las corrientes unidireccionales permanentes para los mismos arrollamientos de la máquina modelo. Las hipotesis introducidas para determinar los valores iniciales transitorios de las corrientes han realizado estas magnitudes de amplitud constante.

Para cada corriente se efectuan las diferencias entre los valores iniciales transitorios y los valores de regimen permanente de corto circuito y se determinan así los valores de las componentes transitorias.-

En rigor las componentes tienen amplitudes variables en el tiempo y tienden a extinguirse mas o menos rapidamente según el valor de la resistencia propia del arrollamiento f de rotor. La busqueda del decremento para las componentes transitorias puede ser facilmente efectuada de la siguiente manera. El funcionamiento en cortocircuito de la máquina puede ser visto como equivalente a la superposición del funcionamiento en carga y uno ficticio.

En este último, el arrollamiento f del rotor es desexcitado y cortocircuitado, mientras se aplica una tensión de valor igual y contrario al existente antes del cortocircuito en el arrollamiento d del estator.

Tomemos en consideración para todas las magnitudes solo las unidireccionales y tengamos presente que durante el funcionamiento en cortocircuito permanente sus valores no varían en el tiempo.-

Es necesario introducir en la ecuación entre los terminales del arrollamiento d la condición

$$p \dot{\phi}_d = 0$$

para eliminar las corrientes alternas de las ecuaciones de funcionamiento ficticio de las máquinas modelo. Para realizar variables en el tiempo los valores de las componentes transitorias de las corrientes unidireccionales, es necesario incluir los efectos de las disipaciones de energía electromagnetica en el arrollamiento f del rotor e incluir entonces el termino resistivo en la ecuación de la tensión en los terminales de dicho arrollamiento.

La condición implica que el término $p\Phi_f$ asume valores distintos de cero ya que en el funcionamiento ficticio es nula la tensión e_f .

Los simbolos Δ' expresan los valores instantaneos de las corrientes transitorias durante el funcionamiento ficticio supuesto las corrientes transitorias se consideran suma de los valores permanentes y de las componentes transitorias ($\Delta' - \Delta$). Introduciendo por fin en las relaciones de los flujos y de las tensiones entre los terminales de los arrollamientos las condiciones antes examinadas.

$$p\dot{\Phi}_d = 0 \quad p\dot{\Phi}_f \neq 0 \quad r_f \Delta' i_f \neq 0$$

Se llega a las expresiones

$$[1] \quad \dot{\Phi}_d = -i_d[(\Delta' i_d - \Delta i_d) + \Delta i_d] + i_{ad} \Delta' i_f$$

$$[2] \quad \dot{\Phi}_f = i_{ff} \Delta' i_f - i_{ad}[(\Delta' i_d - \Delta i_d) + \Delta i_d]$$

$$[3] \quad p\dot{\Phi}_d = 0$$

$$[4] \quad r_f \Delta' i_f + p\dot{\Phi}_f = 0$$

donde

$$[5] \quad \Delta i_d = \text{constante}$$

Derivando las relaciones (1) y (2)

$$[6] \quad p\dot{\Phi}_d = -i_d p \Delta' i_d + i_{ad} p \Delta' i_f$$

$$[7] \quad p\dot{\Phi}_f = i_{ff} p \Delta' i_f - i_d p \Delta' i_d$$

Igualando la relación (6) a cero se halla:

$$[8] \quad p \Delta' i_d = \frac{i_{ad}}{i_d} p \Delta' i_f$$

El termino $p\dot{\Phi}_f$ de la relación (4) se puede substituir con la expresión (7).

En esta última el término $p \Delta' i_d$ con la expresión (8) Se obtiene así la ecuación diferencial:

$$r_f \Delta' i_f + i_{ff} p \Delta' i_f - \frac{i_{ad}^2}{i_d} p \Delta' i_f = 0$$

de la cual se obtiene

$$\Delta' i_f + \frac{i_{ff}}{i_f} \left(1 - \frac{i_{ad}^2}{i_{ff} i_d} \right) p \Delta' i_f = 0$$

$$\Delta' i_f + \left[\frac{1}{i_d} \left(i_d - \frac{i_{ad}^2}{i_{ff}} \right) \right] \frac{i_{ff}}{i_f} p \Delta' i_f = 0$$

[9]
$$\Delta' i_f + \frac{\dot{X}'_d}{\dot{X}_d} T'_{d(0)} p \Delta' i_f = 0$$

donde el término

[10]
$$T'_{d(0)} = \frac{i_{ff}}{i_f}$$

es el valor relativo de la constante de tiempo transitoria directa correspondiente a los funcionamientos vacío, mientras el término

[11]
$$\frac{\dot{X}'_d}{\dot{X}_d} T'_{d(0)} = T'_d$$

es la constante de tiempo transitoria directa correspondiente a los funcionamientos en cortocircuito.

La integral general de la ecuación (19) es una función del tipo

$$\Delta' i_f = \Delta' i_{ft=0+} e^{-t/T'_d} = (i'_{f(0)} - i_{f(0)}) e^{-t/T'_d}$$

El valor de la corriente $\Delta' i_f$ en el instante $t=0+$ se puede obtener de la relación (32) del paragrafo 4.4 y resulta:

$$\Delta' i_{ft=0+} = \frac{1}{\dot{X}'_{ad}} \left(\frac{\dot{X}'_d}{\dot{X}'_d} \dot{e}'_q - \dot{e}_{c\delta} \right)$$

La corriente unidireccional del arrollamiento f se puede entonces expresar con la relación.

[12]
$$i_f = \Delta' i_f + i_{f0} = \frac{1}{\dot{X}'_{ad}} \left[\left(\frac{\dot{X}'_d}{\dot{X}'_d} \dot{e}'_q - \dot{e}_{c\delta} \right) e^{-t/T'_d} + \dot{e}_{c\delta} \right]$$

De la relación (8) se releva que las funciones $\Delta' i_f$ y $(\Delta' i_d - \Delta i_d)$ tienen la misma constante de tiempo. La corriente unidireccional del arrollamiento d de la máquina modelo se puede entonces escribir con la relación

[13]
$$i_d = (\Delta' i_d - \Delta i_d) + i_{ld} = (\Delta' i_{dt=0+} - \Delta i_d) e^{-t/T'_d} + i_{d(\infty)} =$$

$$= (i'_{d(0)} - i_{d(\infty)}) e^{-t/T'_d} + i_{d(\infty)} = \left(\frac{\dot{e}'_q}{\dot{X}'_d} - \frac{\dot{e}_{c\delta}}{\dot{X}_d} \right) e^{-t/T'_d} + \frac{\dot{e}_{c\delta}}{\dot{X}_d}$$

siendo

$$\Delta' i_{dt=0+} + i_{ld} = i'_{d(0)} \quad (\text{relación (21) paragrafo 4.4})$$

$$\Delta i_d + i_{ld} = i_{d(\infty)} \quad (\text{relación (5) paragrafo 4.5})$$

La corriente unidireccional i_d expresada en valores relativos con la relación (13) referida del arrollamiento d de la máquina modelo al arrollamiento de una fase de la máquina real, se transforma en una corriente alterna. Elijiendo como instante de inicio del funcionamiento en cortocircuito aquel en el cual el eje magnetico de la fase "a" coincide con el eje directo; la corriente alterna de fase (expresada en A)) asume los valores instantáneos.

fase a):

$$[14] \quad i_a = \sqrt{2} \left\{ \left(\frac{E'_q}{X'_d} - \frac{E_{c\delta}}{X_d} \right) e^{-t/T'_d} + \frac{E_{c\delta}}{X_d} \right\}$$

La corriente unidireccional, expresada en valores relativos con la relación (12) referida del arrollamiento f de la máquina modelo al arrollamiento inductor del rotor de la máquina real (expresado en A) resulta

$$[15] \quad i_f = \frac{1}{X'_{ad}} \left[\left(\frac{\dot{X}_d}{X'_d} \dot{E}'_q - \dot{E}_{c\delta} \right) i_{fn} e^{-t/T'_d} + \dot{E}_{c\delta} \right] i_{fn}$$

4.8 Constante de tiempo de las corrientes alternas de los arrollamientos de la máquina modelo y de las correspondientes magnitudes de la máquina real.-

Las corrientes alternas que circulan en los arrollamientos del estator y del rotor de la máquina modelo durante un funcionamiento en cortocircuito, se han examinado en los paragrafos 4.3 y 4.4. Las amplitudes de corrientes han resultado invariables en el tiempo porque el fenomeno ha sido estudiado como si los flujos concatenados en el instante inicial del cortocircuito por los arrollamientos de la misma máquina fuesen sostenidos, despreciando entonces las disipaciones de las energías electromagnéticas en las resistencias de los arrollamientos. En realidad las corrientes alternas de todos los arrollamientos se extinguen con ley exponencial con constante de tiempo mas o menos breve, según las resistencias d, q del estator. En efecto tales corrientes tienen origen en el hecho que las amplitudes de las corrientes unidireccionales circulantes en los funcionamientos precedentes al cortocircuito, no pueden sufrir variaciones de amplitud en el instante de la falla.

Las corrientes alternas de los arrollamientos de la máquina modelo tienen como correspondiente en la máquina real las corrientes alternas de los arrollamientos rotóricos, las corrientes unidireccionales y armónicas de segundo orden en los arrollamientos estatoricos. Generalmente la constante de tiempo de dichas corrientes se puede considerar aproximadamente igual a la relación entre la inductancia de secuencia negativa y la resistencia de una fase del inducido.

$$T_a = \frac{l_2}{r_a}$$

En esta relación la inductancia l_2 resulta el valor medio de los que asume la inductancia de fase de inducido, si en el instante en el cual inicia el cortocircuito el eje magnético de la fase coincide con el directo o bien con el eje en cuadratura.

4.9 Corrientes en los arrollamientos estatoricos y rotoricos de las máquinas sincronicas durante un funcionamiento en cortocircuito trifásico.-

En los capitulos precedentes se han estudiado los valores y las variaciones de las corrientes que circulan en los arrollamientos de una máquina sincronica durante su funcionamiento en cortocircuito en base al comportamiento de una máquina modelo, a su vez obtenida de la máquina real con la transformación de Park. A su vez las corrientes en la máquina modelo han sido referidas a los arrollamientos de la máquina real.

Las relaciones obtenidas con este procedimiento serán agrupadas en los puntos 4.9.1 y 4.9.2 indicando las condiciones características de su empleo.

Máquinas Modelo

4.9.1. Valores iniciales subtransitorios de las corrientes de cortocircuito unidireccionales y alternas.-

$$[1] \quad d) \quad i_d = \frac{\dot{e}_q''}{\dot{X}_d''} - \frac{\dot{u}}{\dot{X}_d''} \cos(\omega t + \delta) = i_{d(0)}'' - \frac{\dot{u}}{\dot{X}_d''} \cos(\omega t + \delta)$$

$$[2] \quad q) \quad i_q = -\frac{\dot{e}_d''}{\dot{X}_q''} + \frac{\dot{u}}{\dot{X}_q''} \text{sen}(\omega t + \delta) = -i_{q(0)}'' + \frac{\dot{u}}{\dot{X}_q''} \text{sen}(\omega t + \delta)$$

$$[3] \quad f) \quad i_f = \left[\frac{\dot{X}_{lxd}}{\dot{X}_{ad}(\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd})} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{e}_q''}{\dot{X}_d''} \right) + \frac{\dot{X}_{lf}}{\dot{X}_{ad}(\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd})} e_{c\delta} \right] - \left[\frac{\dot{X}_{lxd}}{\dot{X}_{ad}(\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd})} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{e}_q''}{\dot{X}_d''} - e_{c\delta} \right) \right] \cos \omega t$$

$$[4] \quad xd) \quad i_{xd} = \frac{\dot{X}_{lf}}{\dot{X}_{ad}(\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd})} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{e}_q''}{\dot{X}_d''} - e_{c\delta} \right) (1 - \cos \omega t) = i_{xd(0)}'' (1 - \cos \omega t)$$

$$[5] \quad xq) \quad i_{xq} = -\frac{\dot{X}_q}{\dot{X}_{aq}} \frac{\dot{e}_d''}{\dot{X}_q''} + \frac{\dot{X}_q - \dot{X}_q''}{\dot{X}_{aq} \dot{X}_q''} \dot{u} \text{sen}(\omega t + \delta) = -i_{xq(0)}'' + \frac{\dot{X}_q - \dot{X}_q''}{\dot{X}_{aq} \dot{X}_q''} \dot{u} \text{sen}(\omega t + \delta)$$

Valores iniciales transitorios de las corrientes de cortocircuito unidireccionales y alternas.

$$[6] \quad d) \quad i_d = \frac{\dot{e}_q'}{\dot{X}_d'} - \frac{\dot{u}}{\dot{X}_d'} \cos(\omega t + \delta) = i_{d(0)'} - \frac{\dot{u}}{\dot{X}_d'} \cos(\omega t + \delta)$$

$$[7] \quad q) \quad i_q = \frac{\dot{u}}{\dot{X}_q} \text{sen}(\omega t + \delta)$$

$$[8] \quad f) \quad i_f = \left[\frac{1}{\dot{X}_{ad}} \left(\dot{Y}_d \frac{\dot{e}'_q}{\dot{X}'_d} \right) \right] - \left[\frac{1}{\dot{X}_{ad}} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{e}'_q}{\dot{X}'_d} - \dot{e}_c \delta \right) \right] \cos \omega t$$

$$[9] \quad xd) \quad i_{xd} = 0$$

$$[10] \quad xq) \quad i_{xq} = 0$$

Valores de las corrientes de cortocircuito unidireccionales permanentes. -

$$[11] \quad d) \quad i_d = \frac{\dot{e}_c \delta}{\dot{X}_d} = i_{d(\infty)}$$

$$[12] \quad q) \quad i_q = 0$$

$$[13] \quad f) \quad i_f = \frac{\dot{e}_c \delta}{\dot{X}_{ad}} = i_{f(\infty)} = i_{f(0)}$$

$$[14] \quad xd) \quad i_{xd} = 0$$

$$[15] \quad xq) \quad i_{xq} = 0$$

Componentes subtransitorias de las corrientes de cortocircuito unidireccionales.

$$[16] \quad d) \quad (\Delta'' i_d = \Delta' i_d) e^{-t/T_d''}$$

$$(i_{d(0)}'' = i_{d(0)}') e^{-t/T_d''}$$

$$[17] \quad q) \quad (\Delta'' i_q = \Delta' i_q) e^{-t/T_q''}$$

$$i_{q(0)}'' e^{-t/T_q''}$$

$$[18] \quad f) \quad (\Delta'' i_f = \Delta' i_f) e^{-t/T_d''}$$

$$(i_{f(0)}'' = i_{f(0)}') e^{-t/T_d''}$$

$$[19] \quad xd) \quad i_{xd(0)}'' e^{-t/T_d''}$$

$$[20] \quad xq) \quad i_{xq(0)}'' e^{-t/T_q''}$$

Componentes transitorias de las corrientes de cortocircuito unidireccionales.

$$[21] \quad d) \quad (\Delta' i_d = \Delta i_d) e^{-t/T_d'}$$

$$(i_{d(0)}' = i_{d(\infty)}) e^{-t/T_d'}$$

$$[22] \quad f) \quad \Delta' i_f e^{-t/T_d'} = (i_{f(0)}' - i_{f(\infty)}) e^{-t/T_d'}$$

Corrientes de cortocircuito unidireccionales de las máquinas con espiras amortiguadoras o circuitos auxiliares rotoricos.-

$$[23] \quad \dot{i}_d = (\dot{i}_{d(0)}'' - \dot{i}_{d(0)}') e^{-t/T_d''} + (\dot{i}_{d(0)}' - \dot{i}_{d(\infty)}) e^{-t/T_d'} + \dot{i}_{d(\infty)}$$

$$[24] \quad \dot{i}_q = \dot{i}_{q(0)}'' e^{-t/T_q''}$$

$$[25] \quad \dot{i}_f = (\dot{i}_{f(0)}'' - \dot{i}_{f(0)}') e^{-t/T_d''} + (\dot{i}_{f(0)}' - \dot{i}_{f(0)}) e^{-t/T_d'} + \dot{i}_{f(\infty)}$$

$$[26] \quad x_d) \quad \dot{i}_{xd} = \dot{i}_{xd(0)}'' e^{-t/T_d''}$$

$$[27] \quad x_q) \quad \dot{i}_{xq} = \dot{i}_{xq(0)}'' e^{-t/T_q''}$$

Corrientes de cortocircuito alternas en las máquinas con espiras amortiguadoras o circuitos auxiliares rotoricos.-

$$[28] \quad \dot{i}_d \sim - \frac{\dot{u}}{\dot{X}_d''} e^{-t/T_a} \cos(\omega t + \delta)$$

$$[29] \quad \dot{i}_q \sim - \frac{\dot{u}}{\dot{X}_q''} e^{-t/T_a} \text{sen}(\omega t + \delta)$$

$$[30] \quad \dot{i}_f \sim - \left[\frac{\dot{X}_{lxd}}{\dot{X}_{ad}(\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd})} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{e}_q''}{\dot{X}_d''} - \dot{e}_c \delta \right) \right] e^{-t/T_a} \cos \omega t$$

$$[31] \quad \dot{i}_{xd} \sim - \left[\frac{\dot{X}_{lf}}{\dot{X}_{ad}(\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd})} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{e}_q''}{\dot{X}_d''} - \dot{e}_c \delta \right) \right] e^{-t/T_a} \cos \omega t$$

$$[32] \quad \dot{i}_{xq} \sim - \frac{\dot{X}_q - \dot{X}_q''}{\dot{X}_{aq} \dot{X}_q''} \dot{u} e^{-t/T_a} \text{sen}(\omega t + \delta)$$

Corrientes de cortocircuito unidireccionales de las máquinas sin espiras amortiguadoras o circuitos auxiliares rotoricos.

$$[33] \quad d) \quad \dot{i}_d = (\dot{i}_{d(0)}' - \dot{i}_{d(\infty)}) e^{-t/T_d'} + \dot{i}_{d(\infty)}$$

$$[34] \quad q) \quad \dot{i}_q = 0$$

$$[35] \quad f) \quad \dot{i}_f = (\dot{i}_{f(0)}' - \dot{i}_{f(\infty)}) e^{-t/T_d'} + \dot{i}_{f(\infty)}$$

Corrientes de cortocircuito alternas de las máquinas sin espiras amortiguadoras o circuitos auxiliares rotoricos.

$$[36] \quad d) \quad \dot{i}_d \sim - \frac{\dot{u}}{\dot{X}_d'} e^{-t/T_a} \cos(\omega t + \delta)$$

$$[37] \quad q) \quad \dot{i}_q \sim - \frac{\dot{u}}{\dot{X}_q} e^{-t/T_a} \text{sen}(\omega t + \delta)$$

$$[38] \quad f) \quad \dot{i}_f \sim - \frac{1}{\dot{X}_{ad}} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{e}_q'}{\dot{X}_d'} - \dot{e}_c \delta \right) e^{-t/T_a} \cos \omega t$$

Nota: el valor de la constante de tiempo introducido en estas ultimas relaciones es distinto de aquel de la constante de tiempo que aparece en las relaciones de las maquinas con espiras amortiguadoras o circuitos auxiliares rotoricos. En efecto la presencia de las espiras amortiguadoras y de los circuitos auxiliares rotoricos que se forman en el hierro no suficientemente laminado de las estructuras rotoricas, reduce los valores iniciales de las inductancias de fase del inductor.

Máquina Real

4.9.2 Corrientes de cortocircuito alternas de fase de inducido de las máquinas sincronicas con espiras amortiguadoras o circuitos auxiliares rotoricos.

fase a)

$$[1] \quad i_a = \sqrt{2} \left\{ \left[\left(\frac{E_q''}{X_d''} - \frac{E_q'}{X_d'} \right) e^{-t/T_d''} + \left(\frac{E_q'}{X_d'} - \frac{E_c \delta}{X_d} \right) e^{-t/T_d'} + \frac{E_c \delta}{X_d} \right] \cos(\omega t + \psi) + \frac{E_d''}{X_q''} e^{-t/T_q''} \operatorname{sen}(\omega t + \psi) \right\}$$

fase b)

$$[2] \quad i_b = \sqrt{2} \left\{ \left[\left(\frac{E_q''}{X_d''} - \frac{E_q'}{X_d'} \right) e^{-t/T_d''} + \left(\frac{E_q'}{X_d'} - \frac{E_c \delta}{X_d} \right) e^{-t/T_d'} + \frac{E_c \delta}{X_d} \right] \cos\left(\omega t + \psi - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{E_d''}{X_q''} e^{-t/T_q''} \operatorname{sen}\left(\omega t + \psi - \frac{2\pi}{3}\right) \right\}$$

fase c)

$$[3] \quad i_c = \sqrt{2} \left\{ \left[\left(\frac{E_q''}{X_d''} - \frac{E_q'}{X_d'} \right) e^{-t/T_d''} + \left(\frac{E_q'}{X_d'} - \frac{E_c \delta}{X_d} \right) e^{-t/T_d'} + \frac{E_c \delta}{X_d} \right] \cos\left(\omega t + \psi + \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{E_d''}{X_q''} e^{-t/T_q''} \operatorname{sen}\left(\omega t + \psi + \frac{2\pi}{3}\right) \right\}$$

Corrientes de cortocircuito unidireccionales y armonicas de segundo orden de las máquinas sincronicas con espiras amortiguadoras o circuitos auxiliares rotoricos.-

fase a)

$$[4] \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \left[U \cos(\psi - \delta) \left(\frac{X_q'' + X_d''}{X_d'' X_q''} \right) \right] e^{-t/T_a} - \frac{\sqrt{2}}{2} \left[U \left(\frac{X_q'' - X_d''}{X_d'' X_q''} \right) \right] \cos(2\omega t + \psi + \delta) e^{-t/T_a}$$

fase b)

$$[5] \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \left[U \cos\left(\psi - \delta - \frac{2\pi}{3}\right) \left(\frac{X_q'' + X_d''}{X_d'' X_q''} \right) \right] e^{-t/T_a} - \frac{\sqrt{2}}{2} \left[U \left(\frac{X_q'' - X_d''}{X_d'' X_q''} \right) \right] \cos\left(2\omega t + \psi + \delta - \frac{2\pi}{3}\right) e^{-t/T_a}$$

fase c)

$$[6] \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \left[U \cos\left(\psi - \delta + \frac{2\pi}{3}\right) \left(\frac{X_q'' + X_d''}{X_d'' X_q''} \right) \right] e^{-t/T_a} - \frac{\sqrt{2}}{2} \left[U \left(\frac{X_q'' - X_d''}{X_d'' X_q''} \right) \right] \cos\left(2\omega t + \psi + \delta + \frac{2\pi}{3}\right) e^{-t/T_a}$$

Corrientes unidireccionales de los arrollamientos rotoricos de las máquinas sincronicas con espiras amortiguadoras o circuitos auxiliares rotoricos.

$$[7] f) \quad i_f = \frac{1}{\dot{X}_{ad}} \left\{ \left[\frac{\dot{X}_{lxd}}{\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd}} \dot{X}_d \frac{\dot{E}_q''}{\dot{X}_d''} + \frac{\dot{X}_{lf}}{\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd}} \dot{E}_{c\delta} - \dot{X}_d \frac{\dot{E}_q'}{\dot{X}_d'} \right] e^{-t/T_d''} + \left[\left(\dot{X}_d \frac{\dot{E}_d'}{\dot{X}_d'} - \dot{E}_{c\delta} \right) e^{-t/T_d'} + \dot{E}_{c\delta} \right] l_{fn} \right\}$$

$$[8] xd) \quad i_{xd} = \frac{1}{\dot{X}_{ad}} \left[\frac{\dot{X}_{lf}}{\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd}} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{E}_q''}{\dot{X}_d''} - \dot{E}_{c\delta} \right) \right] e^{-t/T_d''} l_{xdn}$$

$$[9] xq) \quad i_{xq} = \frac{1}{\dot{X}_{aq}} \left(\dot{X}_q \frac{\dot{E}_d''}{\dot{X}_q''} \right) e^{-t/T_q''} l_{xqn}$$

Corrientes alternas en los arrollamientos rotoricos de las máquinas sincronicas con espiras amortiguadoras o circuitos auxiliares rotoricos.

Las expresiones siguientes solo son aplicables cuando el ángulo de cupla δ es pequeño.

$$[10] f) \quad i_f = - \frac{1}{\dot{X}_{ad}} \left[\frac{\dot{X}_{lxd}}{\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd}} \dot{X}_d \frac{\dot{E}_q''}{\dot{X}_d''} - \frac{\dot{X}_{lxd}}{\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd}} \dot{E}_{c\delta} \right] e^{-t/T_a} l_{fn} \cos \omega t$$

$$[11] xd) \quad i_{xd} = - \frac{1}{\dot{X}_{ad}} \left[\frac{\dot{X}_{lf}}{\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd}} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{E}_q''}{\dot{X}_d''} - \dot{E}_{c\delta} \right) \right] e^{-t/T_a} l_{xdn} \cos \omega t$$

$$[12] xq) \quad i_{xq} = - \frac{1}{\dot{X}_{aq}} \left(\dot{X}_q \frac{\dot{E}_d''}{\dot{X}_q''} \right) e^{-t/T_a} l_{xqn} \sin \omega t$$

Corrientes de cortocircuito alternas de las fases de inducido de las máquinas sincronicas sin espiras amortiguadoras ni circuitos auxiliares rotoricos.

fase a)

$$[13] \quad i_a = \sqrt{2} \left[\left(\frac{E_q'}{X_d'} - \frac{E_{c\delta}}{X_d} \right) e^{-t/T_d'} + \frac{E_{c\delta}}{X_d} \right] \cos(\omega t + \psi)$$

fase b)

$$[14] \quad i_b = \sqrt{2} \left[\left(\frac{E_q'}{X_d'} - \frac{E_{c\delta}}{X_d} \right) e^{-t/T_d'} + \frac{E_{c\delta}}{X_d} \right] \cos \left(\omega t + \psi - \frac{2\pi}{3} \right)$$

fase c)

$$[15] \quad i_c = \sqrt{2} \left[\left(\frac{E_q'}{X_d'} - \frac{E_{c\delta}}{X_d} \right) e^{-t/T_d'} + \frac{E_{c\delta}}{X_d} \right] \cos \left(\omega t + \psi + \frac{2\pi}{3} \right)$$

Corriente de cortocircuito unidireccionales y armónicas de segundo orden de las máquinas sincronicas sin espiras amortiguadoras ni circuitos auxiliares rotoricos.

fase a)

$$[16] \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \left[U \cos(\psi - \delta) \left(\frac{X_q + X'_d}{X'_d X_q} \right) \right] e^{-t/T_a} - \frac{\sqrt{2}}{2} \left[U \left(\frac{X_q - X'_d}{X'_d X_q} \right) \right] \cos(2\omega t + \psi + \delta) e^{-t/T_a}$$

fase b)

$$[17] \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \left[U \cos\left(\psi - \delta - \frac{2\pi}{3}\right) \left(\frac{X_q + X'_d}{X'_d X_q} \right) \right] e^{-t/T_a} - \frac{\sqrt{2}}{2} \left[U \left(\frac{X_q - X'_d}{X'_d X_q} \right) \right] \cos\left(2\omega t + \psi + \delta - \frac{2\pi}{3}\right) e^{-t/T_a}$$

fase c)

$$[18] \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \left[U \cos\left(\psi - \delta + \frac{2\pi}{3}\right) \left(\frac{X_q + X'_d}{X'_d X_q} \right) \right] e^{-t/T_a} - \frac{\sqrt{2}}{2} \left[U \left(\frac{X_q - X'_d}{X'_d X_q} \right) \right] \cos\left(2\omega t + \psi + \delta + \frac{2\pi}{3}\right) e^{-t/T_a}$$

Corriente unidireccional del arrollamiento inductor .

$$[19] \quad i_f = \frac{1}{X_{ad}} \left[\left(\dot{X}_d \frac{\dot{E}'_q}{X'_d} - \dot{E}_{c\delta} \right) e^{-t/T'_d} + \dot{E}_{c\delta} \right] I_{fn}$$

$$[20] \quad i_f = \frac{1}{X_{ad}} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{E}'_q}{X'_d} \right) e^{-t/T_a} I_{fn} \cos \omega t$$

4.10 Corrientes en los arrollamientos estatoricos y rotoricos de las máquinas sincronicas equipadas con reguladores de tensión.

Consideremos una falla en terminales de las fases de inducido de una máquina sincronica equipada con un regulador de tensión. La actuación del regulador tiende a variar la tensión de excitación; en consecuencia las variaciones de la corriente unidireccional del arrollamiento inductor y de las corrientes alternas de las fases de inducido durante el cortocircuito difieren de aquellas que se han ilustrado precedentemente.-

El estudio de estas corrientes se puede efectuar aplicando el método presentado en el capítulo 3.

En particular debe tenerse presente:

- a) los valores iniciales de las corrientes de las fases de inducido y de las corrientes de los arrollamientos rotoricos no son influenciados por la actuación del regulador de tensión ya que se manifiestan solo cuando se ha establecido la falla.
- b) las componentes subtransitorias de las corrientes de estator y de rotor para las máquinas sincronicas con espiras amortiguadoras o circuitos auxiliares rotoricos, no resienten de la actuación de los reguladores de tensión.-

Eliminando la componente subtransitoria de la corriente unidireccional del inductor quedan tres componentes: una permanente y dos exponenciales. Las constantes de tiempo de las funciones exponenciales son iguales a la constante de tiempo transitoria de cortocircuito (T'_d) y a aquella de la respuesta de la excitatriz (T_e).

La corriente unidireccional del arrollamiento inductor satisface entonces la relación.

$$[1] \quad i_f = (\alpha + \beta e^{-t/T'_d} + \gamma e^{-t/T_e})$$

en la cual las constantes α , β , γ de la (1) se pueden obtener de los valores en el contorno de la misma función.

a) inicio del funcionamiento en cortocircuito $t=0+$

El regulador de tensión no puede variar instantáneamente la tensión de excitación, por lo tanto al iniciar la perturbación, el incremento de la corriente unidireccional de excitación dependerá de la variación de la fuerza magneto motriz de las corrientes alternas de inducido.-

$$[2] \quad i_{f t=0+} = \frac{1}{\dot{X}_{ad}} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{E}'_q}{\dot{X}'_d} \right) = \alpha + \beta + \gamma$$

$$[3] \quad \left(\frac{di_f}{dt} \right)_{t=0+} = - \frac{1}{\dot{X}_{ad}} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{E}'_q}{\dot{X}'_d} - \dot{E}_c \delta \right) \frac{1}{T'_d} = - \frac{\beta}{T'_d} - \frac{\gamma}{T_e}$$

b) Extinción de todas las componentes variables de la corriente de excitación $t=\infty$

La corriente unidireccional de excitación a partir del instante indicado no puede asumir mas que un valor congruente con aquel alcanzado en el mismo instante por la tensión de excitación.

Indicado tal valor con E_∞ resulta:

$$[4] \quad i_{f t=\infty} = \alpha = \frac{E_\infty}{\dot{X}_{ad}}$$

De las relaciones (2) y (4) se obtiene

$$[5] \quad \gamma = \frac{1}{\dot{X}_{ad}} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{E}'_q}{\dot{X}'_d} \right) - \alpha - \beta = \frac{1}{\dot{X}_{ad}} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{E}'_q}{\dot{X}'_d} - E_\infty \right) - \beta$$

De la relación (3)

$$[6] \quad \beta T_e + \gamma T'_d = \frac{1}{\dot{X}_{ad}} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{E}'_q}{\dot{X}'_d} - E_c \delta \right) T_e$$

Introduciendo la relación (5) en la (6) es eliminada la constante γ :

$$[7] \quad -\beta(T'_d - T_e) + \frac{1}{\dot{X}_{ad}} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{E}'_q}{\dot{X}'_d} - E_\infty \right) T'_d = \frac{1}{\dot{X}_{ad}} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{E}'_q}{\dot{X}'_d} - E_c \delta \right) T_e$$

Resolviendo la (7) respecto de β se obtiene:

$$[8] \quad \beta = \frac{1}{\dot{X}_{ad}} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{E}'_q}{\dot{X}'_d} - \dot{E}'_{\infty} \right) \frac{T'_d}{T'_d - T_e} - \frac{1}{\dot{X}_{ad}} \left(\dot{X}_d \frac{\dot{E}'_d}{\dot{X}'_d} - \dot{E}'_{c\delta} \right) \frac{T_e}{T'_d - T_e}$$

De las relaciones (5) y (8) se obtiene

$$[9] \quad \dot{\gamma} = \frac{1}{\dot{X}_{ad}} (\dot{E}'_{\infty} - \dot{E}'_{c\delta}) \frac{T_e}{T'_d - T_e}$$

Sustituyendo en la relación (1) los valores de las constantes se obtiene

$$[10] \quad i_f = \frac{1}{\dot{X}_{ad}} \left[\left(\dot{X}_d \frac{\dot{E}'_q}{\dot{X}'_d} - \dot{E}'_{c\delta} \right) e^{-t/T'_d} + \dot{E}'_{c\delta} \right] + (\dot{E}'_{\infty} - \dot{E}'_{c\delta}) f(t)$$

donde

$$[11] \quad f(t) = 1 - \left(\frac{T'_d e^{-t/T'_d} - T_e e^{-t/T_e}}{T'_d - T_e} \right)$$

La corriente de excitación está constituida en las máquinas con espiras amortiguadoras y circuitos auxiliares rotoricos ademas que por los términos de la relación (10) también por la componente subtransitoria: su expresión puede ser obtenida de la relación (7) del paragrafo 4.8.2 y de la relación (10) del paragrafo 4.10 y exactamente.

$$[12] \quad i_f = \frac{1}{\dot{X}_{ad}} \left\{ \left[\frac{\dot{X}_{lxd}}{\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd}} \dot{X}_d \frac{\dot{E}''_q}{\dot{X}''_d} + \frac{\dot{X}_{lf}}{\dot{X}_{lf} + \dot{X}_{lxd}} \dot{E}'_{c\delta} - \dot{X}_d \frac{\dot{E}'_q}{\dot{X}'_d} \right] e^{-t/T''_d} + \left(\dot{X}_d \frac{\dot{E}'_q}{\dot{X}'_d} - \dot{E}'_{c\delta} \right) e^{-t/T'_d} + \dot{E}'_{c\delta} + (\dot{E}'_{\infty} - \dot{E}'_{c\delta}) f(t) \right\} I_{fn}$$

También las corrientes alternas en las fases de inducido, a causa de la actuación del regulador de tensión sufren un incremento. Teniendo en cuenta los valores asumidos durante el funcionamiento en cortocircuito por la corriente unidireccional del circuito inductor, resulta que el regulador de tensión varía solo los valores instantáneos de las componentes transitorias y sostenidas. En base a la relación (1) del paragrafo 4.8.2 y a la (12) del paragrafo 4.9 se obtiene la siguiente:

fase α)

$$[13] \quad i_a = -\sqrt{2} \left\{ \left[\left(\frac{E''_q}{X''_d} - \frac{E'_q}{X'_d} \right) e^{-t/T''_d} + \left(\frac{E'_q}{X'_d} - \frac{E_{c\delta}}{X_d} \right) e^{-t/T'_d} + \frac{E_{c\delta}}{X_d} + \left(\frac{E_{\infty}}{X_d} - \frac{E_{c\delta}}{X_d} \right) f(t) \right] \cos(\omega t + \psi) + \frac{E''_d}{X''_q} e^{-t/T''_d} \right\} \sin(\omega t + \psi)$$

Las corrientes alternas de otras fases se evalúan con relaciones análogas a la relación (13) agregando a los ángulos $\omega t + \psi$ los respectivos ángulos $-2\pi/3$, y $+2\pi/3$. La corriente alterna para el arrollamiento f, como también las corrientes unidireccionales y de segunda armónica para las fases de inducido, no son influenciadas por el regulador de tensión, entonces sus valores instantáneos son aquellos de las expresiones del paragrafo 4.8.2.-

4.11 Notas al capítulo 4°.

Las relaciones de las corrientes de cortocircuito para las fases del inducido de las máquinas sincronicas obtenidas en los paragrafos 4.8.2 y 4.9 corresponden a las estudiadas en los capítulos 1 y 2. Para lograrlas también formalmente iguales, es necesario considerar que las tensiones internas son evidenciadas con simbolos distintos: al símbolo d de los capítulos 1 y 2 se ha substituído en el capítulo 4 el símbolo q y viceversa. La substitución es hecha obviamente para las tensiones internas que figuran también en las relaciones de las corrientes rotóricas indicadas en los paragrafos 4.8.2. y 4.9 - El capítulo 4 en cambio es dedicado solo al funcionamiento de las máquinas sincronicas debido a una falla trifasica aislada de tierra entre los terminales de las fases de inducido. El tratado puede ser extendido a los cortocircuitos trifasicos aislados de tierra en un punto cualquiera de los circuitos exteriores al inducido. Cuando la impedancia externa vista en el punto de falla respecto a los terminales de la máquina sea substancialmente inductiva, se pueden adoptar aún para las corrientes de todos los arrollamientos las relaciones de los paragrafos 4.8.2 y 4.9

Es logico que se deba sumar a los valores de las reactancias funcionales X''_d , X''_q , X'_d , X'_q que aparecen en las expresiones de las corrientes y de las constantes de tiempo el valor de la reactancia de fase de los circuitos externos.

En el capítulo 4 han sido considerados nulos los valores de la corriente, de la tensión y del flujo en el arrollamiento 0 de la máquina modelo, a causa del tipo de cortocircuito. Por lo que se refiere a los funcionamientos en cortocircuito desequilibrados es necesario examinar las variaciones de las magnitudes del arrollamiento 0, transformar sucesivamente los valores instantáneos de las magnitudes de los tres arrollamientos d , q , 0 en los valores instantáneos de las magnitudes de las fases a , b , c de la máquina real.-

FUNCIONAMIENTO EN CORTOCIRCUITO DE LAS MAQUINAS SINCRONICAS

CC-05.PDF

5	Variacion de las corrientes de inductor de las maquinas sincronicas en los laboratorios de potencia	157 / 171
----------	--	------------------

5 - VARIACION DE LAS CORRIENTES DE INDUCTOR DE LAS MAQUINAS SINCRONICAS EN LOS LABORATORIOS DE POTENCIA.

Generalmente la máquina sincronica se utiliza en los laboratorios de potencia en funcionamiento en cortocircuito. Este es realizado estableciendo una falla entre dos o tres fases en el extremo de los circuitos conectados al inducido, cuando la máquina funciona a la velocidad nominal y está excitada para la tensión de ensayo. El funcionamiento mecanico en vacío que precede el funcionamiento en cortocircuito se obtiene con un motor asincrónico. La excitación del funcionamiento en vacío y en cortocircuito se obtiene con una máquina de corriente continua cuyo inductor tiene una baja constante de tiempo. Las fallas se establecen con un contactor de cortocircuito idóneo para establecer corrientes en cualquier instante sincronizable respecto de las alternancias de las tensiones en vacío. El funcionamiento mecanico durante el tiempo de ensayo (es decir mientras perdura el cortocircuito y la máquina permanece excitada) es debido a la energía cinetica en las masas del grupo motor generador.

En la fig. 30 se indica el esquema unifilar de un laboratorio de ensayos de cortocircuito.-

Las características de las máquinas de estos laboratorios son notablemente distintas de las que corresponden a generadores normales. En efecto, para su proyecto se trata de obtener máquinas con las reactancias lo menores posibles y las constantes de tiempo lo mayores posibles y obtener máquinas idoneas para ser excitadas con tensiones muy superiores a las de funcionamiento en vacío, como para funcionar en cortocircuito trifásico o monofásico.

En este paragrafo nos limitaremos al examen del comportamiento de los alternadores de dos polos, ya que es el tipo de máquina mas economica en el estado actual de la técnica de construcción. A fin de obtener reactancias subtransitorias de bajo valor el dimensionamiento de la máquina debe: lograr la densidad de flujo de entrehierro lo mas alto posible, reducir al mínimo la reluctancia opuesta al flujo de dispersión de inducido y de inductor, disponer barras amortiguadoras a lo largo de toda la periferia del rotor. El circuito magnetico es generalmente proporcionado para lograr inducciones magneticas de valores poco superiores a aquellas que se adoptan para las máquinas comerciales en el tramo rectilíneo de la característica de vacío se lleva también el hierro a saturación con excitaciones poco superiores a aquella del codo de la característica de vacío. Este criterio evita sobretensiones peligrosas cuando las máquinas son excitadas con elevadas corrientes. En los flujos de dispersión se incluyen los transversales de las ranuras de inducido, los que atraviesan el entrehierro afectando la parte superior de los dientes del rotor y los concatenados con las conexiones frontales, Por lo tanto la contribución estatorica a la reluctancia de los recorridos que siguen los flujos de dispersión es minimizado por la elección de la forma de las ranuras de estator, realizadas anchas y poco profundas, y por el proyecto de estructuras amortiguadoras dispuestas alrededor de las cabezas de los arrollamientos.

Las dimensiones del espesor del entrehierro y del paso polar, ligadas a la velocidad periferica del rotor no difieren de las correspondientes a máquinas comerciales. El dentado del rotor está repartido uniformemente a lo largo de toda la periferia. Las ranuras ocupadas por el arrollamiento inductor son mas profundas de las ocupadas por solo las barras amortiguadoras.

Las ranuras ocupadas por el arrollamiento inductor están cerradas con cuñas de cierre que lo contienen mecánicamente y actúan también como barras amortiguadoras.

A fin de realizar las dos funciones, las cuñas de cierre están normalmente construidas en secciones conectadas entre sí para garantizar la continuidad eléctrica, de manera de permitir los desplazamientos axiales debidos a alargamientos termicos. Todas las barras que ocupan el desarrollo de la circunferencia de los polos y los espacios interpolares están conectadas frontalmente de manera de formar una jaula amortiguadora: su eficacia es homogénea a lo largo de la periferia del rotor.

A los fines del presente trabajo se ha juzgado inútil examinar detalles constructivos de las máquinas, indicándose en la bibliografía algunas publicaciones sobre el argumento.

Generalmente también a los generadores de ensayo se les asigna una potencia y una tensión nominal.

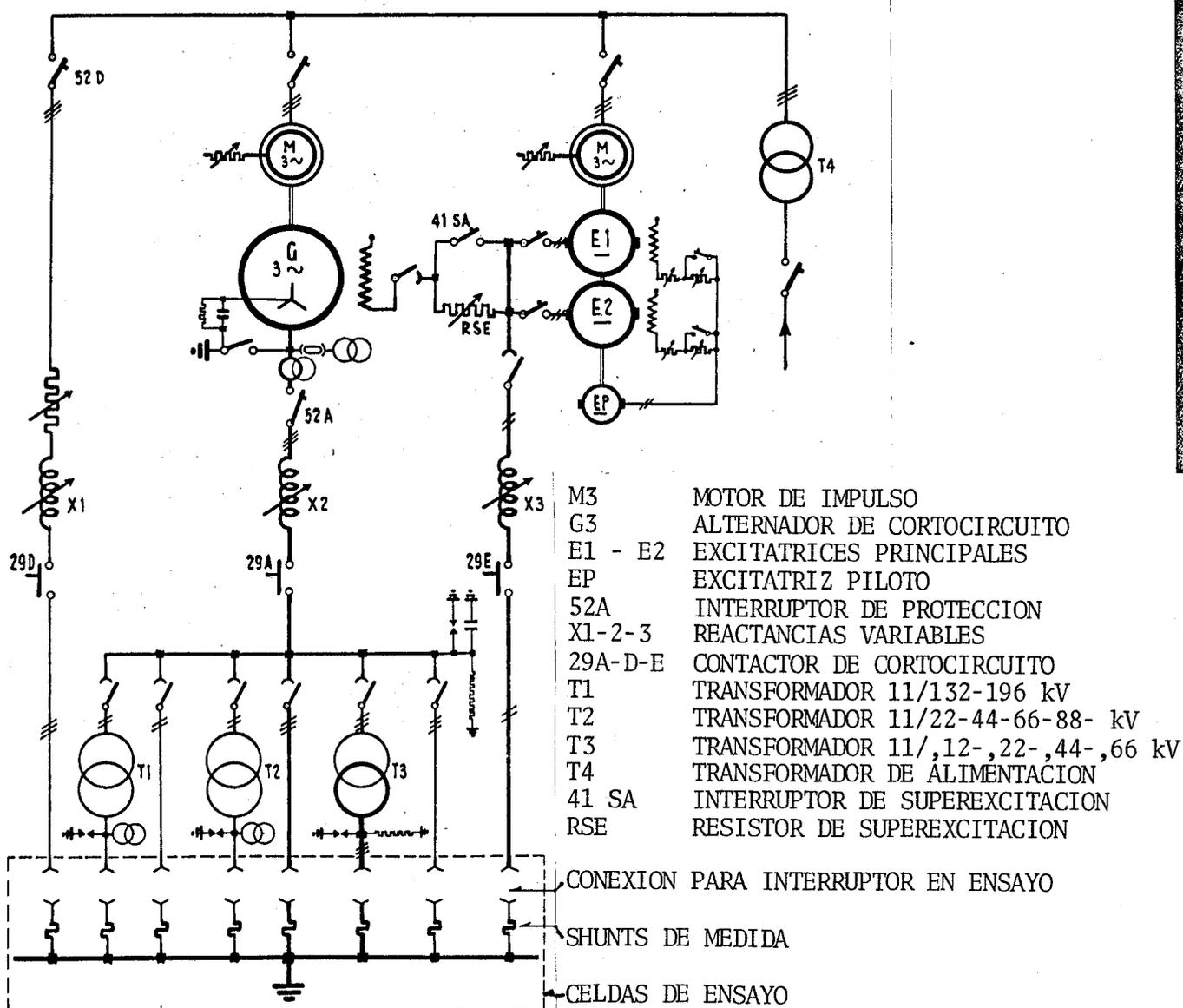
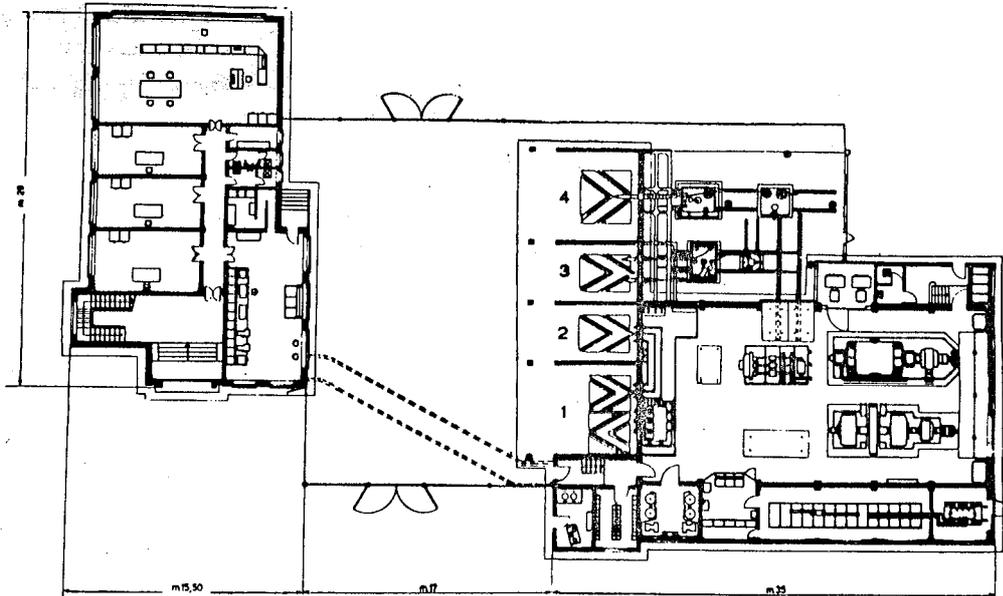


Fig. 30

Esto para plantear los calculos de proyecto según relaciones usuales y para referir los parametros característicos a valores unitarios o porcentuales. En la tabla I se comparan los valores de los parametros característicos de los alternadores de dos polos destinados a las estaciones de ensayo con los de construcción normal.



Pianta del Laboratorio grande potenza della Magrini M.S.M.

En las figuras 31a y 31b se representan antetodo las curvas de excitación de dos alternadores especiales, además las variaciones de las corrientes alternas de cortocircuito para fallas en bornes, y fallas después de reactancias de valor igual al 125% del valor de las respectivas reactancias subtransitorias.-

TABLA I

alternador de dos polos	reactancia en valor unitario			constnate de tiempo en segundos		
	(1)	(1)	(2)			
	$X_d'' = X_q''$	X_d'	X_d	T_{do}'	T_d''	T_a
construcción normal	0,07 ÷ 0,14	0,12 ÷ 0,21	0,95 ÷ 1,45	5 ÷ 10	0,02 ÷ 0,05	0,04 ÷ 0,24
construcción especial 33 MVA 10 kV	0,06	0,075	0,66	4,0	0,023	0,1
construcción especial 150 MVA 16,5 kV	0,02	0,038	0,63	8,3	0,04	0,1

(1) Valores calculados a la tensión nominal

(2) Valores calculados en ausencia de saturación

La tensión máxima de superexcitación es 2300 V para la máquina de 33 MVA,
3000 V para la máquina de 150 MVA.

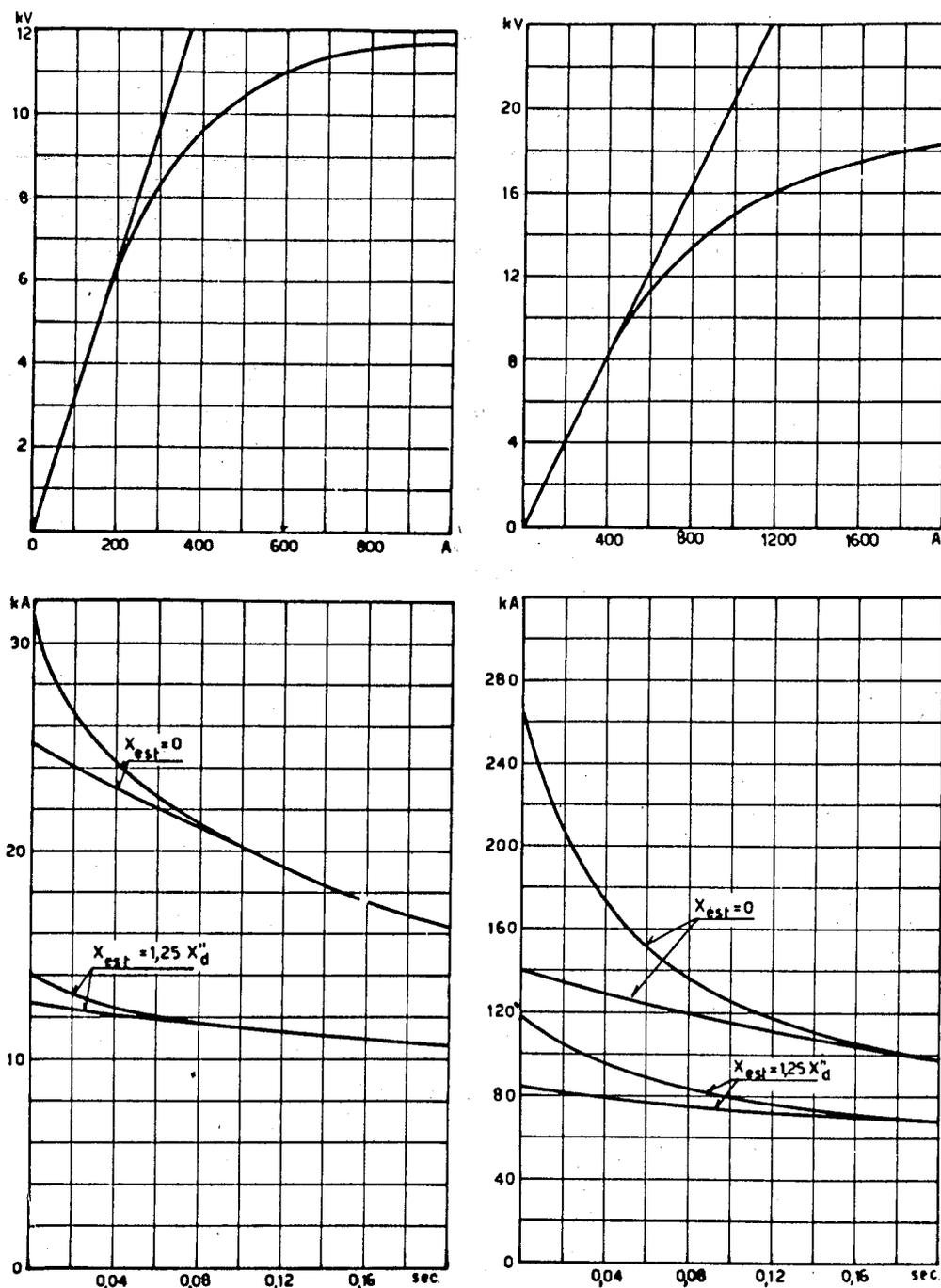


Fig. 31 a e b.

Estableciendo un cortocircuito trifásico en bornes de una máquina sin crónica excitada para mantener en vacío la tensión nominal, las corrientes alternas en las tres fases de inducido asumen inicialmente el valor subtransitorio. Decrecen sucesivamente en el tiempo y cuando el cortocircuito es eliminado en todas las fases, las tensiones de retorno, a régimen establecido tienen valores eficaces proporcionales a la tensión nominal según un factor menor de la unidad. El factor depende de la disminución de velocidad del rotor, de la relación entre valores eficaces presuntos de la corriente de cortocircui-

to en el instante de interrupción y en el instante inicial. Por estas razones la potencia de cortocircuito utilizable en los ensayos de los aparatos de interrupción se reduce respecto a aquella de cortocircuito suministrado por la máquina y entonces también a su potencia de cortocircuito nominal. En efecto, en los ensayos los retardos entre el instante en el cual es establecido el cortocircuito y la extinción del arco entre los contactos de los aparatos ensayados., pueden tener duración de algunos ciclos.

Se reduce esta limitación actuando sobre la excitación de la máquina.-

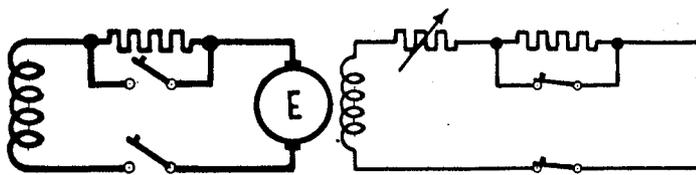
Esto en línea de principio puede obtenerse de dos maneras.

- a) incrementando la excitación en el instante en el cual se establece el cortocircuito o bien algunos centesimos de segundo antes. El aparato en ensayo se hace actuar cuando el incremento del flujo de entrehierro es adecuado para contrastar el efecto desmagnetizante de la reacción de inducido y a compensar la disminución de la tensión interna causada por la disminución de velocidad de la máquina.-
- b) Incrementando la excitación y estableciendo el cortocircuito cuando la tensión en vacío de la máquina es aumentada respecto de la nominal. El instante es elegido de manera que la tensión en vacío supere el valor nominal en el porcentaje que corresponde a lo que decrece la corriente de cortocircuito mientras dura el cortocircuito mismo.-

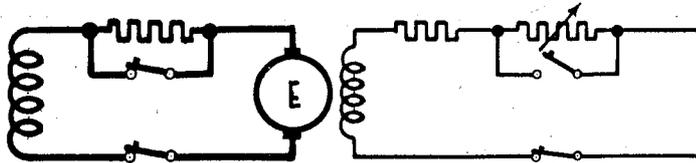
El primer método es denominado generalmente superexcitación.

La corriente de excitación debe alcanzar en un tiempo breve (igual o poco superior a la duración del funcionamiento de la máquina en cortocircuito) un valor elevado respecto al del funcionamiento en vacío. La excitatriz que permite lograr este resultado es una máquina de corriente continua de alta tensión, el inductor de la máquina sincronica es alimentado en serie con un resistor de superexcitación, oportunamente predispuesto para ser cortocircuitado, La máquina de continua tiene generalmente polos y yugos en hierro laminado, los circuitos de los polos de inductor divididos en varias ramas dispuestas en paralelo dotadas cada una de resistores adicionales. En serie con el normal resistor que regula la corriente de inductor de la excitatriz principal, se incluye un resistor adicional también predispuesto para ser cortocircuitado. La sucesión de las operaciones que deben efectuarse para la superexcitación se indica en la figura 32. Antes de excitar el alternador se regula la tensión en vacío actuando sobre la normal resistencia de regulación y manteniendo cortocircuitado todo el resistor adicional. Después de haber cortocircuitado el resistor de superexcitación y agregando el resistor adicional, se excita el alternador hasta alcanzar la tensión de ensayo actuando sobre el resistor adicional. Realizados los controles se incluye el resistor de superexcitación y simultáneamente se cortocircuita el resistor adicional. De esta manera la tensión de la excitatriz es llevada al valor requerido por la superexcitación, la tensión de la máquina sincronica se mantiene al valor de ensayo, porque la corriente de excitación se limita por la resistencia de superexcitación. La condición se mantiene hasta algunos ciclos antes del cortocircuito, una vez producido el cortocircuito y hasta el termino del ensayo, el resistor de superexcitación, y el adicional se mantienen cortocircuitados.-

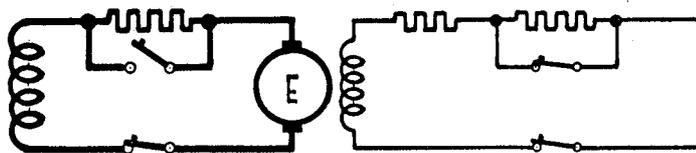
La ejecución de los ciclos de ensayo sobre los interruptores con recierre requiere artificios particulares, ya que la disminución de velocidad de la máquina influye notablemente sobre la tensión de retorno de la última interrupción. El efecto se compensa anticipando el inicio de la superexcitación respecto del instante en el cual se establece el cortocircuito.-



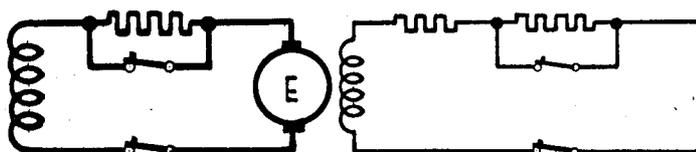
REGULACION DE LA TENSION EN VACIO DE LA EXCITATRIZ PARA EL VALOR REQUERIDO DE LA SUPEREXCITACION



REGULACION DE LA CORRIENTE DE EXCITACION PARA EL VALOR REQUERIDO POR EL FUNCIONAMIENTO EN VACIO DEL ALTERNADOR



CONDICION PRECEDENTE AL ENSAYO



CONDICION DURANTE EL ENSAYO

Siempre es necesaria la utilización de máquinas de corriente continua de elevada potencia para la superexcitación. Un generador de 33 MVA con una potencia de cortocircuito subtransitoria de 550 MVA a 10 kV requiere en los ensayos de cortocircuito trifasicos a plena potencia y a la tensión de retorno de 10 kV una potencia de excitación de 17,5 MW es decir una tensión de excitación de 2280 V y una corriente de excitación a régimen establecido de 7600A.

El segundo método propuesto para regular los valores de las tensiones de retorno a la frecuencia de ejercicio, presenta respecto del primero algunas ventajas pero su aplicación es menos general.-

En efecto este método consiste en excitar el generador antes de establecer el cortocircuito, de manera que su tensión en vacío sea superior a la de ensayo. Establecido el cortocircuito el aparato en ensayo se hace actuar de manera que la interrupción se produzca cuando la corriente y la tensión de retorno a la frecuencia de ejercicio hayan alcanzado los valores preelejidos para la prueba, llevando por ejemplo antes del ensayo el alternador a tensión 20% superior en comparación con la tensión de retorno requerida, la interrupción deberá producirse antes que la corriente de cortocircuito haya disminuido del 20% respecto de su valor subtransitorio inicial.

El método no requiere una excitatriz de mucha potencia. La puesta en tensión del alternador se puede realizar, en efecto, en un tiempo muy largo, del orden de segundos, y el cortocircuito puede establecerse cuando el generador haya alcanzado una condición de funcionamiento en regimen.

El alternador de 33 MVA a 10 kV ya tomado en consideración puede ser excitado para una tensión en vacío de 12 kV ampliando una potencia de aproximadamente 0.2 MW.-

Las corrientes de cortocircuito que solicitan la instalación son superiores a las interrumpidas y aprovechadas en los ensayos. Para realizar un ensayo de cortocircuito a la tensión nominal y a plena potencia del alternador requiriendo una tensión en vacío igual al 120% de la nominal, el generador y la instalación deben ser idóneos para soportar solicitaciones electrodinámicas superiores del 44% a las correspondientes a la corriente interrumpida. En general todos los alternadores especiales para laboratorios de potencia en condición de ser superexcitados pueden funcionar por varios segundos a tensiones superiores del 20% de la nominal, pero no son necesariamente idóneos para soportar las solicitaciones electrodinámicas consecuencia de corrientes superiores del 120% de la corriente inicial subtransitoria nominal.-

En muchos laboratorios está difundido el empleo de ambos métodos para forzar la excitación, la elección del tipo se hace según el ensayo.

En todos los ensayos con corrientes y tensiones de valores poco distintos a los nominales y cuando el ciclo incluye recierres es necesario recurrir a superexcitación.-

En cambio es ventajoso recurrir a sobreexcitar la máquina en vacío antes de establecer el cortocircuito en los ensayos de interrupción de corrientes asimétricas que no impliquen la plena potencia de cortocircuito de la máquina. En efecto, en estos ensayos el instante de apertura del interruptor es regulado para que la interrupción se produzca con poco retardo respecto del inicio del cortocircuito permitiendo así aprovechar de interrumpir una corriente asimétrica con un valor poco distinto del inicial.

A fin de aclarar las modalidades con las cuales se realizan las superexcitaciones en los ensayos de cortocircuito trifásico y monofásico, se recuerdan algunas consideraciones sobre la variación en el tiempo de las corrientes de inducido y de inductor presentadas en los capítulos precedentes.

Tomemos en consideración solo las superexcitaciones que inician simultáneamente con el cortocircuito y los ensayos en los cuales el decremento de la tensión de retorno a la frecuencia de ejercicio debido a la disminución de velocidad del rotor resulta de entidad despreciable.-

Tomemos en consideración una falla trifásica que presenta reactancias externas a la máquina de valor despreciable respecto al valor de la subtransitoria. La corriente alterna asume un valor inicial igual a la relación entre la tensión U del funcionamiento en vacío y la reactancia subtransitoria.-

$$I_{d(0)}'' = (U / X_d'') I_n$$

El valor sostenido de esta corriente es en cambio directamente proporcional a la tensión de entrehierro E_δ (correspondiente a la excitación del funcionamiento en vacío) e inversamente proporcional a la reactancia sincrónica.

$$I_d = (E_\delta / X_d) I_n$$

El valor de I_d expresado en función de la tensión U requiere la definición de una reactancia inferior a la sincronica pero superior a la dispersión.

$$E_{\delta} / \dot{X}_d = U / k \dot{X}_{ld}$$

Creciendo la excitación, la tensión en vacío tiende a un valor constante, a causa de la saturación de los circuitos magnéticos. La corriente de cortocircuito permanente, por el contrario tiende a la relación entre la tensión en vacío y la reactancia de dispersión. Esta tiene generalmente un valor inferior al de la reactancia subtransitoria. Con oportunas corrientes de excitación se puede hacer asumir a la corriente de cortocircuito sostenida un valor igual, y aun superior, a aquel inicial subtransitorio de la máquina excitada a la tensión nominal.-

Al inicio del cortocircuito, las corrientes alternas de las fases de inducido generan un campo rotante, que es estacionario respecto del rotor y tiende a variar la tensión magnética del entrehierro. Al efecto desmagnetizante de la reacción de armadura se oponen los efectos conservativos de las corrientes inducidas en los circuitos amortiguadores y en el circuito de excitación. Estas corrientes a su vez no siendo sostenidas por fuerzas electromotrices decrecen en el tiempo y disipan en parte la energía electromagnética de la máquina. En consecuencia las corrientes alternas, en las fases de inducido decrecen simultáneamente a las corrientes unidireccionales de los circuitos rotoricos según constantes de tiempo iguales.-

Imponiendo en el instante en el cual se establece el cortocircuito un oportuno incremento de la corriente de excitación, se puede tender a compensar la reacción de armadura y a mantener constante la tensión magnética del entrehierro, y entonces también las amplitudes de las corrientes alternas de las fases de inducido. La compensación sin embargo debe ser conseguida en todos los instantes del funcionamiento dinámico de la máquina (teóricamente entonces por un lapso que es infinito) prácticamente hasta que las corrientes alternas de inducido asumen su valor permanente o sostenido.-

Tendiendo la duración del cortocircuito a infinito, las corrientes alternas de inducido pueden conservar sus valores iniciales si la corriente de excitación se incrementa de una oportuna cantidad ΔI_f . La ΔI_f debe ser suficiente para producir una fuerza magnetomotriz de valor igual al inicial de las corrientes alternas de inducido.-

Expresada en valor unitario (respecto de la corriente de excitación I_{fn} del funcionamiento en vacío a la tensión $X_{ad} I_n$) ellas deben satisfacer la condición:

$$\dot{X}_{ad} i_d^2(0) = \dot{X}_{ff} \Delta i_f$$

de la cual

$$\Delta i_f = \frac{\dot{X}_{ad}}{\dot{X}_{ff}} i_d^2(0)$$

tal corriente en (A) resulta

$$\Delta I_f = \left(\frac{\dot{X}_{ad}}{\dot{X}_{ff}} \right) i_{d(0)}'' \cdot I_{fn}$$

La corriente de excitación límite:

$$I_{f(0)} + \Delta I_f = I_{f(0)} + (\dot{X}_{ad} / \dot{X}_{ff}) i_{d(0)}'' I_{fn}$$

puede ser obtenida aplicando al rotor en el instante en el cual se establece el cortocircuito una tensión.

$$E_\infty = R_{rot} (I_{f(0)} + \Delta I_f)$$

Si la constante de tiempo (T_e) de respuesta de la superexcitación fuera breve respecto de la subtransitoria, los incrementos de la corriente de excitación entre el valor inicial $I_{f(0)}$ y el valor límite $I_{f(0)} + \Delta I_f$ seguirían una ley poco diferente de aquella de los decrementos de las corrientes alterna de inducido. En la práctica satisfaciendo la condición correspondiente a la corriente de excitación límite, se realizan también aquellas que permiten no hacer sufrir a la tensión magnética de entrehierro variaciones importantes.-

Las resistencias de superexcitación se calculan con la relación

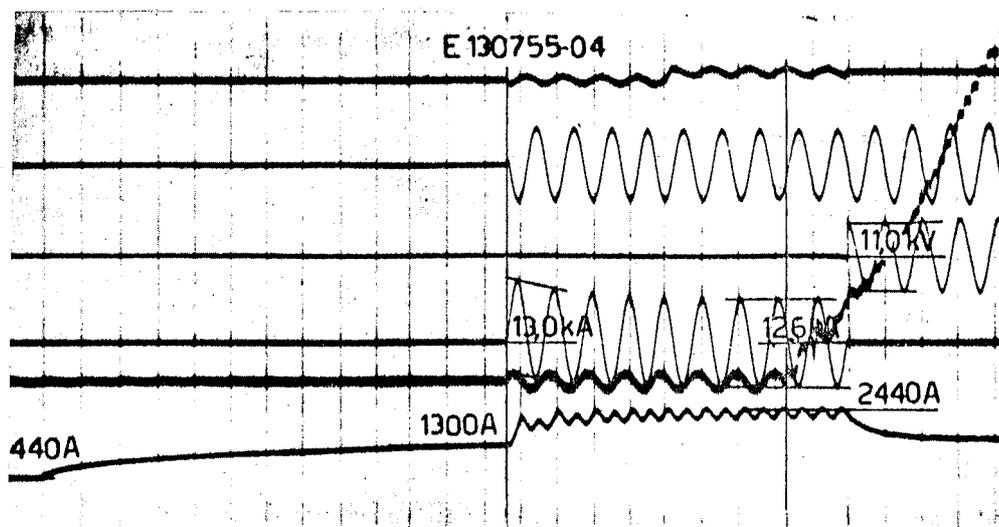
$$R_{s.ecc.} = R_{rot} [(I_{f(0)} + \Delta I_f) / I_{f(0)}] - R_{rot} = R_{rot} (\Delta I_f / I_{f(0)})$$

Porque la caída de tensión en la resistencia de superexcitación durante el funcionamiento de la máquina en vacío debe ser igual a la caída de tensión en las resistencias del arrollamiento de inductor recorrido por la corriente ΔI_f .-

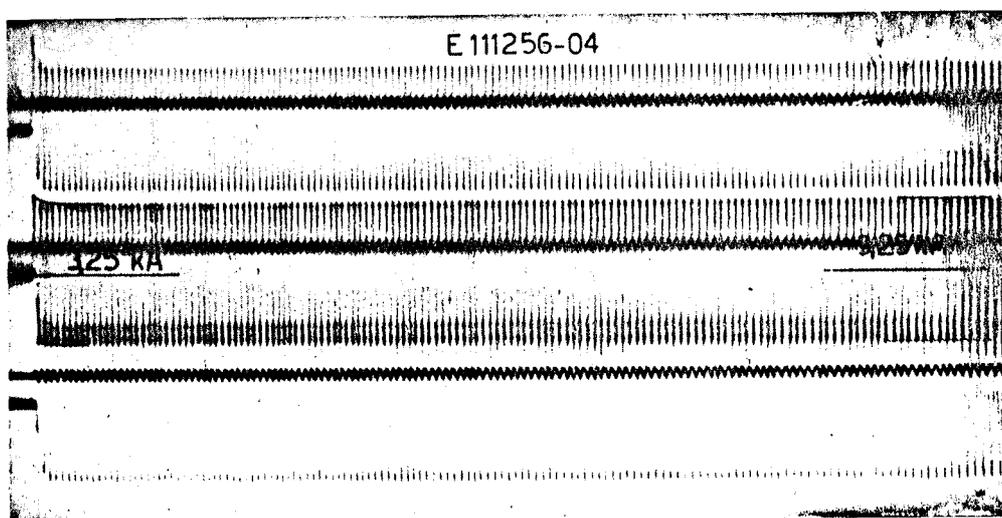
En los ensayos de cortocircuito monofásicos, las corrientes de excitación deben ser incrementadas en una cantidad ΔI_f igual a dos tercios de los valores respectivos para los correspondientes ensayos trifásicos.-

En los ciclos de ensayo que a causa de su duración, implican disminuciones apreciables de la velocidad de rotación del rotor las tensiones de retorno a la frecuencia fundamental y las corrientes alternas de cortocircuito deben ser sostenidas anticipando el inicio de la superexcitación respecto del instante en el cual se establece el cortocircuito. Generalmente si se regula la duración de la superexcitación que precede el cortocircuito y el valor de la tensión de superexcitación es posible hacer alcanzar a la corriente alterna de cortocircuito y a la tensión de retorno los valores prescriptos para el ensayo.-

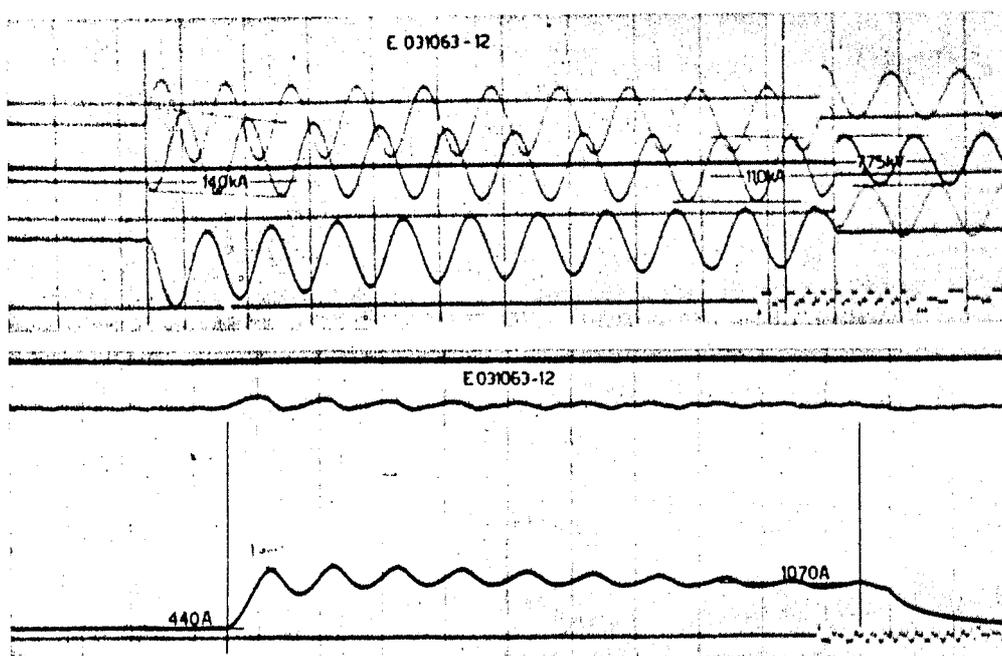
Los oscilogramas que siguen se refieren a ensayos de cortocircuito realizados sobre la máquina de 33 MVA (cuyas características se indicaron en la tabla I) y muestran la variación de las siguientes magnitudes: las corrientes en las fases de inducido, las tensiones de retorno, las corrientes del arrollamiento inductor. Explicando estos oscilogramas, en la tabla II se indican los valores de todas las magnitudes. Para cada valor de la corriente de cortocircuito se han realizado ensayos sin superexcitación, con superexcitación iniciada simultáneamente con el cortocircuito y con superexcitación anticipado.-



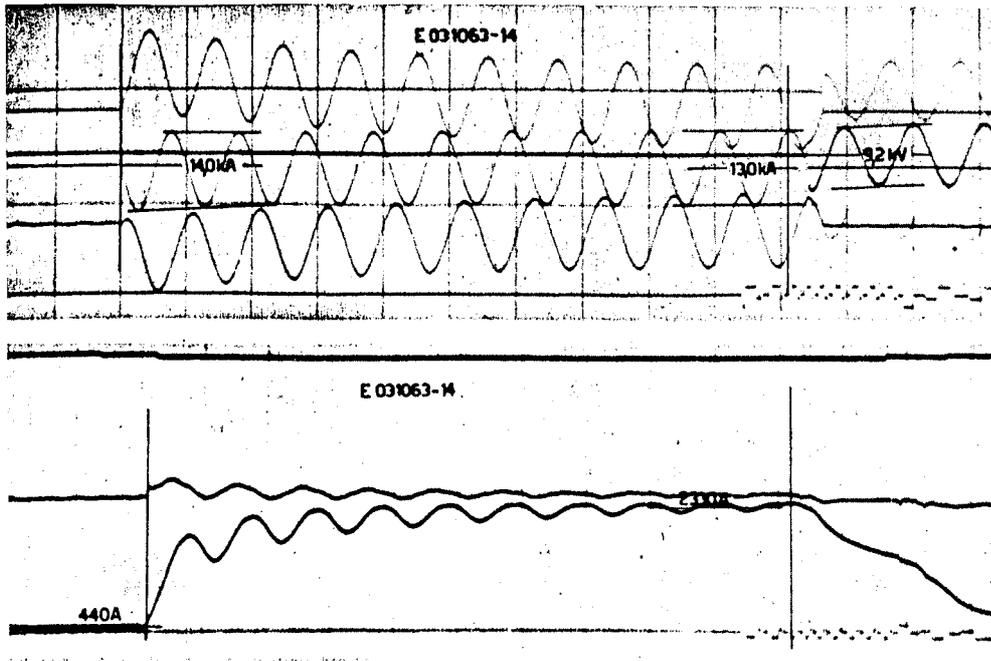
Ensayo monofasico a 11 kV con superexcitación



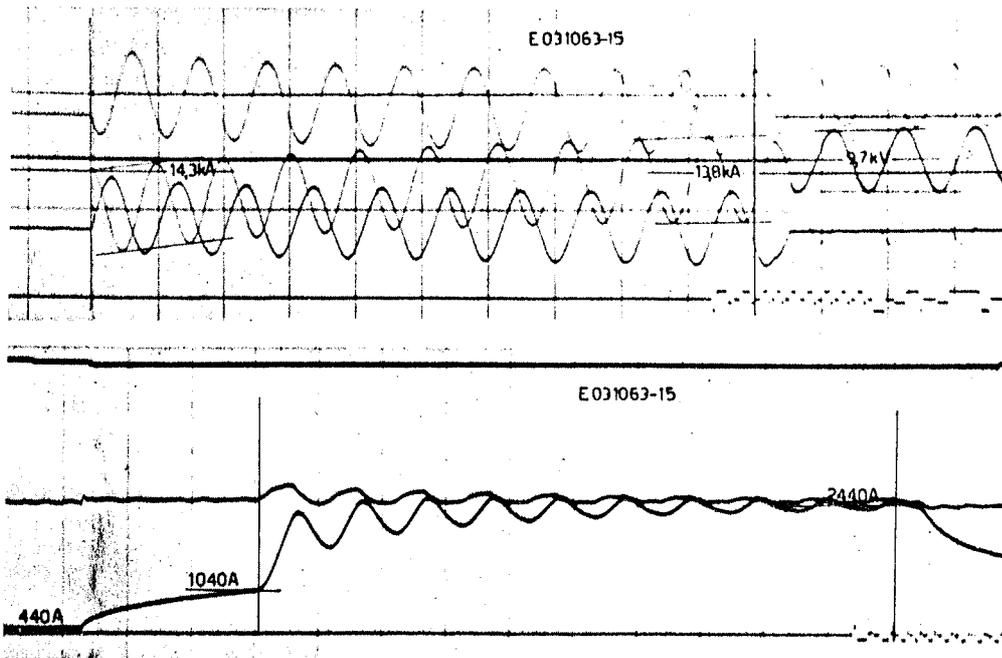
Ensayo trifásico de sobrecarga por 3 seg. con superexcitación



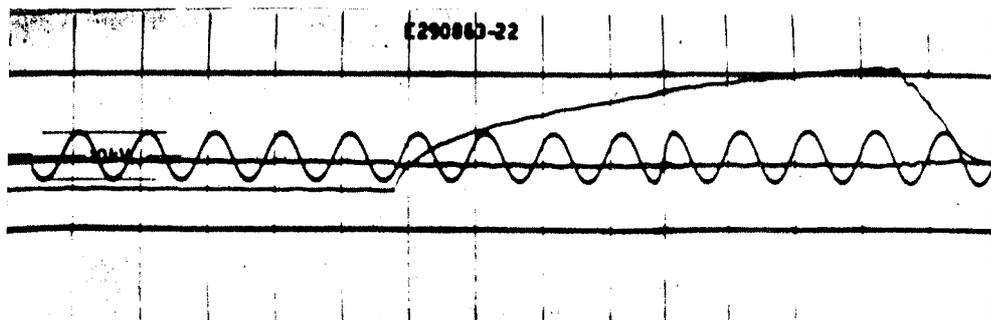
Ensayo trifásico a 10 kV - 14 kA sin superexcitación



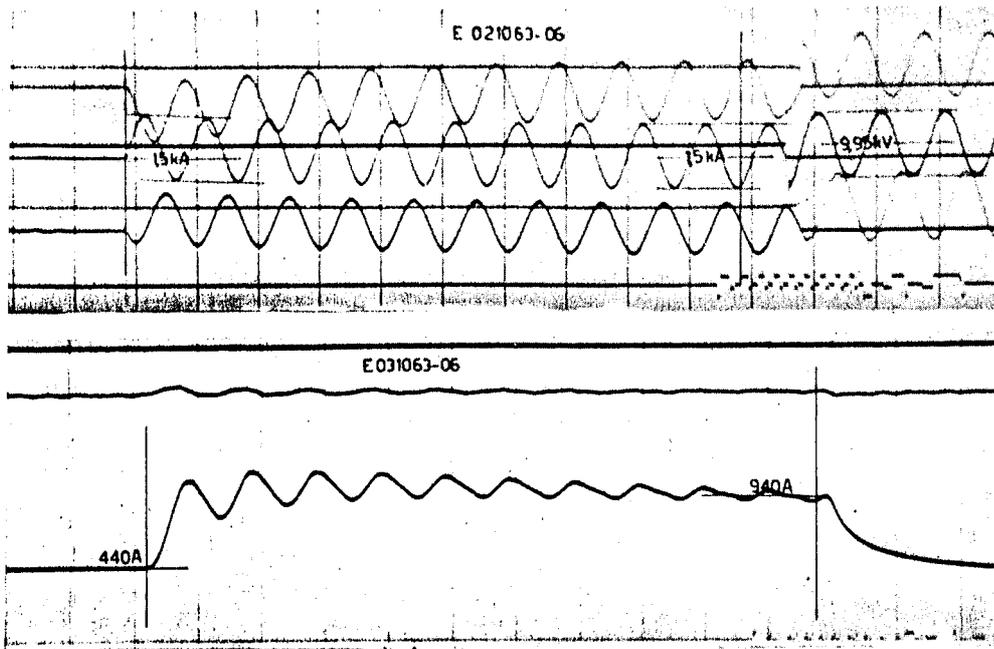
Ensayo trifásico 10 kV - 14 kA con superexcitación



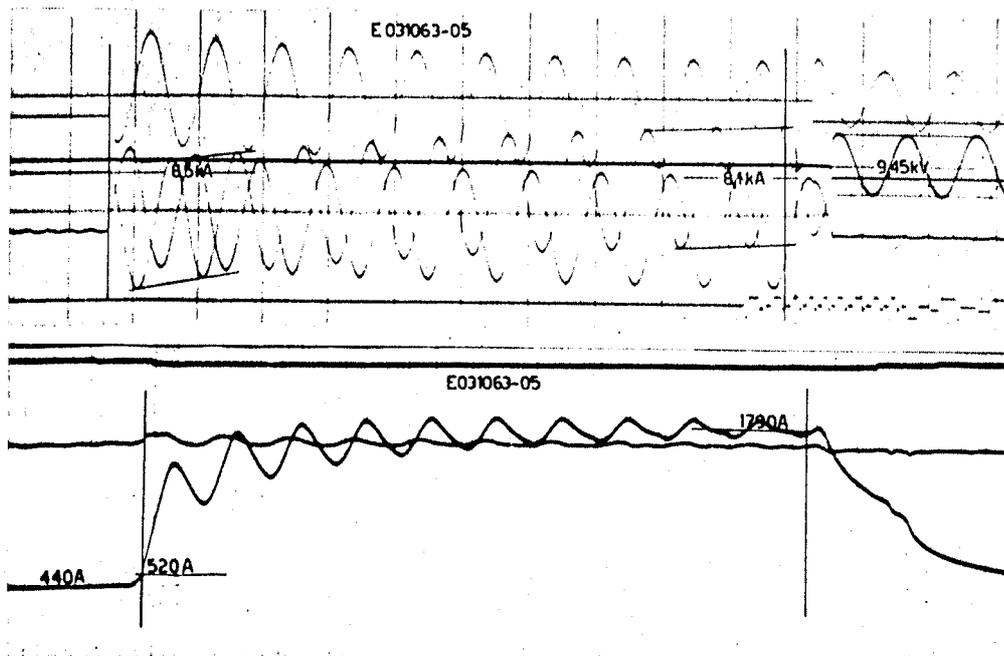
Ensayo trifásico a 10 kV - 14 kA con superexcitación anticipada



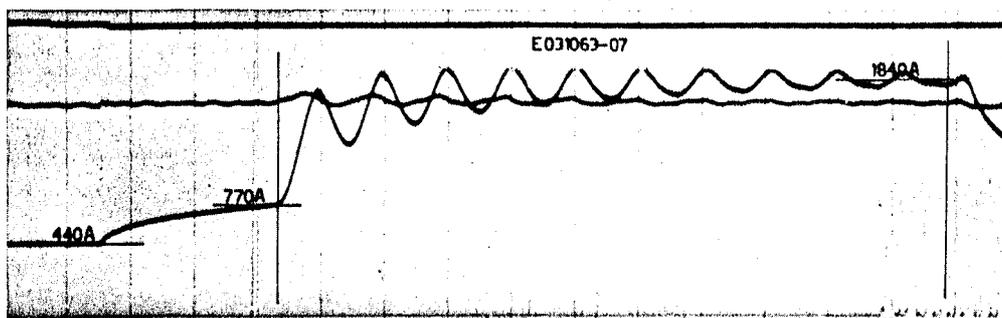
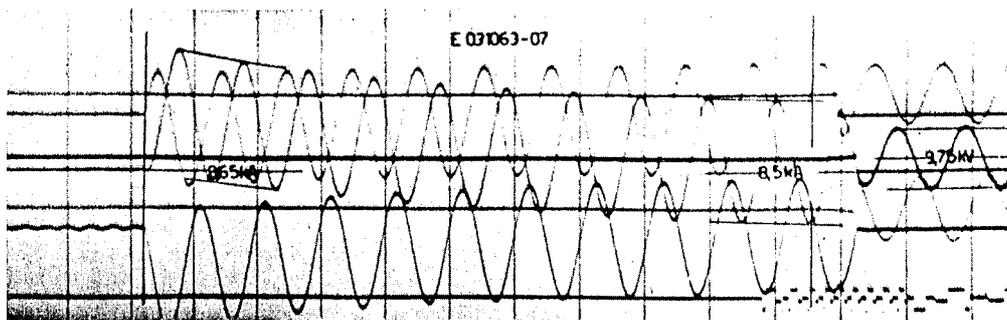
Registro de la tensión en vacío con superexcitación $R = 0,93$
Ensa



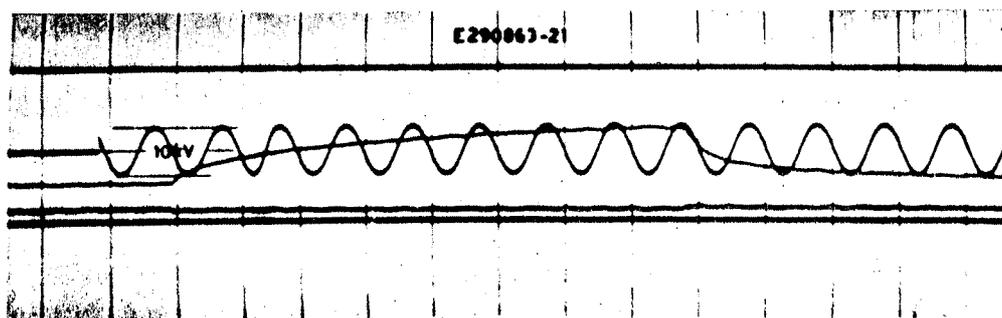
Ensayo trifásico a 10 kV 8,5 kA sin superexcitación



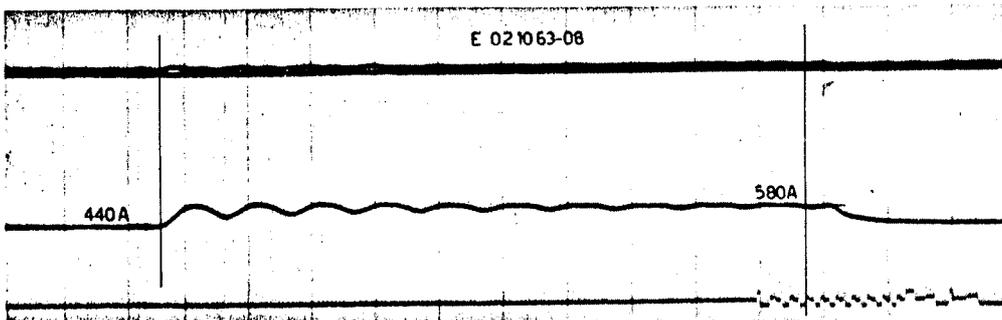
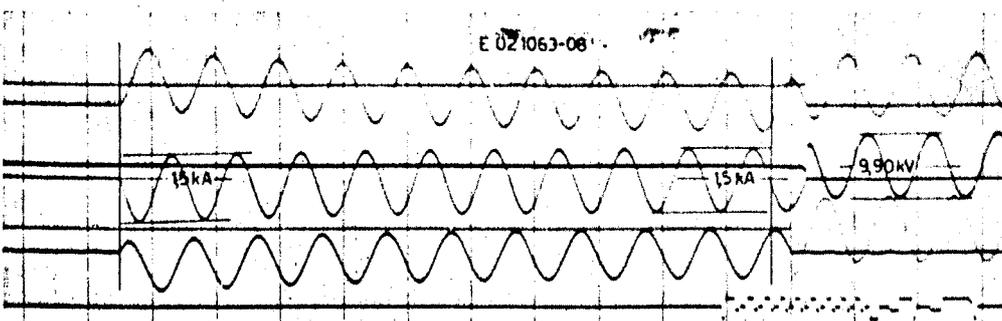
Ensayo trifásico a 10 kV 8,5 kA son superexcitación



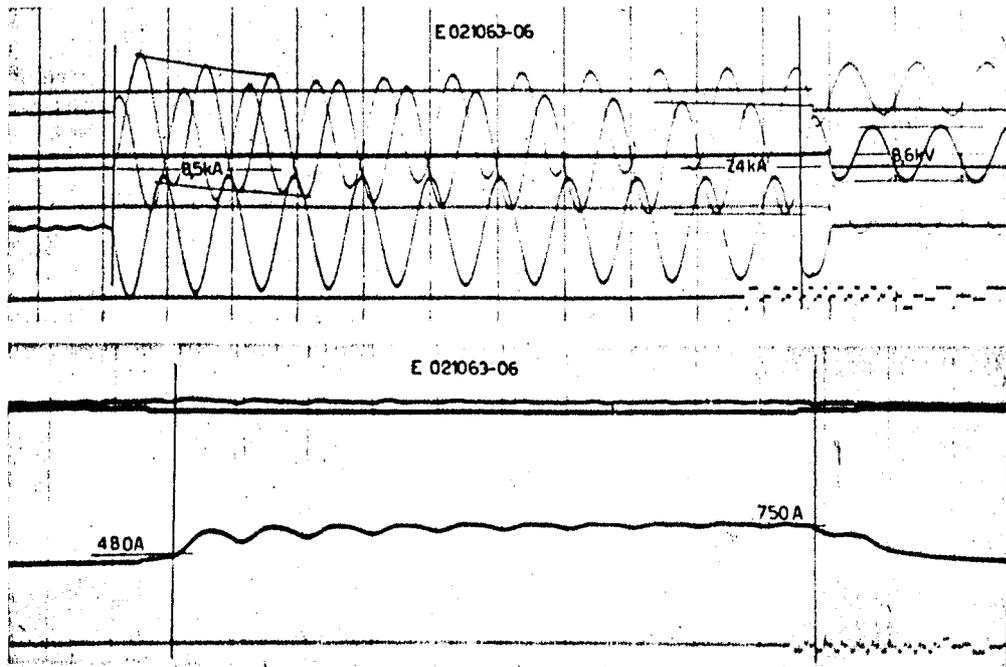
Ensayo trifásico a 10 kV 8,5 kA con superexcitación anticipada



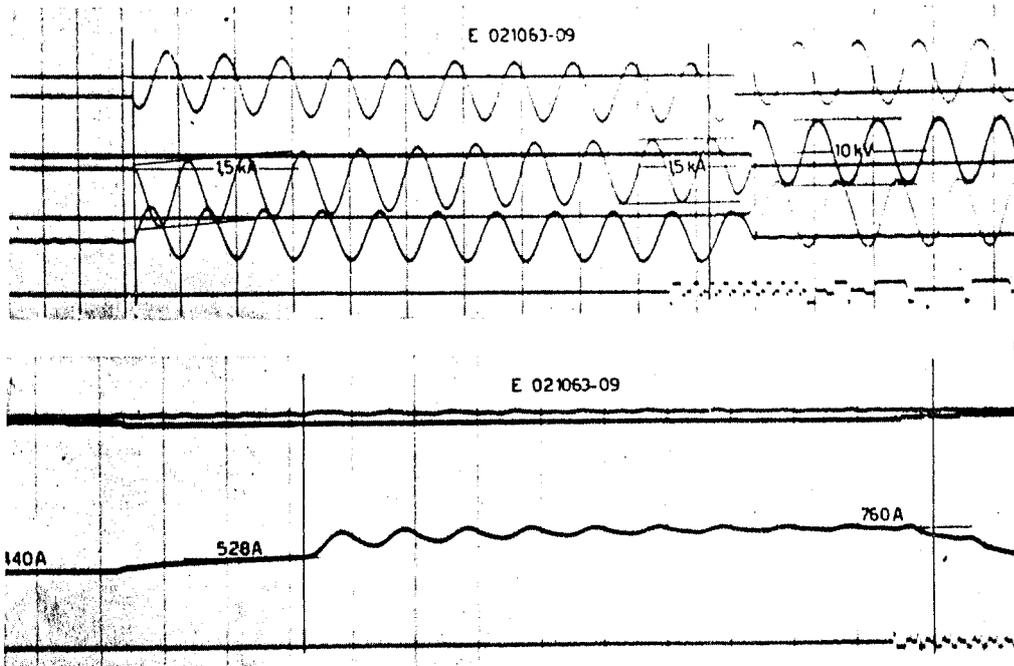
Registro de la tensión en vacío con superexcitación $R = 0,048$



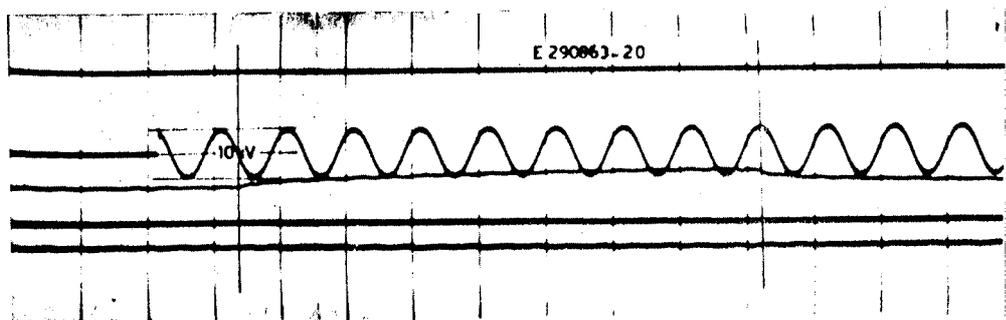
Ensayo a 10 kV 1,5 kA sin superexcitación



Ensayo a 10 kV 1,5 kA con superexcitación



Ensayo trifásico a 10 kV 1,5 kA con superexcitación anticipada



Registro de la tensión en vacío con superexcitación $R = 0,105$

FUNCIONAMIENTO EN CORTOCIRCUITO DE LAS MAQUINAS SINCRONICAS

CCA01.PDF

A - 1	Apendice - Coeficientes de inductancia de las maquinas sincronicas	172 / 177
--------------	---	------------------

APENDICE

1 - COEFICIENTES DE INDUCTANCIA DE LAS MAQUINAS SINCRONICAS.

1.1 Arrollamientos del rotor.

Si se desprecian los efectos de las ranuras de estator, los valores instantáneos de los coeficientes de autoinducción para todos los arrollamientos del rotor no dependen de la posición del rotor mismo. Análoga propiedad es válida para los coeficientes de inducción mutua entre arrollamiento inductor y arrollamiento amortiguador que actúa según el eje directo. En cambio entre el arrollamiento amortiguador simétrico al eje en cuadratura y los otros arrollamientos del rotor no existen concatenamientos del flujo.

Por lo tanto los coeficientes de inductancia de los arrollamientos f , x_d , x_q del rotor se pueden indicar con los simbolos de la tabla I: La constancia en el tiempo de sus valores instantáneos se indica con el símbolo L.

TABLA I

	f	x_d	x_q
f	$\mathcal{L}_{ff} = L_{ff}$	$\mathcal{L}_{fxd} = L_{fxd}$	0
x_d	$\mathcal{L}_{xd f} = \mathcal{L}_{fxd} = L_{xd f} = L_{fxd}$	$\mathcal{L}_{xxd} = L_{xxd}$	0
x_q	0	0	$\mathcal{L}_{xxq} = L_{xxq}$

1.2 Arrollamientos del estator.

Los arrollamientos de las tres fases del estator generalmente se encuentran repartidos a lo largo del desarrollo de la circunferencia de la estructura estatorica, de manera que las fuerzas magnetomotrices de fase resulten distribuidas según ley sinusoidal.

El valor maximo se presenta obviamente a lo largo de la dirección del eje de simetría de cada arrollamiento.

En la fig. 33 se muestra la repartición de la fuerza magneto motriz de la fase "a" en la hipotesis que solo esta se encuentre recorrida por corriente

Su valor instantáneo a lo largo de la dirección del eje de simetría resulta

$$\mathcal{A}_a = N_a i_a$$

Se indica con N_a el factor que tiene en cuenta el numero y la repartición de las espiras, y con i_a la corriente.

La fuerza magneto-motriz representada en fig. 33 puede ser descompuesta a su vez en dos, una dispuesta simetricamente al eje directo "d" y otra simetricamente al eje en cuadratura "q". Ambas tienen una distribución sinusoidal como muestra la fig. 34.

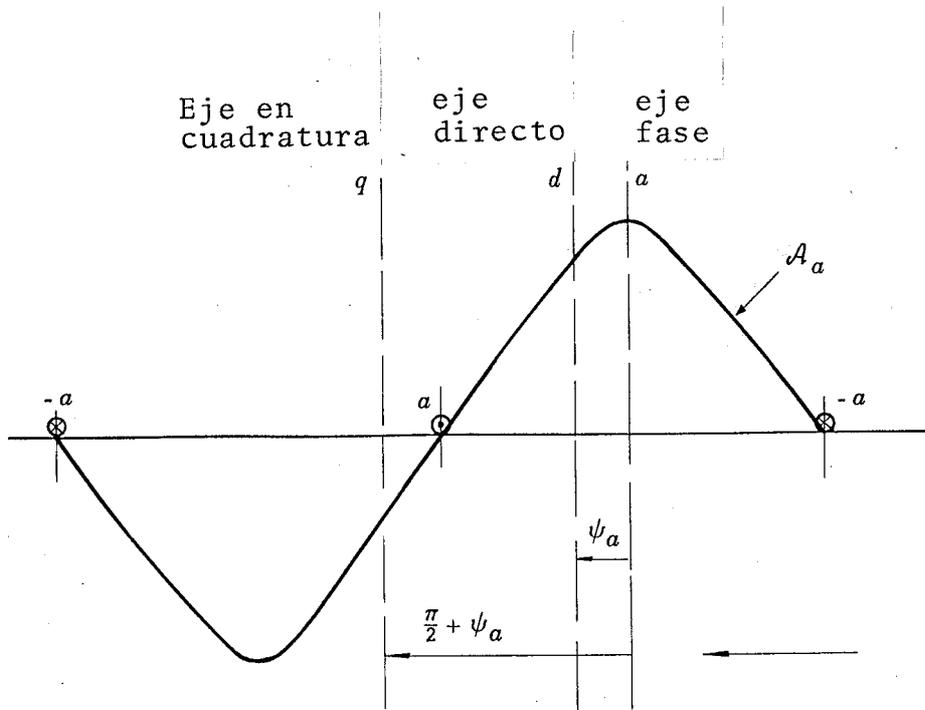


Fig. 33

Cuando la posición del rotor es la mostrada en la fig. 33 los valores instantáneos de las fuerzas magnetomotrizes resultan.

$$[1] \quad \mathcal{A}_{da} = \mathcal{A}_a \cos \psi_a = N_a i_a \cos \psi_a$$

$$[2] \quad \mathcal{A}_{qa} = \mathcal{A}_a \cos(\psi_a + 90^\circ) = -N_a i_a \text{sen} \psi_a$$

Con R_d y R_q se indicaron los coeficientes de proporcionalidad entre el flujo que afecta un polo y el valor maximo de la fuerza magnetomotriz, y esto en los instantes en los cuales el eje de la fase coincide con el eje directo o bien con el eje en cuadratura.

Para una generica posición del rotor (por ejemplo la mostrada en fig. 1) los flujos de entrehierro para polos simetricos a los dos ejes resultarán:

$$[3] \quad \varphi_{tda} = \mathcal{A}_{da} R_d = \mathcal{A}_a R_d \cos \psi_a$$

$$[4] \quad \varphi_{tqa} = \mathcal{A}_{qa} R_q = -\mathcal{A}_a R_q \text{sen} \psi_a$$

El flujo de entrehierro por polo, producido por la fase "a" puede a su vez ser expresado:

$$\begin{aligned}
 \varphi_{taa} &= \varphi_{tda} \cos \psi_a - \varphi_{tqa} \text{sen} \psi_a \\
 [5] \quad &= \mathcal{A}_a (R_d \cos^2 \psi_a + R_q \text{sen}^2 \psi_a) = \\
 &= N_a i_a \left(\frac{R_d + R_q}{2} + \frac{R_d - R_q}{2} \cos 2\psi_a \right)
 \end{aligned}$$

Esta relación sirve para obtener la expresión del coeficiente de inductancia correspondiente al flujo φ_{taa} :

$$[6] \quad \mathcal{L}_{taa} = \frac{N_a \varphi_{taa}}{i_a} = N_a^2 \left(\frac{R_d + R_q}{2} + \frac{R_d - R_q}{2} \cos 2\psi_a \right)$$

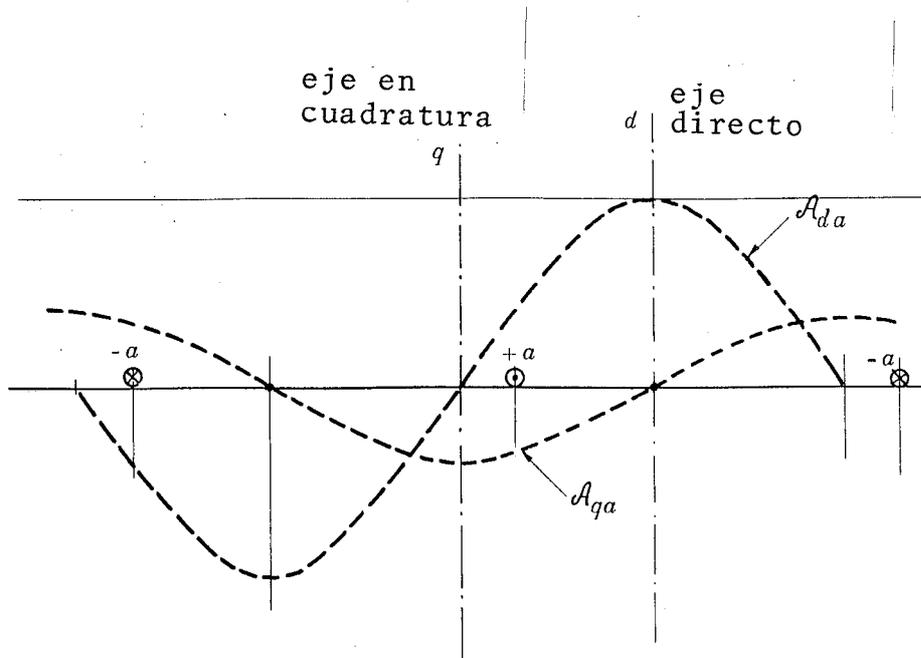


Fig. 34

El flujo total concatenado por la fase "a" está compuesto por el flujo φ_{taa} y el flujo disperso. Este tiene una disposición que no cambia con el valor de la posición del rotor: el coeficiente de inducción correspondiente por lo tanto resulta de valor constante y se lo indica con el símbolo L_1 .

Los valores instantáneos de los coeficientes de autoinducción de la fase "a" se pueden expresar con la relación

$$\mathcal{L}_{aa} = L_l + N_a^2 \frac{R_d + R_q}{2} + N_a^2 \frac{R_d - R_q}{2} \cos 2\psi_a$$

De la cual:

$$[7] \quad \mathcal{L}_{aa} = (L_l + L_{aa}) + L_{aa2} \cos 2\psi_a$$

Los valores instantáneos de los coeficientes de autoinducción de las otras dos fases se pueden obtener directamente de la relación (7) sustituyendo en ella el ángulo $2\psi_a$ respectivamente con los ángulos $(2\psi_a + 2\pi/3)$ y $(2\psi_a - 2\pi/3)$

Parte del flujo de la fase "a" se concatena con la fase "b" y sirve para definir el coeficiente de inducción mutua entre las dos fases. Dicho flujo puede ser inmediatamente determinado partiendo de las relaciones (3) y (4).

En efecto, basta evaluar las componentes de los dos flujos según el eje de la fase "b" y componerlas sucesivamente. Se llega así a la relación (8).

$$[8] \quad \varphi_{tba} = \varphi_{tda} \cos \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right) - \varphi_{tqa} \sin \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right)$$

Reemplazando los flujos φ_{tda} y φ_{tqa} por sus expresiones se obtiene

$$\varphi_{tba} = \mathcal{A}_a \left[R_d \cos \psi_a \cos \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right) + R_q \sin \psi_a \sin \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

Desarrollada esta relación resulta igual a:

$$[9] \quad \varphi_{tba} = N_a i_a \left[-\frac{R_d + R_q}{4} + \frac{R_d - R_q}{2} \cos \left(2\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

De esta se obtienen los valores instantáneos de los coeficientes de inductancia:

$$\mathcal{L}_{tba} = \frac{N_a \varphi_{tba}}{i_a} = N_a^2 \left[-\frac{R_d + R_q}{4} + \frac{R_d - R_q}{2} \cos \left(2\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

El arrollamiento de la fase "b" sin embargo concatena además del flujo φ_{tba} también una parte del flujo disperso de la fase "a". Este flujo normalmente tiene intensidad despreciable respecto a aquella del flujo φ_{tba} ; el coeficiente de inductancia mutua entre los arrollamientos "a" y "b" puede ser asimilado al coeficiente \mathcal{L}_{tba} antes definido.

$$\mathcal{L}_{ba} \cong \mathcal{L}_{tba} \cong N_a^2 \left[-\frac{R_d + R_q}{4} + \frac{R_d - R_q}{2} \cos \left(2\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

y por lo tanto utilizando los simbolos definidos en la relación (7) se tiene:

$$[10] \quad \mathcal{L}_{ba} = -\frac{L_{aa}}{2} + L_{aa2} \cos \left(2\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right)$$

TABLA II

	a	b	c
a	$\mathcal{L}_{aa} = (L_l + L_{aa}) + L_{aa2} \cos 2\psi_a$	$\mathcal{L}_{ab} = -\frac{L_{aa}}{2} + L_{aa2} \cos \left(2\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right)$	$\mathcal{L}_{ac} = -\frac{L_{aa}}{2} + L_{aa2} \cos \left(2\psi_a + \frac{2\pi}{3} \right)$
b	$\mathcal{L}_{ba} = \mathcal{L}_{ab}$	$\mathcal{L}_{bb} = (L_l + L_{aa}) + L_{aa2} \cos \left(2\psi_a + \frac{2\pi}{3} \right)$	$\mathcal{L}_{bc} = -\frac{L_{aa}}{2} + L_{aa2} \cos 2\psi_a$
c	$\mathcal{L}_{ca} = \mathcal{L}_{ac}$	$\mathcal{L}_{cb} = \mathcal{L}_{bc}$	$\mathcal{L}_{cc} + (L_l + L_{aa}) + L_{aa2} \cos \left(2\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right)$

Los coeficientes de inductancia mutua entre la fase "b" y la "c", como también entre la fase "c" y la "a" se pueden determinar siguiendo el procedimiento adoptado para hallar la relación (10) y se llega así a las relaciones:

$$[11] \quad \mathcal{L}_{bc} = -\frac{L_{aa}}{2} + L_{aa2} \cos 2\psi_a$$

$$[12] \quad \mathcal{L}_{ca} = -\frac{L_{aa}}{2} + L_{aa2} \cos \left(2\psi_a + \frac{2\pi}{3} \right)$$

Los coeficientes de inductancia de los arrollamientos de las fases de rotor tratados en este paragrafo se resumen en la tabla II

1.3 Inductancias mutuas entre los arrollamientos del estator y los del rotor.

Es sabido que los valores de los coeficientes de mutua inducción entre cualquier arrollamiento del estator y uno del rotor varían con las posiciones ciclicas del rotor. Nos referiremos a la fase "a" y a los arrollamientos del rotor dispuestos simetricamente al eje directo (f, xd).

Los símbolos L_{af} y L_{axd} indican los valores que asumen los coeficientes de inducción mutua cuando la dirección del eje de la fase "a" coincide con la del eje directo "d". Los valores instantáneos de los coeficientes arriba indicados se expresan con las relaciones

$$[13] \quad \mathcal{L}_{af} = L_{af} \cos \psi_a$$

$$[14] \quad \mathcal{L}_{axd} = L_{axd} \cos \psi_a$$

Analogas relaciones pueden ser obtenidas para las restantes fases reemplazando en las relaciones (13) y (14) el angulo ψ_a con los ángulos $(\psi_a - 2\pi/3)$ y $(\psi_a + 2\pi/3)$.

Los valores instantáneos del coeficiente de mutua inducción entre un arrollamiento del estator y el del rotor dispuesto simétricamente al eje en cuadratura, se expresan con una relación análoga a la (14) siempre que se parta del valor del coeficiente en el instante en que la dirección del eje de la fase "a" coincide con la dirección del eje en cuadratura. En la tabla III se indican las expresiones de los coeficientes de mutua inducción entre los arrollamientos del estator y los del rotor.

TABLA III

	a	b	c
f	$\mathcal{L}_{fa} = \mathcal{L}_{af} = L_{af} \cos \psi_a$	$\mathcal{L}_{fb} = \mathcal{L}_{bf} = L_{bf} \cos \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right)$	$\mathcal{L}_{fc} = \mathcal{L}_{cf} = L_{cf} \cos \left(\psi_a + \frac{2\pi}{3} \right)$
xd	$\mathcal{L}_{xda} = \mathcal{L}_{axd} = L_{axd} \cos \psi_a$	$\mathcal{L}_{xdb} = \mathcal{L}_{bxd} = L_{bxd} \cos \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right)$	$\mathcal{L}_{xdc} = \mathcal{L}_{cxd} = L_{cxd} \cos \left(\psi_a + \frac{2\pi}{3} \right)$
xq	$\mathcal{L}_{xqa} = \mathcal{L}_{axq} = -L_{axq} \sin \psi_a$	$\mathcal{L}_{xqb} = \mathcal{L}_{bxq} = -L_{bxq} \sin \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right)$	$\mathcal{L}_{xqc} = \mathcal{L}_{cxq} = -L_{cxq} \sin \left(\psi_a + \frac{2\pi}{3} \right)$

FUNCIONAMIENTO EN CORTOCIRCUITO DE LAS MAQUINAS SINCRONICAS

CCA02.PDF

A - 2	Modelos de las maquinas sincronicas	178 / 190
--------------	--	------------------

**Funzionamento in cortocircuito delle macchine sincrone
Bassano Luigi Colombo
Version PDF - dicembre 2001**

2 MODELOS DE LAS MAQUINAS SINCRONICAS.

2.1 Generalidades.

El estudio de los regímenes permanentes y transitorios de las máquinas sincrónicas, como de los sistemas de una red eléctrica puede ser realizado experimentalmente mediante modelos que cumplen las leyes de semejanza.

La semejanza se realiza.

- A) entre el circuito equivalente que interpreta un funcionamiento de la red real y el circuito modelo.
- B) entre las máquinas rotantes y estáticas de la red real y los correspondientes elementos de la red modelo.

Los modelos del tipo A) se realizan con elementos activos y pasivos y con interruptores sincrónicos para simular: las magnitudes impresas, los parámetros de los circuitos equivalentes, las fallas o las maniobras de apertura y de cierre de los aparatos de protección.-

- A₁) Los elementos activos son generadores de tensión y de corriente.

Los generadores de tensión imprimen al circuito exterior al cual están conectados fuerzas electromotrices independientes de la corriente circulante: están constituidos por lo tanto con una fuerza electromotriz variable en el tiempo con una ley cualquiera. Estos tienen impedancias internas serie de valor despreciable (dentro del campo de frecuencias utilizadas) respecto al valor más pequeño de las impedancias externas.

Los generadores de corriente imprimen al circuito exterior al cual están conectados corrientes independientes de la tensión que se presenta en bornes. Están constituidos por una fuerza electromotriz variable en el tiempo con una ley cualquiera. La impedancia interna en derivación es de valor preponderante (dentro del campo de frecuencias utilizadas) respecto al valor más elevado de las impedancias externas.

- A₂) Los elementos pasivos son bipolares y realizan los parámetros: resistencia, inductancia, capacidad, mutua inductancia. Están constituidos por resistores, inductores, capacitores, transformadores o inductores mutuos, autotransformadores. Todos estos elementos tienen parámetros normales, es decir independientes de los valores y de las leyes de variación de las tensiones y de las corrientes; incluyen sin embargo parámetros parásitos y su empleo requiere oportunas compensaciones entre los valores de los parámetros homogéneos de distintos elementos. Los elementos pasivos pueden encontrarse conectados en unidades de más de dos terminales (Pi, Gamma, T)

- A₃) Los interruptores sincrónicos son órganos de dos terminales. Los dispositivos introducen siempre en apertura tensiones de arco y corrientes post-arco de amplitud despreciable; mientras que en cierre tienen tensiones de prearco de duración despreciable.

Las capacitancias entre los contactos y hacia masa de los elementos deben ser de valor mínimo respecto al valor de la capacitancia exterior. Frecuentemente se realizan interruptores sincrónicos con pares de reles de mercurio, de los cuales uno en reposo tiene los contactos cerrados y el otro en posición normal los contactos abiertos. El movimiento de los contactos de los dos reles puede ser independientemente desplazado uno respecto del otro de manera de realizar superposiciones en apertura o bien en cierre por determinados lapsos. Los dos reles conectados en serie o en paralelo dan lugar a los ciclos de operación

apertura - cierre - apertura

cierre - apertura - cierre

Los ciclos simulan perturbaciones y se hacen recurrentes por medio de un sincronizador electrónico. Se puede de esta manera con un oscilógrafo catódico, observar los fenómenos transitorios y las trazas de las magnitudes se hacen estacionarias sobre la pantalla.

El modelo se construye, con el circuito de unidades pasivas y elementos activos interconectados según un esquema eléctrico apto para el estudio.

Los fenómenos transitorios de redes con parámetros no lineales esquematizables aún con una sucesión de circuitos equivalentes constituidos con parámetros lineales se examinan paso a paso con adecuadas redes modelo. Las modificaciones del modelo cuando no implican variaciones de los valores de los parámetros, se realizan generalmente por medio de los interruptores sincrónicos antes descritos.

A fin de obtener los valores de los elementos para un proyecto, o realizar la verificación del funcionamiento de una red existente se efectúan mediciones y registros oscilográficos de las magnitudes eléctricas en los nodos del modelo o bien determinación de los parámetros de los bipolos y de los cuadripolos.

La semejanza antes mencionada se obtiene en las siguientes condiciones eléctricas.

A₄) Proporcionalidad entre magnitudes (tensiones, corrientes, potencias)

A₅) Proporcionalidad entre las impedancias de los circuitos homologos.

A₆) Igualdad o proporcionalidad de las constantes de tiempo de los circuitos electricos homologos.

En este punto deben realizarse las dos consideraciones siguientes:

1º El factor de proporcionalidad entre las impedancias de los circuitos modelos y las de los circuitos reales se encuentra en función de la relación entre las magnitudes tensiones y corrientes E_i , I_i impresas en el circuito equivalente real y las correspondientes magnitudes del circuito equivalente modelo E_i' , I_i' .

Indicando con K_e la relación E_i/E_i' , y con K_i la relación I_i/I_i' , las resistencias, las inductancias, las mutuas inductancias reales deben ser multiplicadas por la relación K_i/K_e ; las conductancias y las capacidades por la relación K_e/K_i .

- 2º) La igualdad de las constantes de tiempo de los circuitos eléctricos homologos implica la igualdad de las frecuencias de funcionamiento o de las unidades de tiempo a las cuales se refieren las magnitudes del sistema real y las del modelo. La proporcionalidad implica el uso de tensiones, a frecuencias o unidades de tiempo, distintas. Cuando al modelo se aplican magnitudes con una frecuencia f' distinta de aquella del sistema real f los valores de las inductancias, de las mutuas inductancias, y de las capacitancias reales deben ser multiplicadas por el factor f/f' .

Si las magnitudes impresas a un sistema real con parametros normales, no son periódicas sinusoidales, sino varían periódicamente según una forma cualquiera, y el transcurso en el tiempo de las magnitudes impresas al modelo se hace variar según un factor constante a , los valores de las inductancias, de las mutuas inductancias y de las capacidades reales, deben ser multiplicadas por el mismo factor.

Los modelos del tipo B) se realizan con los elementos de las microredes, es decir con micromáquinas, que no son de todos modos modelos en miniatura. En efecto, por razones tecnologicas, la semejanza geometrica no puede ser respetada en todos los elementos, por ejemplo en los espesores de las chapas magneticas y en las dimensiones de los entrehierros.

De todos modos es generalmente imposible lograr que todos los adimensionales de un sistema real iguales a los correspondientes productos adimensionales del sistema modelo, porque no se tienen disponibles materiales con parametros característicos, (conductancia, permitividad, permeabilidad) de valor oportuno.

La realización practica de los modelos aprovecha necesariamente solo las condiciones de semejanza ligadas a los productos adimensionales, que tienen un efecto preponderante sobre el fenomeno en examen.

Las micromáquinas son modelos aproximados, cosntruídos oportunamente para recabar algunas informaciones.

Una buena utilización general de los elementos de una microred se obtiene en condiciones de semejanza.

B₁) Electricas para las electroconducciones (líneas).

B₂) Electricas y magneticas para las máquinas estáticas.

B₃) Electricas, magneticas y mecanicas para las máquinas rotantes.

Las condiciones B₁ han sido indicadas para los modelos electricos tipo A.

Las condiciones B_2 implican identidad de las características homólogas de los circuitos magnéticos, cuando las magnitudes se expresan en valor relativo respecto del flujo correspondiente a la tensión nominal en vacío y de la fuerza magnetomotriz correspondiente a esta tensión.

Las condiciones B_3 implican:

- igualdad o proporcionalidad de las constantes de inercia de los grupos rotativos homólogos.
- identidad de las características cupla velocidad de los grupos rotativos homólogos.

La primera implica igualdad de las frecuencias por las magnitudes eléctricas del sistema real con las de la microred. La proporcionalidad en cambio requiere distintas unidades de tiempo: por ejemplo, si la frecuencia de la microred es n veces la frecuencia real la constante de inercia del modelo debe ser $1/n$ veces la correspondiente constante de inercia real.

2.2 Modelos eléctricos de la máquinas sincrónicas.

2.2.1 Funcionamiento en carga.

Los funcionamientos en carga de las máquinas sincrónicas pueden ser estudiados con un generador de tensión y un bipolo normal. Los valores que se deben asignar a la tensión del generador y al parámetro inductivo del bipolo dependen de los parámetros: reactancia sincrónica directa no saturada X_d , reactancia sincrónica en cuadratura no saturada X_q , reactancia de Potier X_p , y también de las características de excitación en vacío y a plena carga I_n con $\cos \varphi = 0$

En efecto conociendo la intensidad de la carga I_1 el valor del factor de potencia de la carga $\cos \varphi$, la tensión en los terminales de la máquina U , se pueden construir las características de excitación en carga I_1 con $\cos \varphi = 0$ y con el $\cos \varphi$ asignado. De estas características resultan:

- la corriente de excitación A_{ic} necesaria para obtener en el funcionamiento en carga I_1 con el $\cos \varphi$ asignado la tensión en los terminales U .
- la tensión E_e perteneciente a la característica de funcionamiento en vacío en correspondencia con la corriente de excitación A_{ic} :
- la tensión U_0 perteneciente a la característica de funcionamiento en carga I_1 con $\cos \varphi = 0$ en correspondencia de la corriente de excitación A_{ic}

El modelo eléctrico de la particular condición de funcionamiento en examen se puede realizar atribuyendo a la tensión del generador un valor relativo igual a E_c y al parámetro inductivo del bipolo pasivo una reactancia de valor igual al de la reactancia funcional:

$$\dot{X} = \frac{\dot{E}_c - \dot{U}_0}{\dot{I}_l}$$

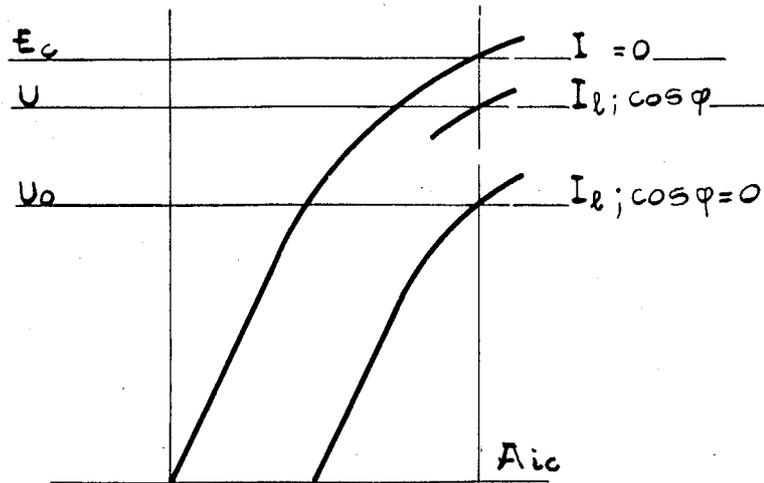


Fig. 35

El método es aplicable a los estudios cuando la tensión del modelo debe ser proporcional al valor que sería alcanzado por la tensión en los terminales cuando se hiciera pasar la máquina del funcionamiento en carga al funcionamiento en vacío sin modificar la excitación. Con el modelo así realizado el ángulo comprendido entre las tensiones en terminales del bipolo pasivo, difiere del ángulo de cupla.

Cuando en cambio sea necesario conservar en el modelo el defasaje real de la tensión entre terminales de la máquina respecto de la tensión interna sincrónica, se puede aplicar el método ilustrado a continuación en las figuras 36 y 37. Las magnitudes de las curvas

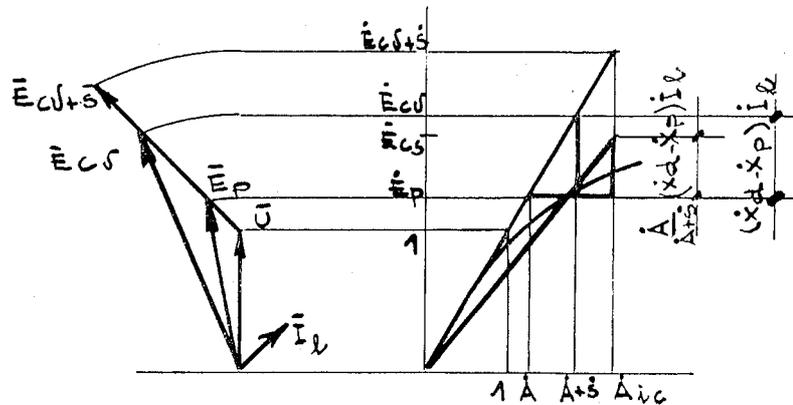


Fig. 36

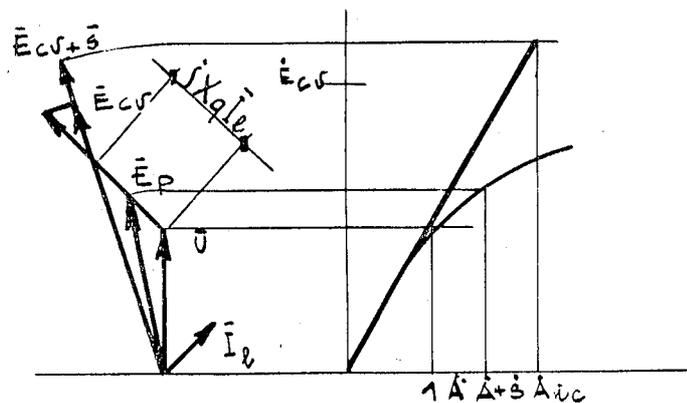


Fig. 37

de excitación se han expresado en valores relativos: el valor unitario de la tensión es el nominal y el valor unitario de la corriente de excitación es el que mantiene la tensión nominal sobre la extrapolación del tramo recto de la característica de vacío.

Los diagramas se basan sobre la igualdad entre los valores relativos de los módulos de los vectores que representan las tensiones internas y las correspondientes fuerzas magneto motrices como sobre la posibilidad de transformar una representación vectorial de las tensiones internas en la correspondiente de las fuerzas magneto motrices. Esto se obtiene haciendo rotar los vectores de $\pi/2$ grados eléctricos.

El diagrama de la figura 36 se refiere a máquinas sincronicas isótropas. Está constituido por el vector tensión en los terminales U al cual se han sumado las caídas de tensión en la reactancia de Potier y aquella sincrónica directa no saturada, obteniendo respectivamente los vectores E_p y $E_{c\delta}$. Se determinan los valores relativos de la corriente de excitación sobre las características de excitación en vacío rectilínea y real que corresponden a la tensión E_p y son respectivamente A, A + s. Asumen el valor relativo $E_{c\delta}$ aumentado en s, resulta igual a aquel de la corriente de excitación A_{ic} necesaria para el funcionamiento en carga que se examina. La característica rectilínea que pasa por el punto (E_p , A + s) individualiza la tensión E_{cs} para la corriente de excitación A_{ic} . El ángulo de cupla real se conserva en el modelo atribuyendo a la tensión del generador un valor relativo igual a E_{cs} , a la reactancia del bipolo pasivo el valor de la reactancia funcional:

$$\dot{X} = \dot{X}_p + (\dot{X}_d - \dot{X}_p) \cdot \frac{A}{A + s}$$

El diagrama de la fig. 37 se refiere a las máquinas sincronicas anisotropas. Está constituido por el vector tensión en los terminales U, al cual se han sumado vectorialmente las caídas de tensión en la reactancia de Potier y en la reactancia sincrónica no saturada en cuadratura, obteniendo respectivamente los vectores E_p y $(U_d + j X_q I_{1d})$.

Sobre las características de excitación en vacío rectilínea y real, en correspondencia de la tensión E_p , se determinan los valores relativos de la corriente de excitación: respectivamente son A, A+s. Sumando a $U_d + j X_q I_{1d}$ el vector $j (X_d - X_q) I_{1d}$ se obtiene $E_{c\delta}$. El valor relativo $E_{c\delta}$, aumentado de s resulta igual al de la corriente de excitación A_{ic} necesaria para la condición de funcionamiento en carga en examen. El ángulo de cupla real se conserva en el modelo atribuyendo a la tensión del generador un valor relativo igual a aquel del módulo del vector $U_d + j X_q I_{1d}$, a la reactancia del bipolo pasivo el valor de la reactancia sincrónica no saturada en cuadratura X_q .

2.2.2. Funcionamientos en Cortocircuito.

El funcionamiento dinámico de las máquinas sincronicas siguiente al establecimiento de una falla en la red a la cual están conectadas las máquinas se ha presentado en el capítulo 1.6. Los valores de las corrientes alternas a la frecuencia fundamental, de las corrientes unidireccionales y armonicas de segundo orden, pueden ser determinados paso a paso a través de circuitos modelo, realizados según los criterios que se examinan.

I. Corrientes alternas a la frecuencia fundamental.

a) Los valores sostenidos de las corrientes alternas de cortocircuito se evalúan por medio de un circuito modelo en el cual cada máquina sincrónica se ha representado, o sea:

- por un inductor de reactancia proporcional al valor de la reactancia sincrónica no saturada, y por un generador de tensión conectado de forma que entre el terminal libre del inductor y el punto de neutro sea aplicada una tensión proporcional a la sincrónica del diagrama de Potier o de Blondel. Esta se realiza en el circuito de impedancias a la secuencia positiva.
- por un inductor de reactancia proporcional al valor de la reactancia de secuencia inversa, o de secuencia cero en los circuitos de impedancias a la secuencia negativa y cero.

Los modelos, sin fuerzas electromotrices, aplicadas y sin parámetros resistivos, se emplean también para determinar las reactancias externas (vistas desde los terminales de las máquinas respecto del punto de falla) que sirven para calcular las constantes de tiempo transitorias y subtransitorias. Las constantes de tiempo de las corrientes unidireccionales de las fases de inducido en cambio, se determinan calculando los valores de las impedancias externas, siempre vistas en bornes de las máquinas respecto del punto de falla. A tal fin se deben incluir también los parámetros resistivos en los bipolos de los circuitos a las secuencias positivas, negativas y cero.

b) Los valores transitorios de las corrientes alternas de cortocircuito se evalúan: reemplazando ante todo en los circuitos de impedancias a la secuencia positiva las reactancias sincrónicas directas no saturadas, con aquellas transitorias directas, aplicando además las tensiones internas directas entre los terminales libres de los bipolos que realizan las reactancias y el punto de neutro. Sus valores eficaces son:

$$E'_d(t) = (E'_d - E'_{d\infty}) e^{-t/T'_d} + E'_{d\infty}$$

y se calculan para cada máquina en función de la corriente de carga preexistente a la falla I_{1d} y de la corriente de cortocircuito sostenida I_d .

$$E'_d = E_{c\delta} - (X_d - X'_d) I_{1d}$$

$$E'_{d\infty} = E_{c\delta} - (X_d - X'_d) I_d$$

c) Los valores de las componentes subtransitorias directas de las corrientes alternas de cortocircuito incrementan los transitorios y se evalúan: introduciendo las reactancias subtransitorias directas de las máquinas en los circuitos de las impedancias a la secuencia positiva y aplicando las tensiones

$$\Delta E''_d(t) = (E''_d - E''_{d\infty}) e^{-t/T''_d}$$

entre los terminales libres de los bipolos que realizan las reactancias y el punto de neutro. Los valores eficaces de las tensiones se calculan para cada máquina en función de la corriente de carga preexistente a la falla I_{ld} y de la corriente de cortocircuito transitoria directa inicial $I'_{ld}(0)$.

$$E''_d = E_{c\delta} - (X_d - X''_d) I_{ld}$$

$$E''_{d\infty} = E'_d - (X'_d - X''_d) I'_{ld}(0)$$

- d) Los valores subtransitorios en cuadratura de las corrientes alternas de cortocircuito se evalúan introduciendo en los circuitos de las impedancias a la secuencia positiva las reactancias subtransitorias en cuadratura de las máquinas, y aplicando las tensiones internas subtransitorias en cuadratura entre los terminales libres de los bipolos que realizan las reactancias y el punto de neutro. Sus valores son

$$E''_q = -(X_q - X''_q) I_{lq} e^{-t/T''_q}$$

II Corrientes unidireccionales y armonicas de segundo orden.

Los valores instantáneos de las corrientes unidireccionales que entregan las máquinas sincrónicas deben evaluarse en base a las corrientes alternas iniciales: esto se hace sustrayendo vectorialmente de cada una de ellas la corriente de carga. Las determinaciones deben ser realizadas separadamente para las componentes directas y para aquellas en cuadratura de las corrientes alternas iniciales y de las corrientes de carga. Los modulos de los vectores correspondientes a cada máquina decrecen en el tiempo según la constante de tiempo particular T_a . El mismo procedimiento es aplicable a los valores instantáneos de las corrientes unidireccionales, que circulan por cualquier elemento de la red distinto de las máquinas sincrónicas. El procedimiento, de todos modos, no permite evaluar las amplitudes de las eventuales corrientes alternas armonicas de segundo orden como resulta del paragrafo 1.6.8.-

2.2.3 - Circuitos equivalentes a las reactancias funcionales.

Las expresiones de las reactancias funcionales directas y en cuadratura fueron expuestas en el capítulo 3.-

Las relaciones analíticas a las cuales se ha llegado pueden ser traducidas en circuitos equivalentes. El examen de los circuitos facilita la formulación de las definiciones y de los metodos de medida. Las definiciones de las reactancias presentadas en el capítulo 1 serán nuevamente indicadas para comodidad en la consulta.

Reactancia sincrónica directa no saturada así formulada

$$X_d = X_{ld} + X_{ad}$$

es aquella que una máquina sincrónica presenta respecto a una terna de tensiones a la secuencia positiva a frecuencia nominal, en régimen permanente en el caso en el cual el flujo tengan una distribución simétrica respecto del eje directo. Ella corresponde al flujo producido por la corriente de inducido que actúa sola: es decir en el caso en el cual el flujo tenga una distribución simétrica respecto al eje directo a máquina desexcitada.

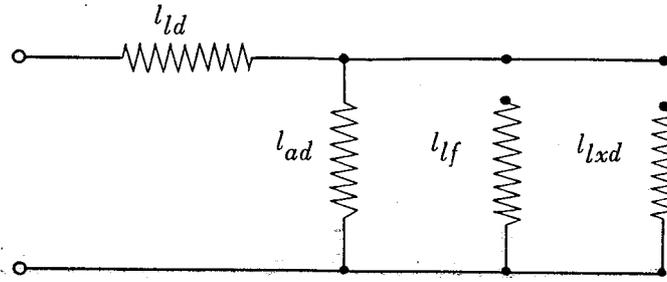


Fig. 38 - Reactancia sincronica directa

Reactancia transitoria directa así formulada:

$$X'_d = X_{ld} + \frac{X_{ad} X_{lf}}{X_{lf} + X_{ad}}$$

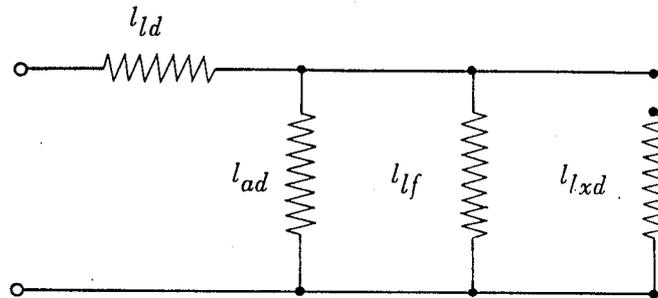


Fig. 39 - Reactancia transitoria directa

La reactancia funcional según el eje directo del regimen transitorio es la reactancia transitoria directa. Es aquella presentada por una máquina sincrónica en el momento de aplicación de una terna de tensiones a la secuencia positiva a frecuencia nominal, prescindiendo de las componentes subtransitorias, cuando la distribución del flujo debido a dicha terna de tensiones es simétrica respecto del eje directo. Ella corresponde al flujo de dispersión global de los arrollamientos inducido ϕ inductor.

Su valor depende de la saturación; pero se lo determina generalmente a la tensión nominal.

Reactancia subtransitoria directa no saturada así formulada.

$$X''_d = X_{ld} + \frac{1}{\frac{1}{X_{lf}} + \frac{1}{X_{lxd}} + \frac{1}{X_{ad}}}$$

La reactancia funcional según el eje directo correspondiente al régimen subtransitorio es la subtransitoria directa. Es aquella presentada por una máquina sincronica en el momento de la aplicación de una terna de tensiones de secuencia positiva a la frecuencia fundamental, cuando la distribución del flujo debido a dicha terna de tensiones es simétrica respecto del eje directo. Ella corresponde globalmente al flujo de dispersión del arrollamiento de inducido y a aquel del conjunto de todos los circuitos de rotor simétricos al eje directo, referidos de todos modos al inducido. Su valor depende de la saturación pero se lo determina generalmente a la tensión nominal.

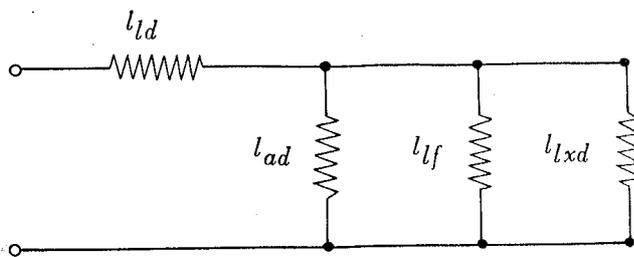


Fig. 40 - Reactancia subtransitoria directa

Reactancia subtransitoria en cuadratura no saturada así formulada.

$$X''_q = X_{lq} + \frac{X_{aq} X_{lxq}}{X_{aq} + X_{lxq}}$$

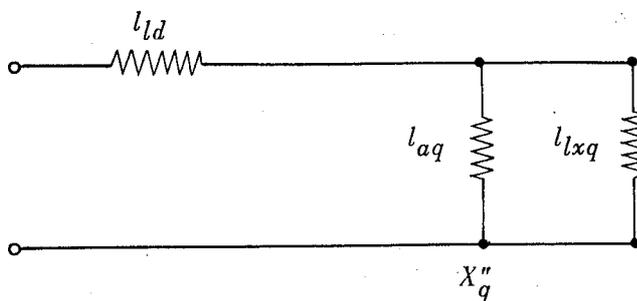


Fig. 41 - Reactancia subtransitoria en cuadratura

La reactancia funcional según el eje en cuadratura del régimen subtransitorio, es la subtransitoria en cuadratura. Es aquella que una máquina sincronica presenta en el momento de la aplicación de una terna de tensiones de secuencia positiva a frecuencia nominal, cuando la distribución del flujo debido a dicha terna de tensiones es simétrica respecto del eje en cuadratura. Dicha reactancia corresponde globalmente a la dispersión del arrollamiento de inducido y a aquella de todos los circuitos de rotor simétricos al eje en cuadratura, siempre referida al inducido. Su valor depende de la saturación; pero se la determina generalmente a la tensión nominal.

Reactancia sincronica en cuadratura así formulada.

$$X_q = X_{lq} + X_{aq}$$

Es aquella que una máquina presenta respecto a una terna de tensiones de secuencia positiva, a frecuencia nominal, en régimen permanente en el caso en que la distribución del flujo debido a dicha terna de tensiones sea simétrico respecto al eje en cuadratura. Esta corresponde al flujo producido por la corriente de inducido, que actúa solo, es decir a máquina desexcitada, en las condiciones arriba especificadas. Su valor depende del grado de saturación, pero en la práctica interesa solo el valor en ausencia de saturación.

2.2.4 - Circuitos equivalentes a las constantes de tiempo.

Las expresiones de las constantes de tiempo directas y en cuadratura se han presentado en el capítulo 3. Las relaciones analíticas a las cuales se ha llegado se pueden fácilmente traducir en circuitos equivalentes, cuyo examen facilita la formulación de las definiciones y de los métodos de medida.

Por comodidad de consulta se repiten a continuación las definiciones de las constantes de tiempo presentadas en el capítulo I.

Constantes de tiempo en vacío.

La variación de la tensión de fase de inducido de una máquina síncrona, cuyo circuito inductor haya sido desconectado de la excitatriz y puesto en cortocircuito, mientras la máquina funciona a la velocidad nominal, en vacío, puede descomponerse en dos funciones exponenciales.

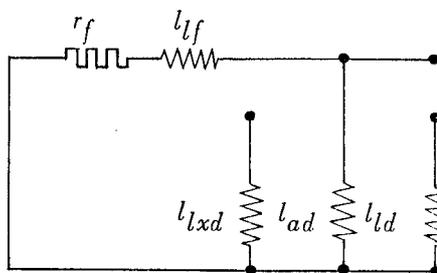


Fig. 42 - Constante de tiempo transitoria directa en vacío

La componente de mayor duración es generalmente denominada transitoria: la constante de tiempo correspondiente a ella transitoria en vacío según el eje directo se expresa así

$$T'_{do} = \frac{l_{ff}}{r_f} = \frac{l_{lf} + l_{ad}}{r_f}$$

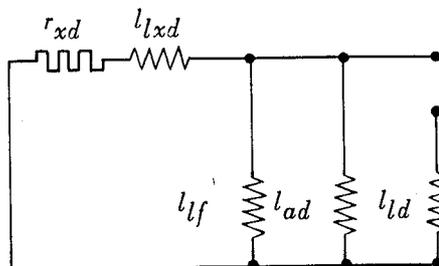


Fig. 43 - Constante de tiempo subtransitoria directa en vacío

La componente de decremento mas rapida se extingue con las corrientes inducidas en las espiras amortiguadoras y en los circuitos auxiliares rotoricos. La componente se denomina subtransitoria y la constante de tiempo correspondiente a ella subtransitoria según el eje directo.

$$T''_{d0} = \frac{1}{r_{xd}} \left(l_{xxd} - \frac{l_{ad}^2}{l_{ff}} \right) = \frac{1}{r_{xd}} \left(l_{lxd} + \frac{1}{\frac{1}{l_{lf}} + \frac{1}{l_{ad}}} \right)$$

Constante de tiempo para los funcionamientos en cortocircuito.

Durante los funcionamientos en cortocircuito de las máquinas sincronicas, en el tiempo, decrecen la amplitud de la corriente alterna directa de inducido y de las corrientes unidireccionales del arrollamiento inductor como de los circuitos auxiliares rotoricos simetricamente dispuestos al eje directo.

Las variaciones de las corrientes se pueden expresar con una función de amplitud constante a la cual se superponen dos funciones exponenciales.

La constante de tiempo de duración mayor es denominada transitoria directa. Su expresión analítica se indica en el punto 4.7.-

$$T'_d = \frac{X'_d}{X_d} \cdot T'_{d0} = \frac{l_{ff}}{r_f} \left[1 - \frac{l_{ad}^2}{l_{ff} \cdot l_d} \right] = \frac{1}{r_f} \left(l_{lf} + \frac{1}{\frac{1}{l_{ld}} + \frac{1}{l_{ad}}} \right)$$

y es aplicable al circuito de la fig. 44 que por lo tanto puede ser tomado como circuito equivalente.

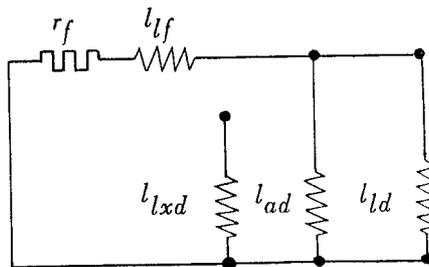


Fig. 44 - Constante de tiempo transitoria directa en cortocircuito

La constante de tiempo de menor duración es denominada subtransitoria directa. Su expresión analítica se indica en el punto 4.6.-

$$T''_d = \frac{X''_d}{X'_d} T''_{d0} = \frac{1}{r_{xd}} \left(l_{lxd} + \frac{1}{\frac{1}{l_{ad}} + \frac{1}{l_{lf}} + \frac{1}{l_{ld}}} \right)$$

y es aplicable al circuito de fig. 45 que por lo tanto puede ser tomado como circuito equivalente.

Durante los funcionamientos en cortocircuito de las máquinas sincrónicas que siguen al funcionamiento en carga, decrecen hasta anularse las amplitudes de la corriente alterna en cuadratura y de la corriente unidireccional de los circuitos auxiliares rotoricos dispuestos simetricamente a los ejes interpolares.

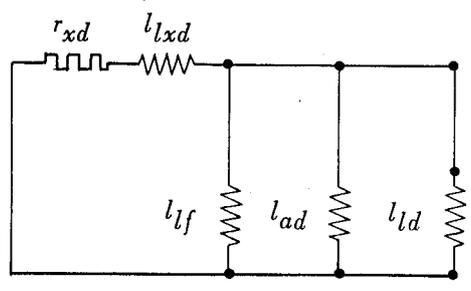


Fig. 45 - Constante de tiempo subtransitoria directa en cortocircuito

Las variaciones son de tipo exponencial y tienen una constante de tiempo denominada subtransitoria en cuadratura. La expresion analitica de las constantes de tiempo se expone en el punto 4.6.-

$$T_q'' = \frac{X_q''}{X_q} T_{q0}'' = \frac{l_{xxq}}{r_{xq}} \frac{l_q''}{l_q} = \frac{1}{r_{xq}} \left(l_{lxq} + \frac{1}{\frac{1}{l_{aq}} + \frac{1}{l_{lq}}} \right)$$

Y es aplicable al circuito equivalente de fig. 46

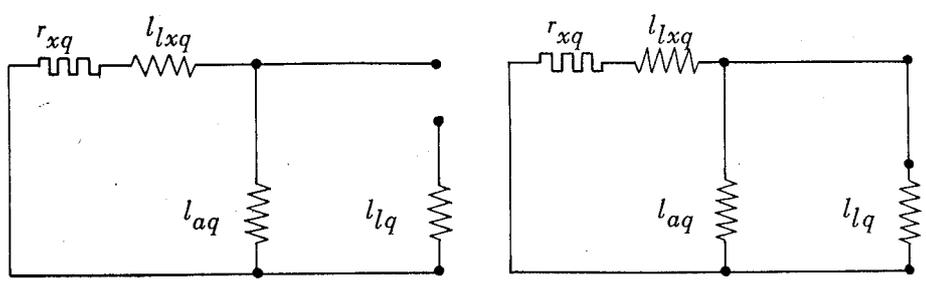


Fig. 46 - Constantes de tiempo subtransitoria en cuadratura T_{q0}' , T_q' .

FUNCIONAMIENTO EN CORTOCIRCUITO DE LAS MAQUINAS SINCRONICAS

CCA03.PDF

A - 3	Variaciones características durante las fallas trifásicas de corrientes de inductor y de corrientes de inducido	191 / 203
--------------	--	------------------

III VARIACIONES CARACTERISTICAS DURANTE LAS FALLAS TRIFASICAS DE CORRIENTES DE INDUCTOR Y DE CORRIENTES DE INDUCIDO.

3.1 - Máquina sincrónica anisótropa sin espiras de amortiguamiento.

Estudiamos a continuación el comportamiento de una máquina que pase del funcionamiento en régimen en vacío y a plena carga $\cos\phi=0,8$ al funcionamiento en cortocircuito.

Tomaremos en consideración una falla trifásica entre los terminales de la máquina en el instante en el cual la tensión interna sincrónica de una fase sea de valor nulo.

Los parámetros de la máquina en estudio tienen los siguientes valores unitarios.

$$\begin{aligned} \dot{X}_d &= 1,0 & \dot{X}_q &= 0,7 & \dot{X}'_d &= 0,3 & \dot{X}'_2 &= 0,42 \\ T'_{d0} &= 6,5 \text{ sec} & T_a &= 0,3 \text{ sec.} \end{aligned}$$

3.1.1 Falla trifásica en bornes de la máquina sin regulador de tensión.

Los regímenes precedentes al manifestarse del cortocircuito se caracterizan con los ángulos de funcionamiento y las magnitudes siguientes.

A) Máquina que funciona en vacío a la tensión nominal.

ángulo de cupla: $\delta = 0$

tensión y corriente de inducido: $\dot{U} = 1,0 \quad \dot{I}_l = 0$

tensión interna sincrónica y transitoria: $\dot{U} = \dot{E}'_d = 1,0$

tensión y corriente de inductor: $\dot{E}_\delta = 1,2$

B) Máquina que funciona a plena carga a la tensión nominal .

ángulo de cupla: $\delta = \arctang[\dot{X}_q \cos\phi / (1 + \dot{X}_q \sin\phi)] = 21,2^\circ$

$$\cos\phi = 0,932$$

$$\sin\phi = 0,364$$

ángulo de defasaje tensión interna, corriente: $\delta + \phi = 58^\circ$

tensión y corriente de inducido: $\dot{U} = 1,0 \quad \dot{I}_l = 1,0$

componentes de la corriente de carga I_1 :

$$\dot{I}_{ld} = \dot{I}_l \sin(\delta + \phi) = 0,850$$

$$\dot{I}_{lq} = \dot{I}_l \cos(\delta + \phi) = 0,530$$

componentes de la tensión en bornes U:

$$\dot{U}_d = \dot{U} \cos \delta = 0,932$$

$$\dot{U}_q = \dot{U} \operatorname{sen} \delta = 0,362$$

tensión interna sincrónica y transitoria

$$\dot{E}_{c\delta} = \dot{U}_d + \dot{X}_d \dot{I}_{ld} = 1,782$$

$$\dot{E}'_d = \dot{U}_d + \dot{X}'_d \dot{I}_{ld} = 1,181$$

tensión y corriente de inductor:

$$\dot{E}_{c\delta} = 1,782$$

Durante el funcionamiento en cortocircuito los valores instantáneos de las corrientes en las fases de inducido (expresados en valor unitario respecto del valor máximo de la corriente nominal) y los valores instantáneos de las corrientes del circuito inductor (expresados en valores unitarios de la corriente de excitación a la tensión nominal en vacío) se expresan con las relaciones que a continuación se detallan.

Corriente alterna a la frecuencia fundamental de las fases de inducido

NOTA : se ha considerado como instante inicial del cortocircuito aquel en el cual el eje de la fase esta adelantado respecto del eje directo o de los polos de un angulo $\psi = \pi$.

$$A) \quad \dot{i}_{(a)} = \{[(\dot{U}/\dot{X}'_d) - (\dot{E}_{c\delta}/\dot{X}_d)] e^{-t/T'_d} + (\dot{E}_{c\delta}/\dot{X}_d)\} \cos \omega t$$

siendo

$$T'_d = T'_{d0} (\dot{X}'_d/\dot{X}_d) = 1,95 \text{ sec}$$

$$\dot{i}_{(a)} = (2,13 e^{-0,51t} + 1,2) \cos \omega t$$

$$\dot{i}_{(b)} = (2,13 e^{-0,51t} + 1,2) \cos (\omega t + 120^\circ)$$

$$\dot{i}_{(c)} = (2,13 e^{-0,51t} + 1,2) \cos (\omega t - 120^\circ)$$

$$B) \quad \dot{i}_{(a)} = \{[(\dot{E}'_d/\dot{X}'_d) - (\dot{E}_{c\delta}/\dot{X}_d)] e^{-t/T'_d} + (\dot{E}_{c\delta}/\dot{X}_d)\} \cos \omega t = \\ = (2,15 e^{-0,51t} + 1,78) \cos \omega t$$

$$\dot{i}_{(b)} = (2,15 e^{-0,51t} + 1,78) \cos (\omega t + 120^\circ)$$

$$\dot{i}_{(c)} = (2,15 e^{-0,51t} + 1,78) \cos (\omega t - 120^\circ)$$

Corriente alterna armónica de segundo orden en las fases de inducido

$$A) \quad \dot{i}_{2(a)} = - [(\dot{U} \dot{X}_q - \dot{X}'_d) / 2 \dot{X}_q \dot{X}'_d] e^{-t/T'_a} \cos 2\omega t = \\ = - 0,955 e^{-3,33t} \cos 2\omega t$$

$$\dot{i}_{2(b)} = -0,955 e^{-3,33t} \cos(2\omega t + 120^\circ)$$

$$\dot{i}_{2(c)} = -0,955 e^{-3,33t} \cos(2\omega t - 120^\circ)$$

$$\begin{aligned} \text{B)} \quad \dot{i}_{2(a)} &= -[\dot{U}(\dot{X}_q - \dot{X}'_d)/2\dot{X}_q\dot{X}'_d] e^{-t/T_a} \cos(2\omega t + \delta) = \\ &= -0,955 e^{-3,33t} \cos(2\omega t + 21,2^\circ) \end{aligned}$$

$$\dot{i}_{2(b)} = -0,955 e^{-3,33t} \cos(2\omega t + 141,2^\circ)$$

$$\dot{i}_{2(c)} = -0,955 e^{-3,33t} \cos(2\omega t - 98,8^\circ)$$

Corriente unidireccional en las fases de inducido.

$$\begin{aligned} \text{A)} \quad \dot{i}_{dc(a)} &= -[\dot{U}(\dot{X}_q + \dot{X}'_d)/2\dot{X}_q\dot{X}'_d] e^{-t/T_a} = \\ &= -2,38 e^{-3,33t} \end{aligned}$$

$$\dot{i}_{dc(b)} = -2,38 \cos(120^\circ) e^{-3,33t} = 1,19 e^{-3,33t}$$

$$\dot{i}_{dc(c)} = -2,38 \cos(-120^\circ) e^{-3,33t} = 1,19 e^{-3,33t}$$

$$\begin{aligned} \text{B)} \quad \dot{i}_{dc(a)} &= -[\dot{U}(\dot{X}_q + \dot{X}'_d)/2\dot{X}_q\dot{X}'_d] e^{-t/T_a} \cos \delta = \\ &= -2,38 e^{-3,33t} \cos(21,2^\circ) = -2,24 e^{-3,33t} \end{aligned}$$

$$\dot{i}_{dc(b)} = -2,38 e^{-3,33t} \cos(141,2^\circ) = 1,85 e^{-3,33t}$$

$$\dot{i}_{dc(c)} = -2,38 e^{-3,33t} \cos(-98,8^\circ) = 0,37 e^{-3,33t}$$

Corriente unidireccional de inductor

$$\text{A)} \quad \dot{i}_f = \dot{E}_\delta + [\dot{U}(\dot{X}_d/\dot{X}'_d) - \dot{E}_\delta] e^{-t/T'_d} = 1,2 + 2,13 e^{-51t}$$

$$\text{B)} \quad \dot{i}_f = \dot{E}_{c\delta} + (\dot{E}'_d \dot{X}_d/\dot{X}'_d - \dot{E}_{c\delta}) e^{-t/T'_d} = 1,78 + 2,15 e^{-0,51t}$$

Corriente alterna a la frecuencia fundamental de inductor.

$$\begin{aligned} \text{A)} \quad \dot{i}_f^- &= (\dot{E}'_d \dot{X}_d/\dot{X}'_d - \dot{E}_{c\delta}) e^{-t/T_a} \cos \omega t = \\ &= -2,13 e^{-3,33t} \cos \omega t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{i}_f^- &= -[(\dot{X}_d - \dot{X}'_d)/\dot{X}'_d] \dot{U}_d e^{-t/T_a} \cos \omega t = \\ &= 2,16 e^{-3,33t} \cos \omega t. \end{aligned}$$

3.1.2 - Falla trifásica en bornes de una máquina con regulador de tensión.

Supongase que el regulador de tensión tiende a llevar exponencialmente la tensión de excitación a un valor igual a tres veces el valor del funcionamiento en vacío y a la tensión nominal: sea la constante de tiempo de la respuesta de la excitatriz igual a 0,6 seg.-

Las condiciones de régimen precedentes al manifestarse del cortocircuito quedan caracterizadas por las magnitudes y los ángulos de funcionamiento, evaluados en los puntos A) y B).-

Las corrientes de inducido y de inductor en cambio resultan incrementadas durante el funcionamiento en cortocircuito.-

La influencia del regulador se manifiesta solo después de haberse establecido la falla, se refleja sobre las componentes alternas de las corrientes de inducido y sobre la unidireccional de la corriente de inductor.

En valor relativo las componentes son entre si proporcionales y precisamente

$$\Delta i_{(0)} / \Delta i_f = 1 / \dot{X}_d$$

Las relaciones aplicadas en este ejemplo son aproximadas: en efecto, se han obtenido despreciando los efectos de la saturación sobre los valores en régimen de las corrientes alternas de las fases de inducido, como la corriente unidireccional de inductor.

Corriente alterna de las fases de inducido a la frecuencia fundamental .-

$$\begin{aligned} \text{A)} \quad \Delta i_{(a)} &= (1/\dot{X}_d)(\dot{E}_\infty - \dot{E}_\delta) \{1 - [(T'_d e^{-t/T'_d} - T_e e^{-t/T_e}) / (T'_d - T_e)]\} \cos \omega t = \\ &= (1,8 - 2,6 e^{-0,51t} + 0,8 e^{-1,65t}) \cos \omega t \end{aligned}$$

$$\Delta i_{(b)} = (1,8 - 2,6 e^{-0,51t} + 0,8 e^{-1,65t}) \cos(\omega t + 120^\circ)$$

$$\Delta i_{(c)} = (1,8 - 2,6 e^{-0,51t} + 0,80 e^{-1,66t}) \cos(\omega t - 120^\circ)$$

$$\begin{aligned} \text{B)} \quad \Delta i_{(a)} &= (1/\dot{X}_d)(\dot{E}_\infty - \dot{E}_{c\delta}) \{1 - [(T'_d e^{-t/T'_d} - T_e e^{-t/T_e}) / (T'_d - T_e)]\} \cos \omega t = \\ &= (1,22 - 1,75 e^{-0,51t} + 0,53 e^{-1,66t}) \cos \omega t \end{aligned}$$

$$\Delta i_{(b)} = (1,22 - 1,75 e^{-0,51t} + 0,53 e^{-1,65t}) \cos(\omega t + 120^\circ)$$

$$\Delta i_{(c)} = (1,22 - 1,75 e^{-0,51t} + 0,53 e^{-1,66t}) \cos(\omega t - 120^\circ)$$

Corriente unidireccional de inductor.

$$\begin{aligned} \text{A)} \quad \Delta i_f &= (\dot{E}_\infty - \dot{E}_\delta) \{1 - [(T'_d e^{-t/T'_d} - \\ &\quad - T_e e^{-t/T_e}) / (T'_d - T_e)]\} = \\ &= 1,8 - 2,6 e^{-0,51t} + 0,80 e^{-1,66t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B)} \quad \Delta i_f &= (\dot{E}_\infty - \dot{E}_{c\delta}) \{1 - [(T'_d e^{-t/T'_d} - \\ &\quad - T_e e^{-t/T_e}) / (T'_d - T_e)]\} = \\ &= (1,22 - 1,75 e^{-0,51t} + 0,53 e^{-1,66t}) \end{aligned}$$

Cuando la falla se ha establecido en un punto de los circuitos externos de la máquina, el regulador tiende a llevar las tensiones entre los terminales de la máquina a su valor nominal. En los casos en que las caídas de tensiones externas asumen valores iguales a la tensión nominal, es automáticamente bloqueada la actuación del regulador.

En condición de régimen, es decir, cuando el regulador ha llevado la tensión de excitación al máximo admitido E_∞ , las corrientes en las fases de inducido asumen un valor unitario igual a:

$$\dot{E}_\infty / (\dot{X}_d + \dot{X}_{d_{est}})$$

y las caídas de tensión externas a las máquinas resultan iguales a

$$\dot{E}_\infty [\dot{X}_{est} / (\dot{X}_d + \dot{X}_{est})]$$

Las caídas de tensión externas pueden resultar iguales a la tensión nominal que se presenta en la condición

$$\dot{E}_\infty [\dot{X}_{est} / (\dot{X}_d + \dot{X}_{est})] = 1$$

es decir

$$\dot{X}_{est} < \dot{X}_d / (\dot{E}_\infty - 1)$$

Por lo tanto, cuando la reactancia incluida entre el punto de falla y los terminales de la máquina es de valor inferior o igual a:

$$\dot{X}_{est} \leq \dot{X}_d / (\dot{E}_\infty - 1)$$

el regulador actúa haciendo tender la excitación al valor E_∞

La corriente alterna en las fases de inducido a su vez tiende a E_∞ / E_s el valor de la corriente alterna permanente para un cortocircuito que sigue al funcionamiento en vacío a la tensión nominal.

En cambio si la reactancia externa es de valor superior a

$$\dot{X}_{est} > \dot{X}_d / (E_\infty - 1)$$

el regulador actúa hasta llevar la excitación al valor nominal que hace que la caída de tensión en la reactancia externa sea igual al valor de la tensión nominal de fase, en consecuencia la corriente alterna en las fases de inducido alcanza el valor $1/X_{est}$ que es mantenido indefinidamente.

3.2 Máquina sincrónica isotropa con espiras amortiguadoras.

Estudiamos el comportamiento de una máquina sincrónica que pase de los funcionamientos en vacío y en plena carga con $\cos\phi = 0,8$ al funcionamiento en cortocircuito.-

Se tomara en consideración una falla trifasica entre los terminales de la máquina en el instante en el cual la tensión interna sincronica de una de las fases tenga valor nulo.

Los parametros de la máquina en estudio tienen los valores que a continuación se indican.

$$\begin{aligned} \dot{X}_d'' &= 0,09 & \dot{X}_q'' &= 0,09 & \dot{X}_d' &= 0,16 \\ \dot{X}_2 &= 0,09 & \dot{X}_0 &= 0,03 \\ \dot{X}_{ld} &= 0,078 & \dot{X}_{ad} &= 1,072 & \dot{X}_d &= 1,15 \\ \dot{X}_{lf} &= 0,088 & \dot{X}_{lxd} &= 0,015 \\ T_{d0}' &= 7,6 \text{ sec} & T_d'' &= 0,04 \text{ sec} \\ T_q'' &= 0,04 \text{ sec} & T_q &= 0,10 \text{ sec} \end{aligned}$$

3.2.1 Falla trifasica en bornes de la máquina sin regulador de tensión.

Los regímenes precedentes al manifestarse del cortocircuito, se caracterizan con los ángulos de funcionamiento y las magnitudes siguientes

A) Máquinas que funcionan a la tensión nominal en vacío:

$$\begin{aligned} \text{ángulo de cupla} & \quad \delta = 0 \\ \text{tensión y corriente de inducido} & \quad \dot{U} = 1,0 \quad \dot{I}_l = 0 \\ \text{tensión interna sincrónica transitoria y subtransitoria.} & \\ & \quad \dot{U} = \dot{E}_d' = \dot{E}_d'' = 1,0 \end{aligned}$$

$$\text{Tensión y corriente de inductor} \quad \dot{E}_\delta = 1,2$$

B) Máquina que funciona a plena carga a la tensión nominal.

ángulo de cupla. $\delta = \arctan \left[\frac{\dot{X}_q \cos \varphi}{1 + \dot{X}_q \sin \varphi} \right] = 28,4^\circ$

$$\cos \delta = 0,99$$

$$\sin \delta = 0,47$$

ángulo de defasaje tensión interna, corriente

$$\delta + \varphi = 28,4^\circ + 36,8^\circ = 65,2^\circ$$

Tensión y corriente de inducido $\dot{U} = 1,0$ $\dot{i}_l = 1,0$

Componentes de la corriente de carga I_1 :

$$\dot{i}_{ld} = \dot{i}_l \sin (\delta + \varphi) = 0,9$$

$$\dot{i}_{lq} = \dot{i}_l \cos (\delta + \varphi) = 0,42$$

Componentes de la tensión en bornes

$$\dot{U}_d = \dot{U} \cos \delta = 0,88$$

$$\dot{U}_q = \dot{U} \sin \delta = 0,47$$

tensiones internas sincrónicas, transitorias y subtransitorias

$$\dot{E}_{c\delta} = \dot{U}_d + \dot{X}_d \dot{i}_{ld} = 1,91$$

$$\dot{E}'_d = \dot{U}_d + \dot{X}'_d \dot{i}_{ld} = 1,02$$

$$\dot{E}''_l = [(\dot{U} \cos \varphi)^2 + (\dot{U} \sin \varphi + \dot{X}''_d \dot{i}_l)^2]^{1/2} = 1,05$$

$$E''_d = \dot{U}_d + \dot{X}''_d \dot{i}_{ld} = 0,96$$

$$E''_q = \dot{U}_q - \dot{X}''_q \dot{i}_{lq} = 0,43$$

Durante el funcionamiento en cortocircuito los valores instantáneos de las corrientes en las fases de inducido (expresados en valor relativo respecto al valor máximo de las corrientes nominales) y los valores instantáneos de las corrientes de cortocircuito de inductor (expresadas en valores unitarios de la corriente de excitación a la tensión nominal en vacío) se expresan con las siguientes relaciones.

Corriente alterna de las fases de inducido a la frecuencia fundamental.

$$i_{(a)} = \{[(\dot{U}/\dot{X}''_d) - (\dot{U}/\dot{X}'_d)] e^{-t/T''_d} + [(\dot{U}/\dot{X}'_d) - (\dot{E}_\delta/\dot{X}'_d) e^{-t/T'_d} + (\dot{E}_\delta/\dot{X}'_d)]\} \cos \omega t$$

siendo

$$T'_d = T'_0 \cdot (\dot{X}'_d/\dot{X}_d) = 1 \text{ sec}$$

$$\dot{i}_{(a)} = (4,85 e^{-25t} + 5,2 e^{-1,0t} + 1,04) \cos \omega t$$

$$\dot{i}_{(b)} = (4,85 e^{-25t} + 5,2 e^{-1,0t} + 1,04) \cos(\omega t - 120^\circ)$$

$$\begin{aligned} \text{B)} \quad \dot{i}_{(a)} &= \{(\dot{E}'_d / \dot{X}'_d) - (\dot{E}'_d / \dot{X}'_d)\} e^{-t/T''_d} + \\ &+ \{(\dot{E}'_d / \dot{X}'_d) - (\dot{E}_{c\delta} / \dot{X}'_d)\} e^{-t/T'_d} + (\dot{E}_{c\delta} / \dot{X}'_d)\} \cos \omega t \\ &+ (\dot{E}''_q / \dot{X}''_q) e^{-t/T''_q} \text{sen} \omega t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{i}_{(a)} &= (4,25 e^{-25t} + 4,69 e^{-1,0t} + 1,66) \cos \omega t + \\ &+ 4,78 e^{-25t} \text{sen} \omega t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{i}_{(b)} &= (4,25 e^{-25t} + 4,69 e^{-1,0t} + 1,66) \cos(\omega t + 120^\circ) + \\ &+ 4,78 e^{-25t} \text{sen}(\omega t + 120^\circ) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{i}_{(c)} &= (4,25 e^{-25t} + 4,69 e^{-1,0t} + 1,66) \cos(\omega t - 120^\circ) + \\ &+ 4,78 e^{-25t} \text{sen}(\omega t - 120^\circ) \end{aligned}$$

Corrientes unidireccionales en las fases de inducido.

$$\text{A)} \quad \dot{i}_{dc(a)} = - (\dot{U} / \dot{X}'_d) e^{-t/T_a}$$

$$\dot{i}_{dc(a)} = - 11,1 e^{-10t}$$

$$\dot{i}_{dc(b)} = - 11,1 \cos(120^\circ) e^{-10t} = 5,5 e^{-10t}$$

$$\dot{i}_{dc(c)} = - 11,1 \cos(120^\circ) e^{-10t} = 5,5 e^{-10t}$$

$$\text{B)} \quad \dot{i}_{dc(a)} = - (\dot{U} / \dot{X}''_d) e^{-t/T_a} \cos \delta =$$

$$= - 11,1 \cos(28,4^\circ) e^{-10t} = - 9,8 e^{-10t}$$

$$\dot{i}_{dc(b)} = - 11,1 \cos(148,4^\circ) e^{-10t} = 9,5 e^{-10t}$$

$$\dot{i}_{dc(c)} = - 11,1 \cos(-91,6^\circ) e^{-10t} = 0,31 e^{-10t}$$

Corriente unidireccional de inductor

$$\begin{aligned} \text{A)} \quad \dot{i}_f &= \dot{U} (\dot{X}'_d / \dot{X}'_d) \cdot [\dot{X}'_{lxd} / (\dot{X}'_{lxd} + \dot{X}'_{lf})] + \\ &+ \dot{E}_\delta [\dot{X}'_{lf} / \dot{X}'_{lxd} + \dot{X}'_{lf}] - U (\dot{X}'_d / \dot{X}'_d) \} e^{-t/T''_d} + \\ &+ \{ \dot{U} (\dot{X}'_d / \dot{X}'_d) - \dot{E}_\delta \} e^{-t/T'_d} + \dot{E}_\delta = \\ &= - 4,30 e^{-25t} + 6,00 e^{-1,0t} + 1,2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{B)} \quad \dot{i}_f &= \{ \dot{E}_d'' (\dot{X}_d / \dot{X}_d'') \cdot [\dot{X}_{lx d} / (\dot{X}_{lx d} + \dot{X}_{lf})] + \\
 &+ \dot{E}_{c\delta} [\dot{X}_{lf} / (\dot{X}_{lx d} + \dot{X}_{lf})] - \dot{E}_d' (\dot{X}_d / \dot{X}_d') \} e^{-t/T_d''} + \\
 &+ \{ \dot{E}_d' (\dot{X}_d / \dot{X}_d') - \dot{E}_{c\delta} \} e^{-t/T_d'} + \dot{E}_{c\delta} = \\
 &= -3,9 e^{-2,5t} + 5,4 e^{-1,0t} + 1,91
 \end{aligned}$$

Corriente alterna a la frecuencia fundamental de inductor:

$$\begin{aligned}
 \text{A)} \quad \dot{i}_f &= - \{ \dot{U} (\dot{X}_d / \dot{X}_d'') \cdot \dot{X}_{lx d} / (\dot{X}_{lx d} + \dot{X}_{lf}) \} - \\
 &- \dot{E}_{c\delta} [\dot{X}_{lx d} / (\dot{X}_{lx d} + \dot{X}_{lf})] \} e^{-t/T_a} \cos \omega t \\
 \dot{i}_f &= -1,70 e^{-2,5t} \cos \omega t
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{B)} \quad \dot{i}_f &= - \{ \dot{E}_d'' (\dot{X}_d / \dot{X}_d'') \cdot [\dot{X}_{lx d} / (\dot{X}_{lx d} + \dot{X}_{lf})] - \\
 &- \dot{E}_{c\delta} [\dot{X}_{lx d} / (\dot{X}_{lx d} + \dot{X}_{lf})] \} e^{-t/T_a} \cos \omega t \\
 \dot{i}_f &= -1,51 e^{-2,5t} \cos \omega t
 \end{aligned}$$

3.2.2 Falla trifásica en bornes de la máquina con regulador de tensión.

Supongase que las características del regulador de tensión sean las descritas en el paragrafo 3.1.2.

La influencia de dicho regulador sobre las corrientes alternas de las fases de inducido y sobre la corriente unidireccional de inductor son las siguientes.

Corriente alterna de las fases de inducido de la frecuencia fundamental

$$\begin{aligned}
 \text{A)} \quad \Delta \dot{i}_{(a)} &= (1/\dot{X}_d) (\dot{E}_\infty - \dot{E}_\delta) \{ 1 - [(T_d' e^{-t/T_d'} - \\
 &- T_e e^{-t/T_e} (T_d' - T_e)] \} \cos \omega t
 \end{aligned}$$

$$\Delta \dot{i}_{(a)} = (1,57 - 3,9 e^{-1,0t} + 2,35 e^{-1,66t}) \cos \omega t$$

$$\Delta \dot{i}_{(b)} = (1,57 - 3,9 e^{-1,0t} + 2,35 e^{-1,66t}) \cos (\omega t + 120^\circ)$$

$$\Delta \dot{i}_{(c)} = (1,57 - 3,9 e^{-1,0t} + 2,35 e^{-1,66t}) \cos (\omega t - 120^\circ)$$

$$B) \quad \Delta i_{(a)} = (1/X_d)(E_\infty - E_{c\delta}) \left\{ 1 - \left[\frac{(T'_d e^{-t/T'_d} - T_e e^{-t/T_e})}{T'_d - T_e} \right] \right\} \cos \omega t$$

$$\Delta i_{(a)} = 0,95 - 2,36 e^{-1,0t} + 1,41 e^{-1,66t} \cos \omega t$$

$$\Delta i_{(b)} = (0,95 - 2,36 e^{-1,0t} + 1,41 e^{-1,66t}) \cos(\omega t + 120^\circ)$$

$$\Delta i_{(c)} = (0,95 - 2,36 e^{-1,0t} + 1,41 e^{-1,66t}) \cos(\omega t - 120^\circ)$$

Corriente unidireccional de inductor.

$$A) \quad \Delta i_f = (\dot{E}_\infty - \dot{E}_\delta) \left\{ 1 - \left[\frac{(T'_d e^{-t/T'_d} - T_e e^{-t/T_e})}{(T'_d - T_e)} \right] \right\}$$

$$\Delta i_f = 1,8 - 4,5 e^{-1,0t} + 2,7 e^{-1,66t}$$

$$B) \quad \Delta i_f = [E_\infty - E_{c\delta}] \left\{ 1 - \left[\frac{(T'_d e^{-t/T'_d} - T_e e^{-t/T_e})}{(T'_d - T_e)} \right] \right\}$$

$$\Delta i_f = 1,08 - 1,54 e^{-1,0t} + 0,46 e^{-1,66t}$$

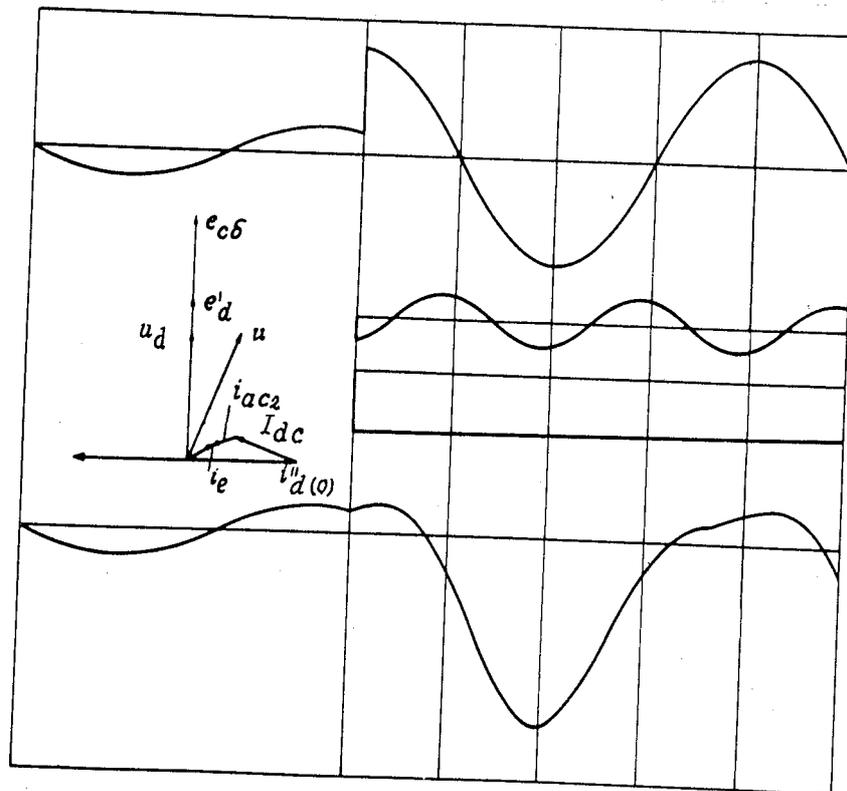
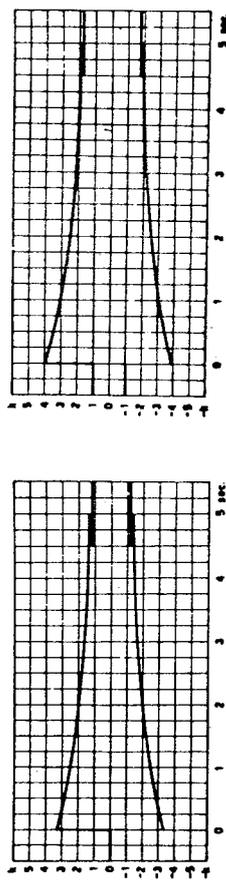
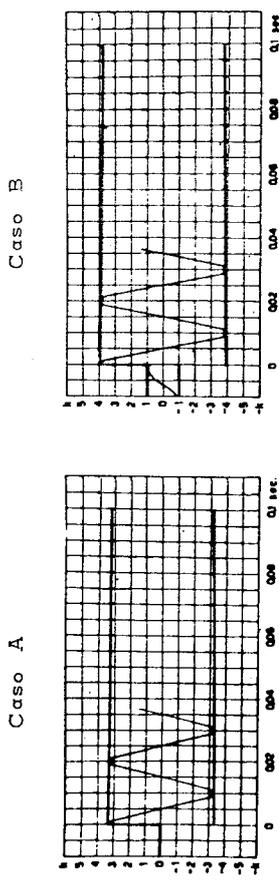
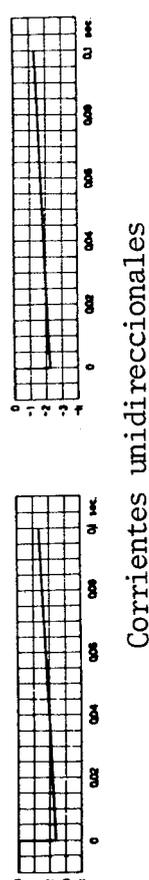
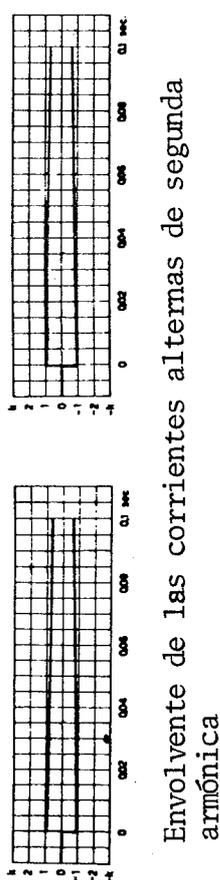


Fig. 47 - corriente de cortocircuito total. Máquina sincrónica anisótropa sin espiras amortiguadoras. (Caso B)

CORRIENTES EN LAS FASES DE INDUCIDO
 máquina sincrónica anisótropa sin espiras amortiguadoras

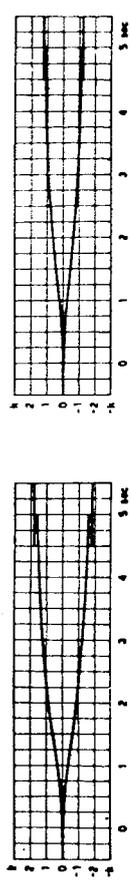


Envolturas de las componentes según el eje directo
 de las corrientes alternas de cortocircuito



Envoltura de las corrientes alternas de segunda
 armónica

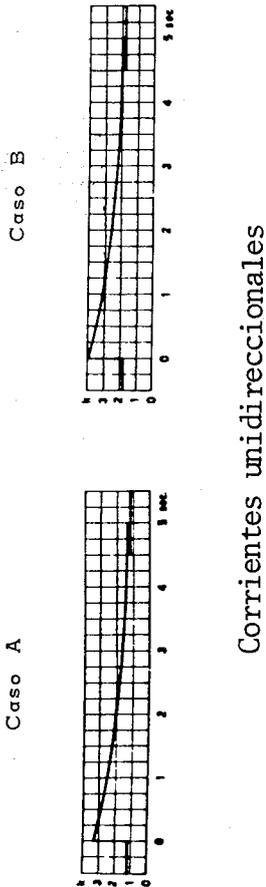
Corrientes unidireccionales



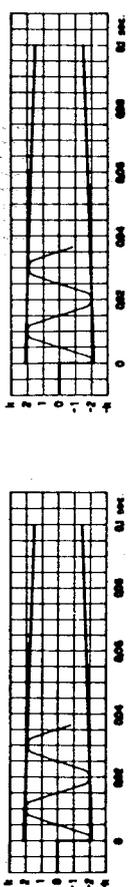
Envoltura de las componentes según el eje directo
 de las corrientes alternas de cortocircuito
 debidas a la actuación del regulador de tensión

Fig. 48

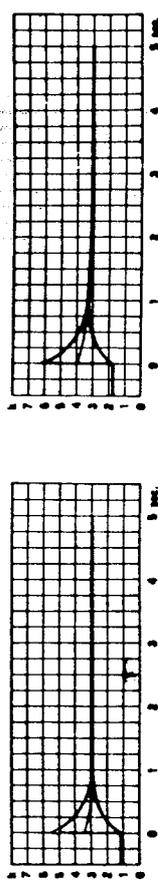
CORRIENTES DEL CIRCUITO INDUCTOR
 máquina sincrónica anisótropa sin espiras amortiguadoras



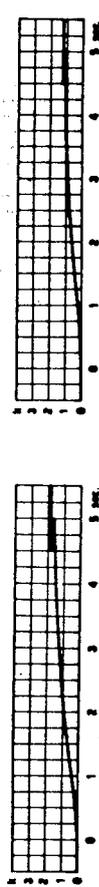
Corrientes unidireccionales



Envoltura de las corrientes alternas a la
 frecuencia fundamental



Corrientes unidireccionales debidas a la actuación
 del regulador de tensión



Envoltura de las corrientes totales

Fig. 49

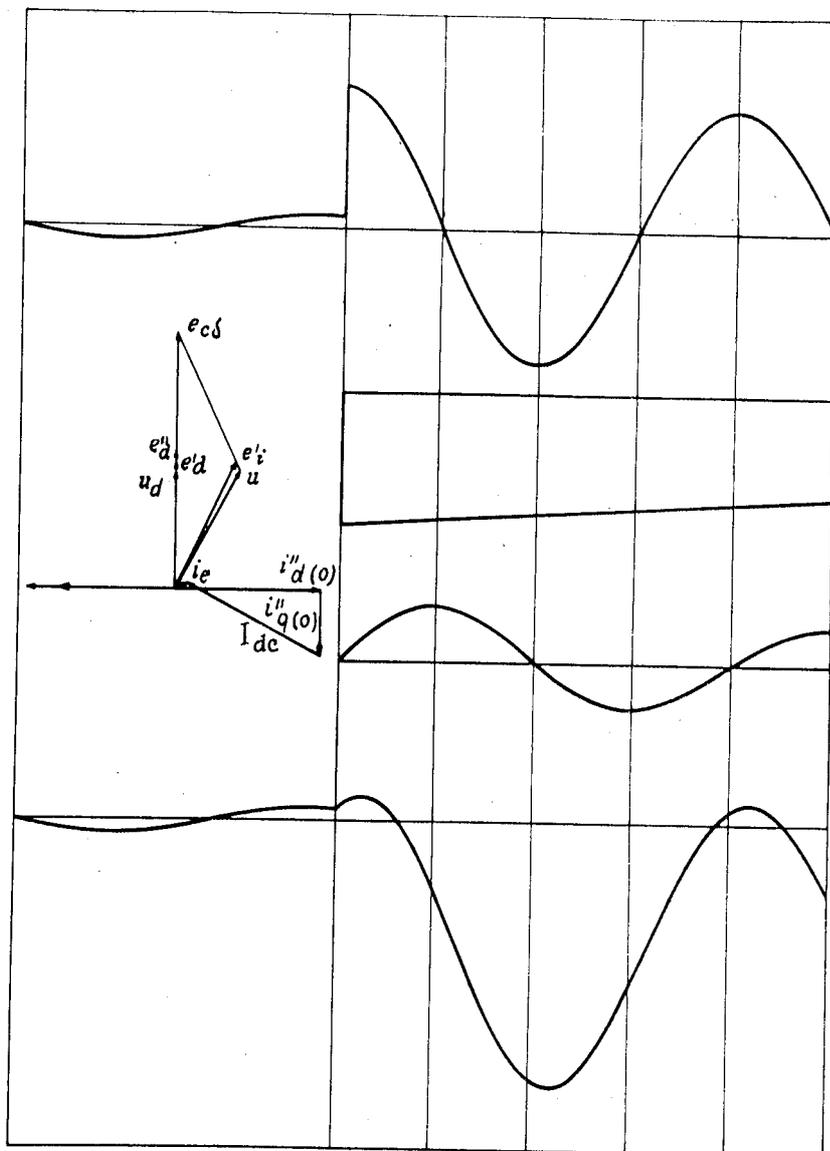


Fig. 50 - corriente de cortocircuito total. Máquina síncrona isótropa con espiras amortiguadoras. (Caso B)

CORRIENTES DEL CIRCUITO INDUCTOR
 máquina sincrónica isotropas con espiras amortiguadoras

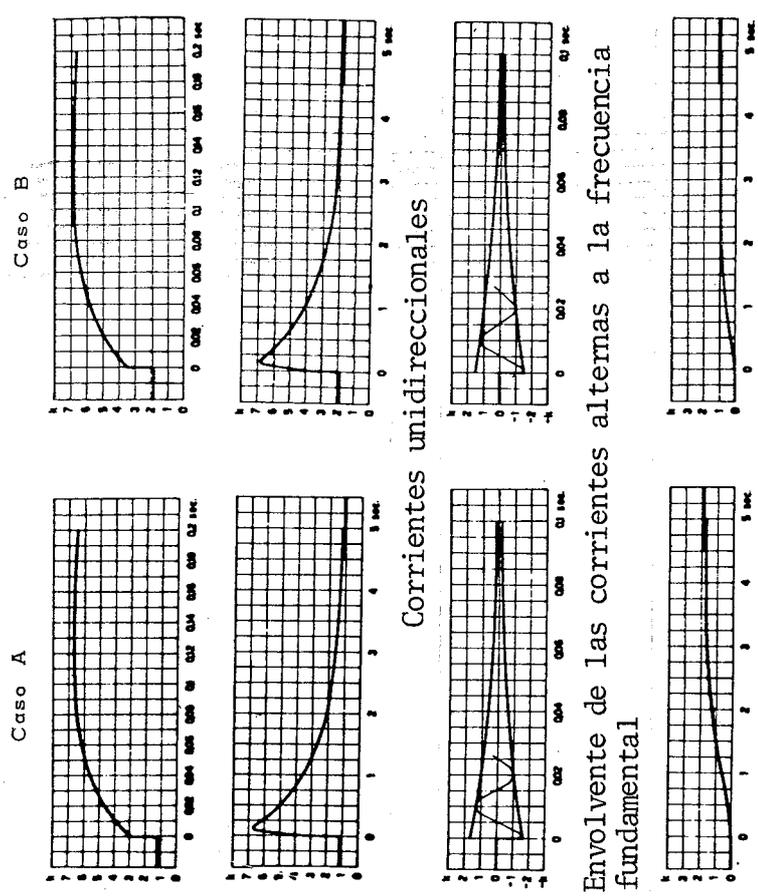


Fig. 52

CORRIENTES EN LAS FASES DE INDUCIDO
 máquina sincrónica isotropa con espiras amortiguadoras

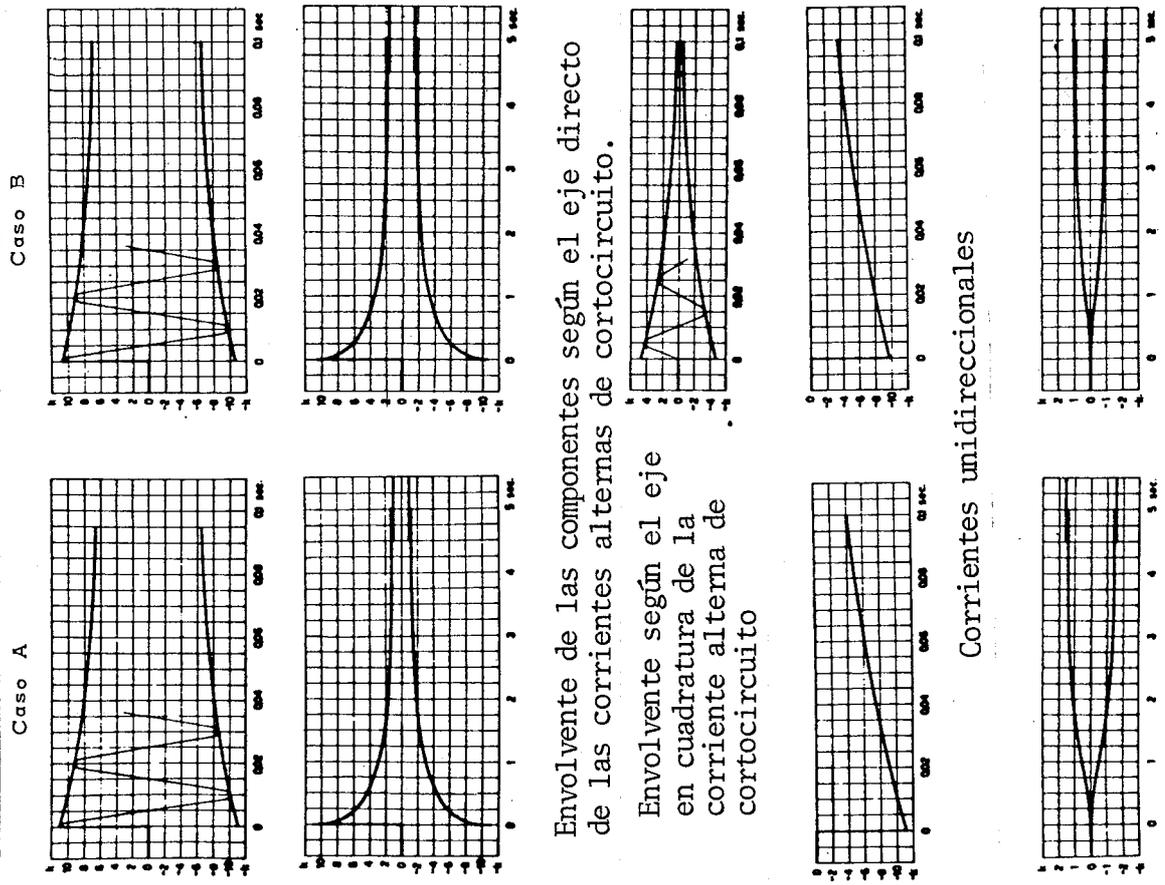


Fig. 51

FUNCIONAMIENTO EN CORTOCIRCUITO DE LAS MAQUINAS SINCRONICAS

CCA04.PDF

A - 4	Valores de las constantes funcionales de las maquinas sincronicas	204 / 211
--------------	--	------------------

4 - VALORES DE LAS CONSTANTES FUNCIONALES DE LAS MAQUINAS SINCRONICAS.

Se indican a continuación los valores de las principales constantes funcionales de las máquinas sincrónicas.

Se ha hecho referencia a datos publicados por la "Westinghouse Electric Corporation" para máquinas de construcción normal.

TABLA 1 - VALORES DE REACTANCIA DE MAQUINAS SINCRONICAS - VALORES NORMALES DE DISEÑO.

Tipo de Generador o Compensador	Reactancia por unidad					
	Polos	Potencia MVA	X_d	X'_d	X''_d	Neg Sec X_2
convencional	2	hasta 12,5	1.35	0.22	0.10	0.10
	2	12,5 a 147	1.55	0.24	0.12	0.12
refrigeración interior	2	160 a 512	1.67	0.29	0.21	0.21
convencional	4	70 a 162	1.60	0.37	0.22	0.22
refrigeración interior	4	170 a 512	1.64	0.39	0.25	0.25
polos salientes - con jaula amortiguadora			1.15	0.37	0.24	0.24
		sin jaula amortiguadora	1.15	0.35	0.32	0.55
Compensadores sincrónicos			1.80	0.40	0.25	0.24

TABLA 2 - CONSTANTES TIPICAS DE MAQUINAS SINCRONICAS TRIFASICAS.

	1	2	3	4	5	6	7
	X_d (1)	X_q (2)	X_d (3)	X''_d (3)	X_2 (2)	X_0 (5)	X_p
(TG2p)	1.20 0.95-1.45	1.16 0.92-1.42	0.15 0.12-0.21	0.09 0.07-0.14	= X''_d	0.03 0.01-0.08	0.10 0.07-0.17
(TG4p)	1.20 1.00-1.45	1.16 0.92-1.42	0.23 0.20-0.28	0.14 0.12-0.17	= X''_d	0.08 0.015-0.14	0.17 0.12-0.24
(PSCJ)	1.25 0.60-1.50	0.70 0.40-0.80	0.30 (4) 0.20-0.50	0.20 (4) 0.13-0.32	0.20 (4) 0.13-0.32	0.18 0.03-0.23	0.28 0.17-0.40
(PSSJ)	1.25 0.60-1.50	0.70 0.40-0.80	0.30 (4) 0.20-0.50	0.30 (4) 0.20-0.50	0.48 0.35-0.65	0.19 0.03-0.24	0.28 0.17-0.40
(CSEA)	1.85 1.25-2.20	1.15 0.95-1.30	0.40 0.30-0.50	0.27 0.19-0.30	0.26 0.18-0.40	0.12 0.025-0.15	0.25 0.20-0.35
(CSEH)	2.20 1.50-2.65	1.35 1.10-1.55	0.48 0.36-0.60	0.32 0.23-0.36	0.31 0.22-0.48	0.14 0.030-0.18	0.27 0.22-0.37

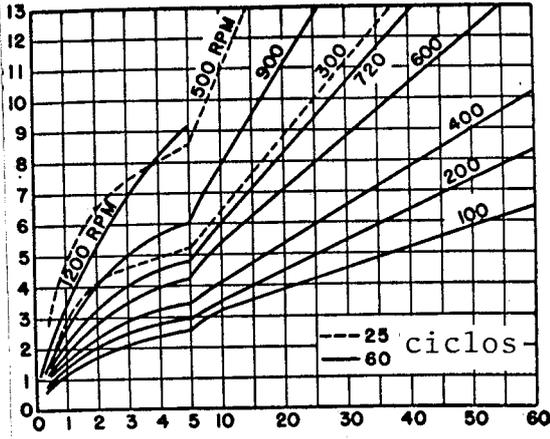
	8	9	10	11	12	13	14	15
	(6) r_2	(7) r_1	(7) r_a	T'_{do}	T'_d	T''_d	T_a	H
(TG2p)	0.025-0.04	0.004-0.011 Fig. 3-4	0.001-0.007	5.0 Fig. 2	0.6 Fig. 2	0.035 0.02-0.05	0.13 0.04-0.24	Fig. 8
(TG4p)	0.03-0.045	0.003-0.008 Fig. 5	0.001-0.005	8.0 Fig. 2	1.0 Fig. 2	0.035 0.02-0.05	0.20 0.15-0.35	Fig. 8
(PSCJ)	0.012-0.020	0.005-0.020 Fig. 6-7	0.003-0.015	Fig. 1 3.0-5.0 1.5-10	1.5 0.5-3.3	0.035 0.01-0.05	0.15 0.03-0.25	Fig. 9
(PSSJ)	0.03-0.045	0.005-0.020 Fig. 6-7	0.003-0.015	Fig. 1 3.0-5.0 1.5-10	1.5 0.5-3.3		0.30 0.10-0.50	Fig. 9
(CSEA)	0.025-0.07	0.0065 0.004-0.009	0.0035 0.0025-0.008	9.0 6.0-14.0	2.0 1.2-2.8	0.035 0.02-0.04	0.17 0.1-0.3	Large 2.4 Small 1.0 Fig. 10
(CSEH)	0.025-0.07	0.0065 0.005-0.009	0.0035 0.0024-0.005	9.0 6.0-14.0	2.0 1.2-2.8	0.035 0.02-0.04	0.20 0.15-0.3	Large 2.0 Small 1.10

- (TG2p) turbogeneradores de 2 polos.
- (TG4p) turbogeneradores de 4 polos.
- (PSCJ) generadores de polos salientes y motores (con jaula amortiguadora)
- (PSSJ) generadores de polos salientes (sin jaula amortiguadora).
- (CSEA) compensadores sincronicos enfriados por aire.
- (CSEH) compensadores sincrónicos enfriados por hidrogeno a potencia nominal y 1/2 psi (por KVA de potencia nominal)

Referencias

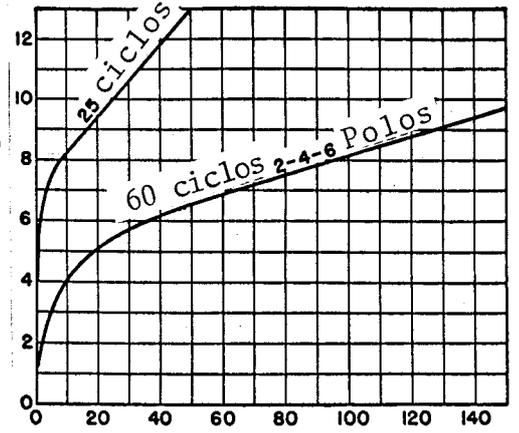
- (1) no saturada
- (2) a corriente nominal
- (3) a tensión nominal
- (4) Las unidades de alta velocidad tienden a tener baja reactancia y las de baja velocidad alta reactancia.
- (5) valores a la corriente nominal X_0 varía en forma crítica con el paso del arrollamiento de armadura, de tal forma que es difícil dar un valor promedio. El rango de variación es entre 0,1 y 0,7 de X''_d . El límite inferior es para un paso de arrollamiento de 2/3.
- (6) r_2 varía con la resistencia de los circuitos amortiguadores.
- (7) r_1 y r_a varían con la potencia nominal de la máquina, los valores límites dados son para alrededor de 50000 kVA y 500 kVA.

T_{do} constante de tiempo transitoria en circuito abierto en segundos



Potencia en miles de KVA
Fig. 1 Constante de tiempo transitoria en circuito abierto de generadores y motores de corriente alterna.

T_{do} constante de tiempo transitoria en circuito abierto en segundos



Potencia en miles de KVA
Fig. 2 Constante de tiempo transitoria en circuito abierto de turbogeneradores.

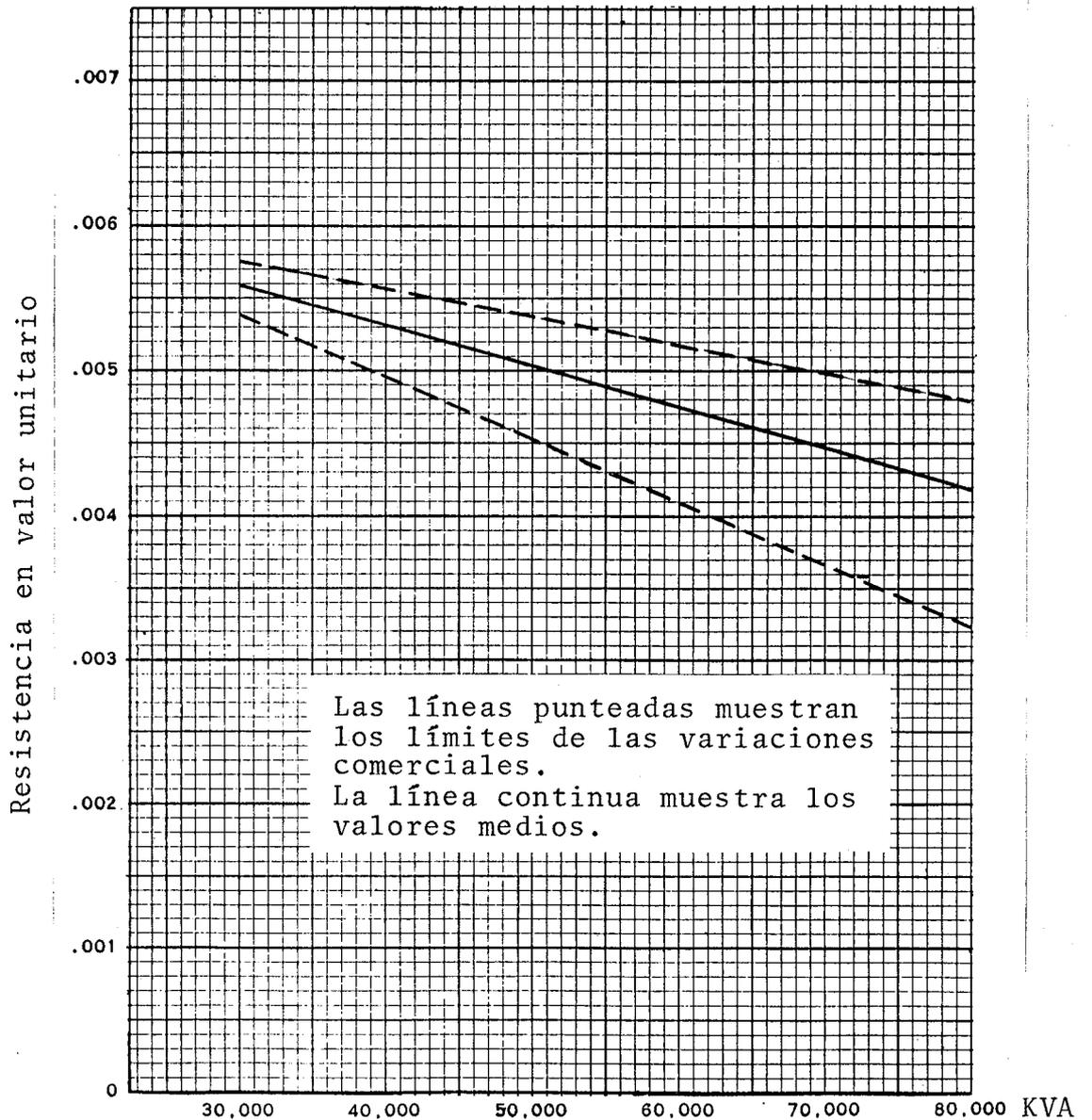


Fig. 3 Resistencia C.A. en por unidad de turbogeneradores de 2 polos enfriados por hidrogeno.

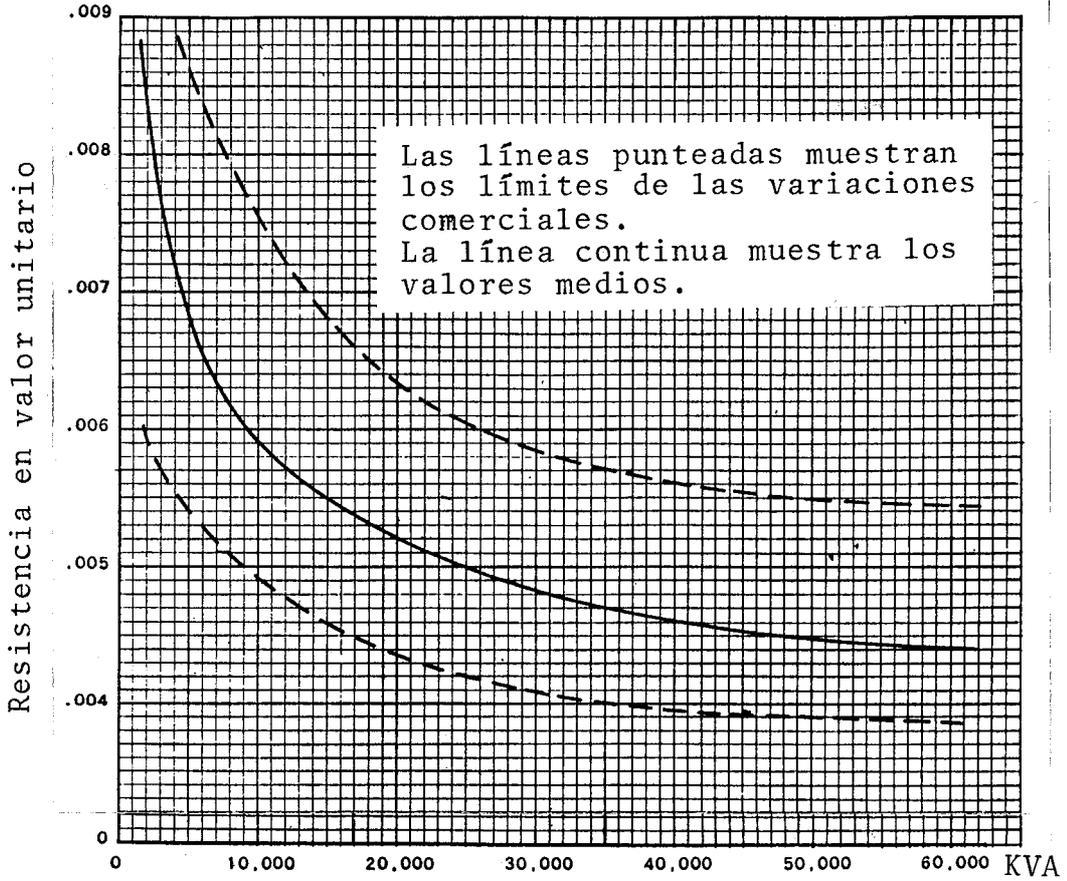


Fig.4 Resistencia C.A. en por unidad de turbogeneradores de 2 polos enfriados por aire.

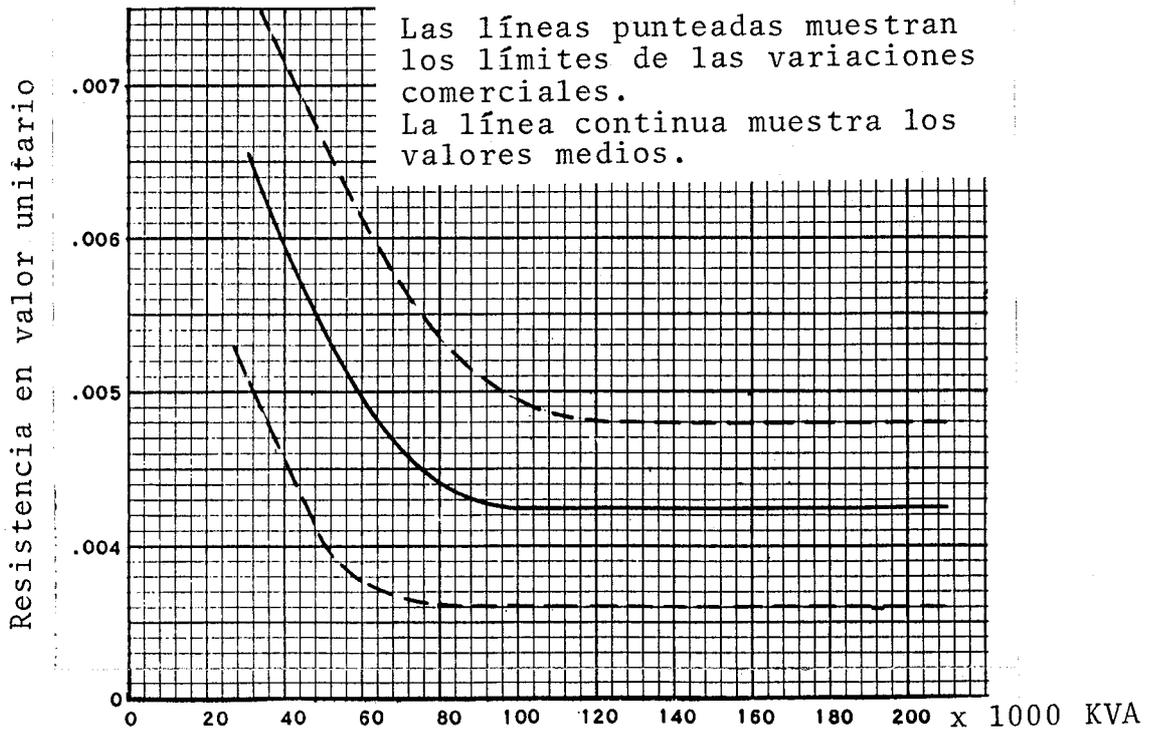


Fig.5 Resistencia C.A. en por unidad de turbogeneradores de 4 polos enfriados por hidrogeno y aire.

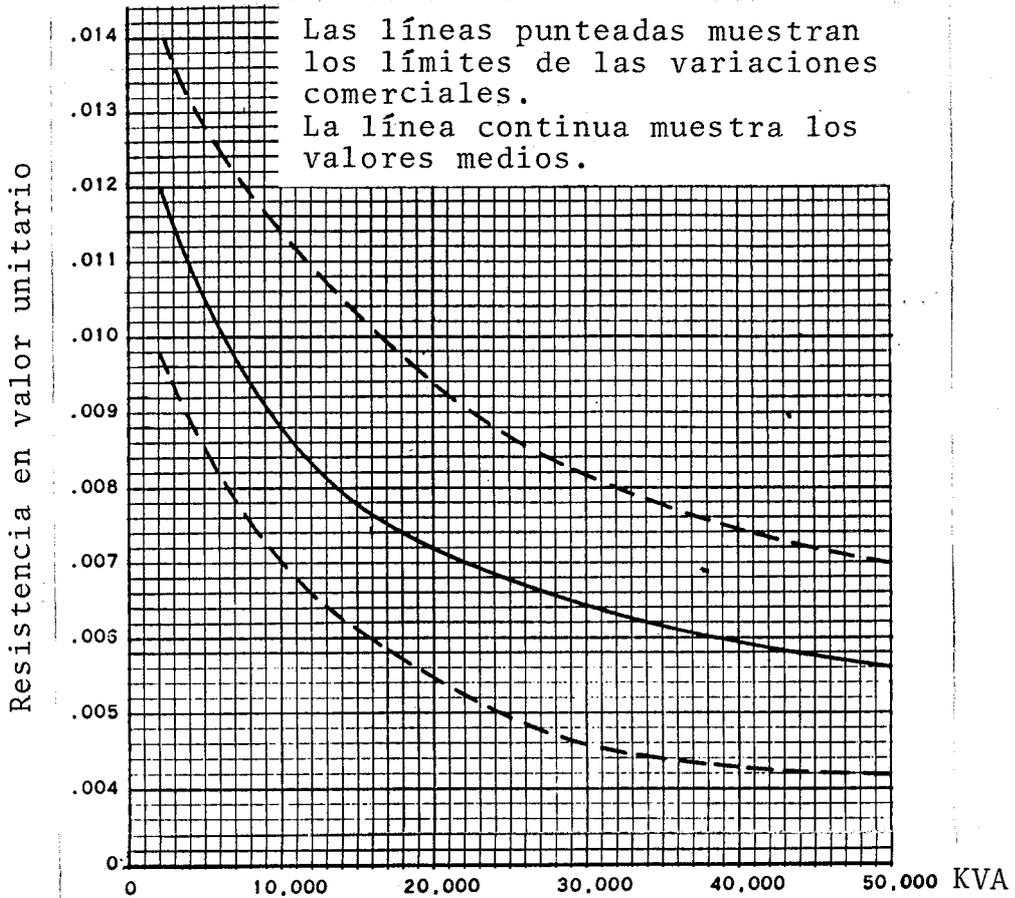


Fig.6 Resistencia C.A. en por unidad de generadores de 60 ciclos de polos salientes de 16 polos y mas.

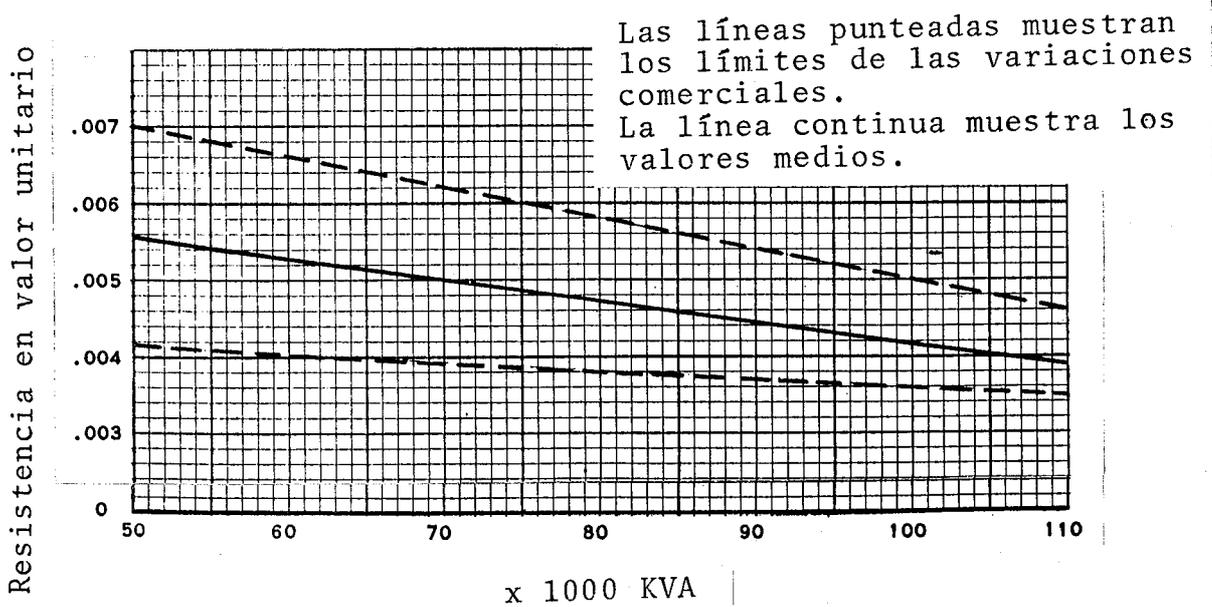


Fig.7 Resistencia C.A. en por unidad de generadores de 60 ciclos de polos salientes de 16 polos y mas.

Nótas:

El WR^2 del generador es del 40% al 50% del total de unidades de condensación de 1800 y 3600 v.p.m.

El WR^2 del generador es del 70% al 90% del total para unidades sin condensación de 3600 v.p.m.

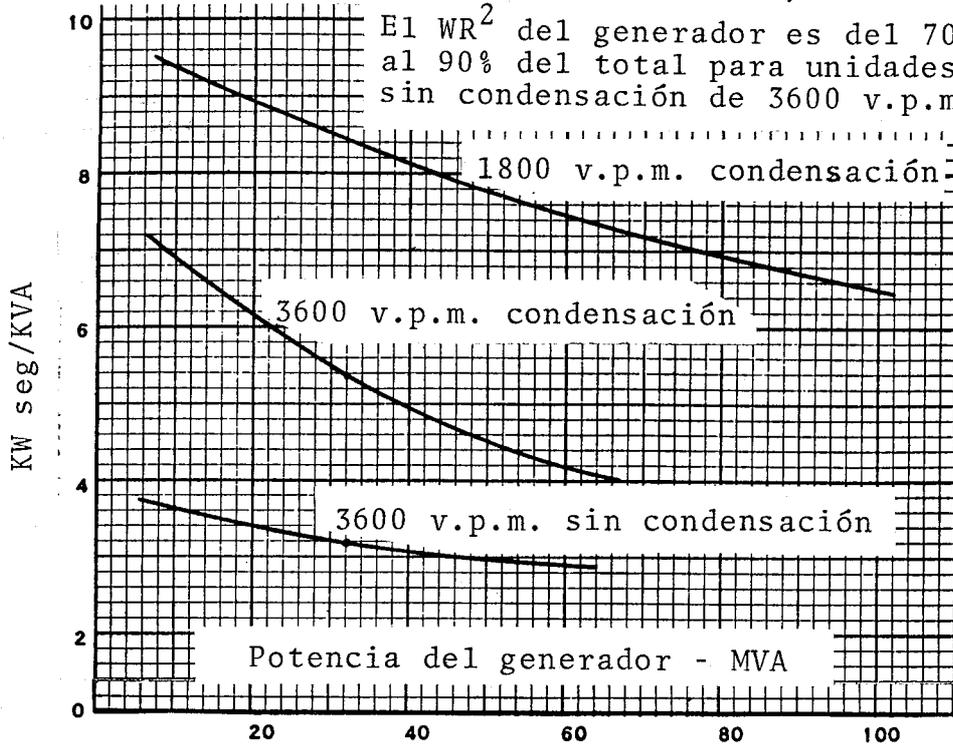


Fig. 8 Constante de inercia de grandes turbogeneradores (turbina incluida)

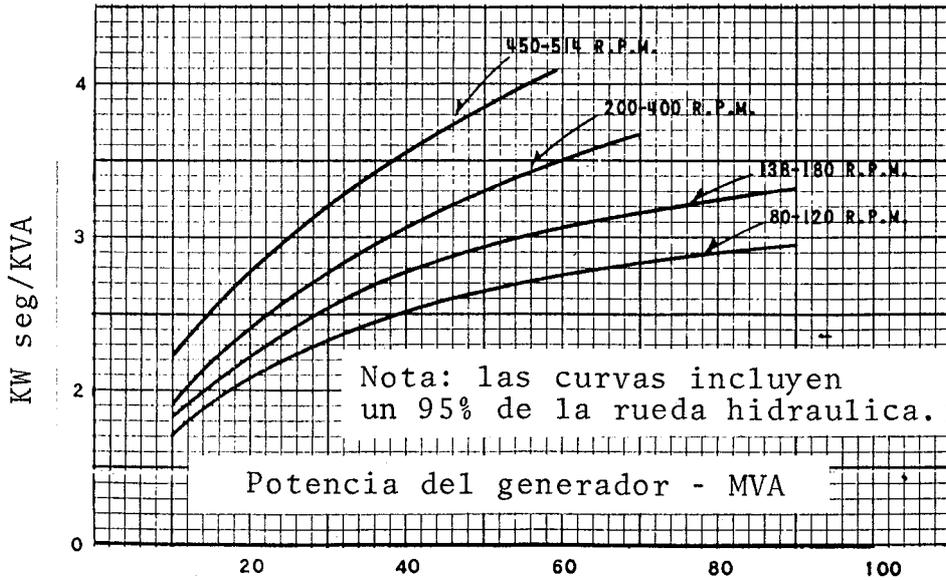


Fig. 9 Constantes de inercia de grandes turbinas hidraulicas de eje vertical.

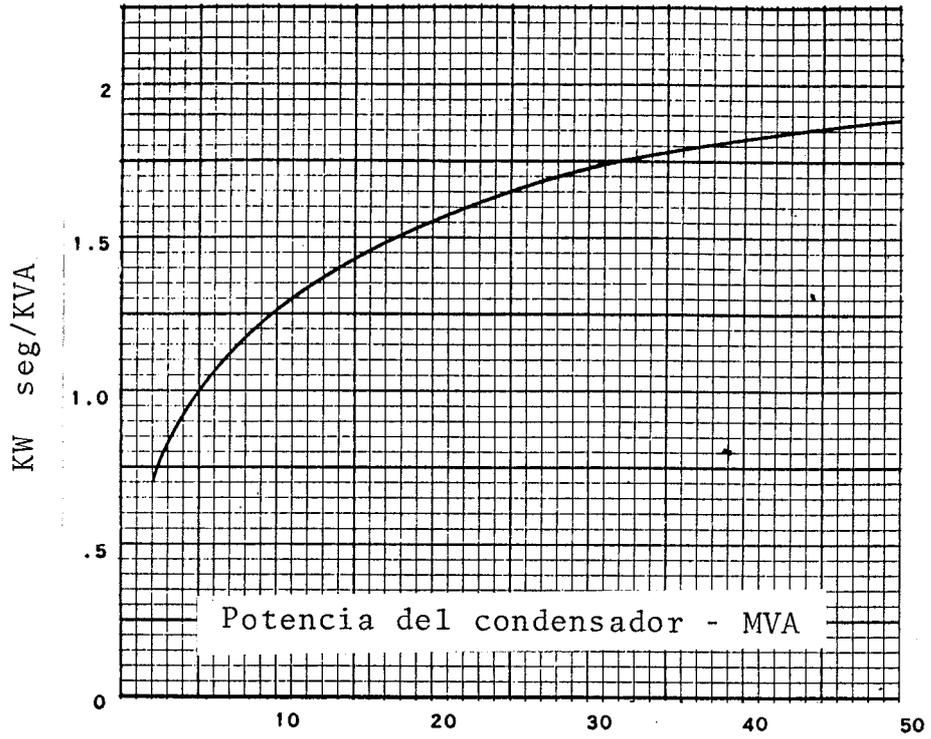


Fig.10 Constantes de inercia de condensadores sincronicos.

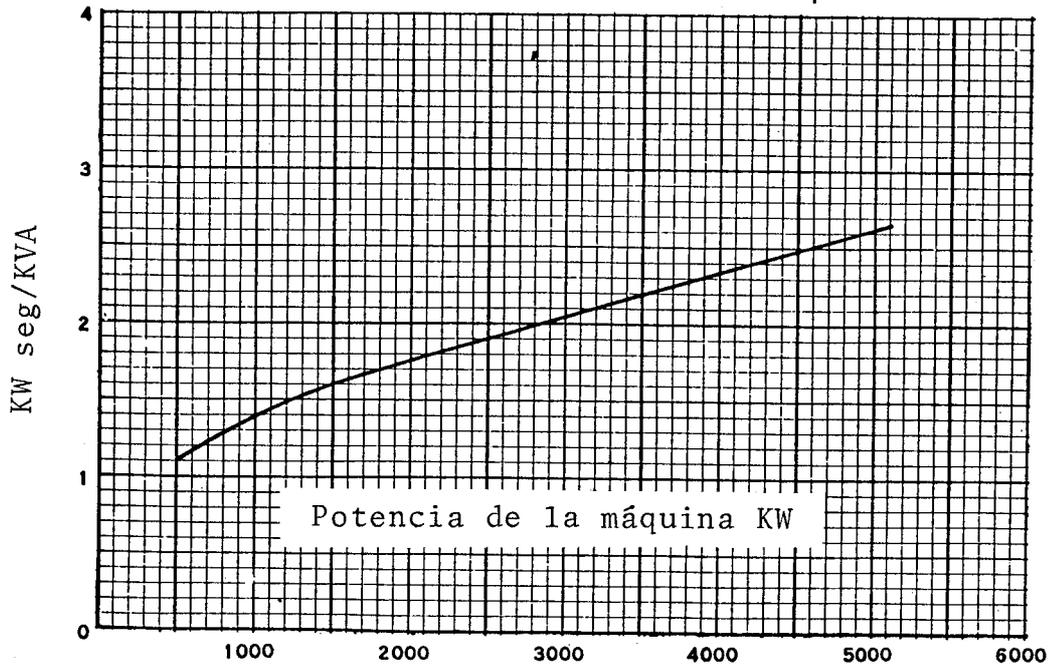


Fig.11 Constante de inercia de convertidores rotantes de 60 ciclos.

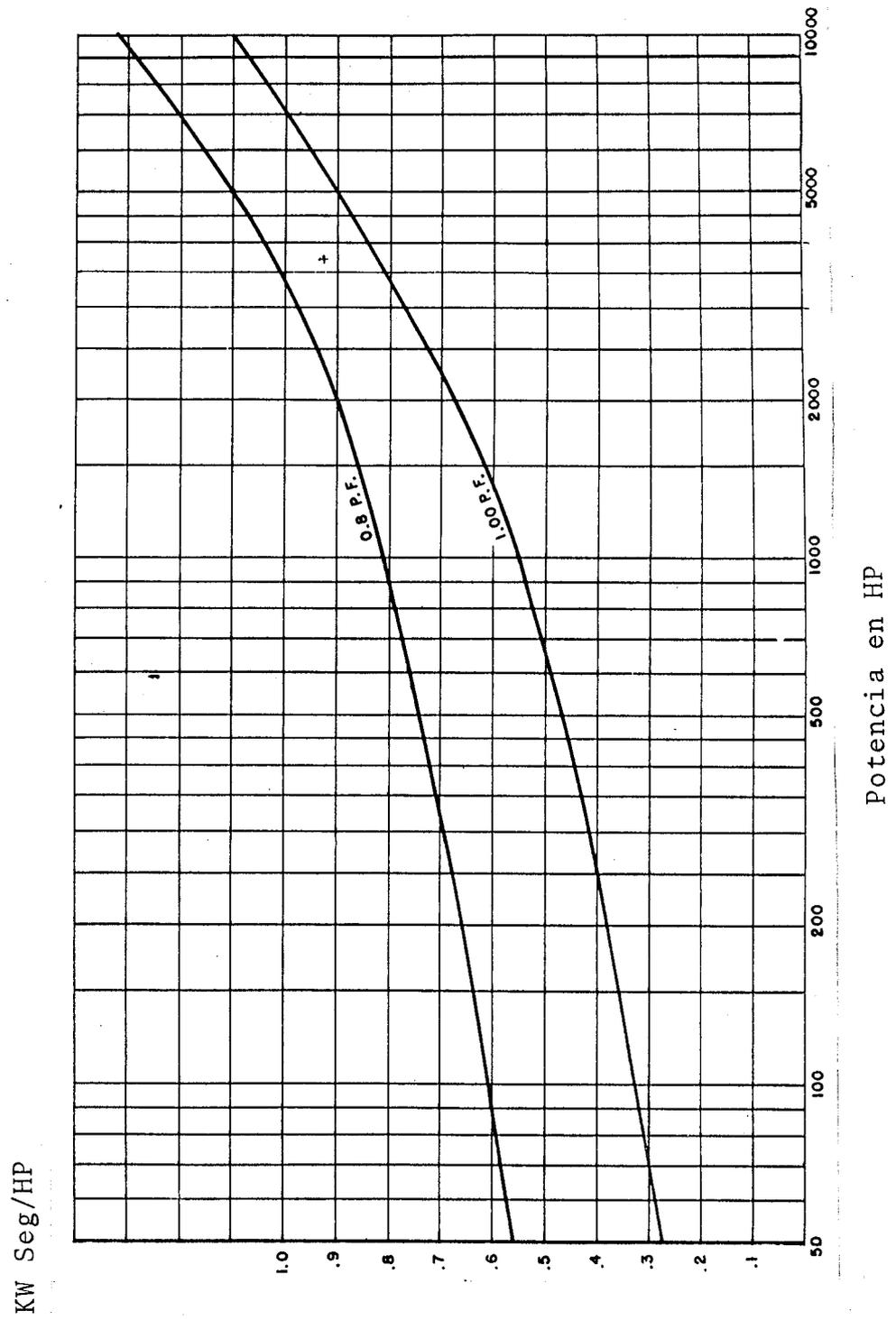


Fig.12 Constantes de inercia de motores sincronicos.

FUNCIONAMIENTO EN CORTOCIRCUITO DE LAS MAQUINAS SINCRONICAS

CCB00.PDF

	Bibliografia	212 / 223
--	---------------------	------------------

BIBLIOGRAFIA CORRESPONDIENTE AL TEMA

- BLONDEL A. - A translation by C.D. MAILLOUX, 1913, Par. 2 Mc Graw-Hill Book Co «Synchronous motors and converters».
- BUSH V. and BOOTH R.D. - «Power Systems Transients», AIEE trans; vol. 44, 1925 pp. 80-97
- DOHERTY, R.E. and E.T. WILLIAMSON - «Short Circuit Current of Production Motors and Generators» AIEE Trans. vol. 40, 1921, discussion p. 548.
- BLONDEL A. - «Compléments a la théorie des alternateurs a deux reactions» Rev. Gén. Electr. 1922.
- DOHERTY, R.E. and C.A. NICKLE - «Synchronous Machines», Pts I and II AIEE Trans., vol. 45, 1926.
- DOHERTY, R.E. and C.A. NICKLE - «Synchronous Machines», Pt III AIEE Trans. vol. 46, 1927, Pts IV AIEE Trans, vol. 47, 1928.
- WIESEMAN R.W. - «Graphical determination of magnetic field, practical applications to salient-pole Synchronous Machines», AIEE Trans. vol. 46, 1927, pag. 141-154.
- PARK. R.H. - «Definition of an Ideal Synchronous Machine» Gen. Elect. Rev., 1928.
- PARK. R.H. and B.L. ROBERTSON - «The Reactances of Synchronous Machines» AIEE Trans., Vol. 47 pagg. 516, 1928.
- P.L. ALGER - «Calculation of the armature reactance of Synchronous Machines», AIEE Trans., Vol. 47, 1928 pag. 493-512.
- ROBINSON, P.H. - «Practical consideration affecting quick-response excitation of Synchronous Machines». Elec. Jour., February, 1928 pag. 65.
- PARK R.H. - «Two reaction theory of Synchronous Machines». Part I AIEE Trans. Vol. 48, pag. 716, 1929.
- WAGNER C.F. - «Effect of Armature Resistance upon hunting of Synchronous Machines» AIEE Trans., Vol. 49, pag. 1011, 1930.
- DOHERTY, R.E. and C.A. NICKLE - «Synchronous Machines» - Pt. V AIEE Trans. Vol. 49, pag. 700, 1930
- KILGORE, L.A. - «Calculation of Synchronous Machine Constants», AIEE Trans., vol. 50, pag. 1201, 1931.
- WRIGHT, J.H. - «Determination of Synchronous Machine Constants by test» AIEE Trans, vol. 50, pag. 1331, 1931.
- WAGNER C.F. - «Damper winding for Water-wheel generators» AIEE Trans., Vol. 50, 1931 - pag. 140-151.
- HAHN W.C. and WAGNER C.F. - «Standard Decrement Curves» AIEE Trans., 1932, pag. 353-361.
- SHILDNECK L.P. - «Synchronous machine reactances, a fundamental and physical viewpoint» Gen. Elec. Rev., Vol. 35, November, 1932 pag. 560-565.
- FALLOW M. - «Courants de court-circuit» - Paris 1933.
- EVANS R.D., and WAGNER C.F. - «Symmetrical components» Mc Graw-Hill, 1933.
- WAGNER C.F. - «Decrement of short-circuit currents» Elec. Jour, May, 1933, pag. 205.
- PARK R.H. - «Two - Reaction theory of Synchronous Machines». Part. II AIEE Trans., vol. 52, 1933 pag. 352.
- KILGORE L.A. - «Effects of saturation on Machines reactances» AIEE Trans. May 1935.
- RÜDENBERG R. - «Saturated Synchronous Machines under transient conditions in the pole axis» AIEE Trans. vol. 61 - June 1942, pag. 297.
- RANKIN A.W. - «Equations of the idealized Synchronous Machines» Gen. Elect. Rev. 1944.
- CONCORDIA C. and MAGINNIS - «Inherent errors in the determination of synchronous - machine reactances by test». AIEE Trans., vol. 64, 1945 pag. 288-294.
- RANKIN A.W. - «Per unit impedances of Synchronous Machines» AIEE Trans. Vol. 64, 1945 Part. I, pag. 569-573 - Part. II - pag., 839-841.
- RANKIN A.W. - «The direct and quadrature - axis equivalent circuits of the Synchronous Machines» AIEE Trans., vol. 64, 1945, pag. 861-869.
- CRARY S.B. - «Power System Stability, Vol. I, Steady state stability. Vol. II Transient stability», John Wiley e Sons, 1947.
- MAUDUIT A. - «Installations électriques», Dunod, Paris, 1949.

- MIKHAIL S.L. - «Potier reactance for salient-pole Synchronous Machines» AIEE Trans., vol. 69, Juin 1950.
- CLARKE, E. - «Circuit analysis of A-C power circuits» John Wiley & Sons, 1943 (vol. I) - 1950 (Vol. II).
- «Electrical Transmission and Distribution Reference book», WESTINGHOUSE ELECTRIC CORPORATION, 1950.
- CONCORDIA C. - «Synchronous machines theory and performance» John Wiley & Sons, 1951.
- KRON G. - «Equivalent circuits of electric machinery» John Wiley & Sons, 1951.
- PETERSON H.S. - «Transients in power systems» John Wiley & Sons, 1952.
- TONIOLO S.B. - «Requisiti e scelta delle apparecchiature di protezione e di manovra per gli impianti elettrici di bordo a corrente alternata» Rendiconti AEI - Genova 1955, n. 103, pag. 5, con 1 fig.
- FABRIZI D. - «I servizi ausiliari elettrici delle centrali termoelettronucleari» Elettrotecnica, agosto 1959, vol. 46, n° 8 Bis, Riunione AEI - Venezia 1959, pag. 554/555.
- TONIOLO S.B. e CANTARELLA G. - «La scelta degli interruttori di macchina per i generatori di correnti alternata nei riguardi della protezione contro corto circuito». Elettrotecnica, maggio 1959, vol. 46, n° 5, pag. 289/295, con 6 fig. ed 1 cit. bibl.
- TONIOLO S.B. - «Il potere di interruzione asimmetrico nella specificazione dei grandi interruttori». Elettrotecnica, dicembre 1959, vol. 46, n. 12, pagine 858/859, con 1 cit. bibl.
- FABRIZI D. - «Progettazione degli impianti elettrici industriali, protezione contro i corto circuiti, selettive ed in serie». Elettrotecnica maggio 1960, n° 5, pag. 173/182, con 11 fig. ed 1 tabella.
- FITZGERALD A.E. and KINGSELEY C. Jr. - «Electric machinery» McGraw-Hill, 1961
- TONIOLO S.B. - «L'importanza delle condizioni del circuito nella sollecitazione di un dispositivo d'interruzione». Elettrotecnica, marzo 1964, vol. 51, n. 3 bis, pag. 206/207, con 2 cit. bibl.
- FABRIZI D. - «The contribution of motors and generators to a short circuit. Results of Laboratory and Marine Test». AIEE Trans. - AI, Novembre 1964, vol. AI-84, n. 75, pag. 337/343, con 11 fig. 4 tab. e 8 cit. bibl.
- PETERSON R.S. - «Block diagrams of rotating machines» Electro-Technology, gennaio 1964, vol. 73, n.1, pag. 30/37, con 18 fig.
- ROBINSON, R.B. - «Inductance coefficients of rotating machines expressed in terms of winding space harmonics» - Proc. Inst. Electr. Engrs. aprile 1964, vol. III n° 4, pag. 769/774, con 1 fig., 12 tab. e 2 cit. bibl.
- «Teaching generalized machines». Electr. Times, 12 novembre 1964, vol. 146, n° 20, pag. 731, con 1 fig.
- «Teaching machine theory» Electr. Times, 5 novembre 1964, vol. 146, n. 19, pag. 676
- IKARI T. - «Equivalent Circuits of Polyphase Machines in Steady State» - Electr. Engng. - Japan, agosto 1964, vol. 84, n° 8, pag. 75/86, con 10 fig. e 4 cit. bibl.
- PARTON K.C. - «Synchronous machine behaviour under steady state and transient conditions» - Engineer, 25 dicembre 1964, vol. 218, n° 5683, pagine 1046/1049, con 11 fig. e 2 cit. bibl.
- THEYSSONEYRE F. - «Le machine synchrone anisotrope a pôles lisses». Rev. Gen. Electr. Gennaio 1964, vol. 73, n° 1, pag. 39/51 con 2 cit. bibl.
- DONATI, F. - «Le equazioni della macchina elettrica generalizzata» - Energia Elettrica, n° 3, 1965, pag. 175-197.
- NASSE. G. - «L'espace vectoriel, domaine de représentation de l'électrotechnique» Seconde partie: la machine synchrone à poles saillants - Bulletin de la Direction des études et recherches n° 4, 1968, série B, Electricité de France.
- KAMINOSOMO H. and NYEDA K. - «New Measurement of Synchronous Machines Quantities» - AIEE Trans, November 1968, vol. Pas 87 N° 11 pag. 1908-1918.

Nota: Las abreviaturas de las revistas citadas en la bibliografía figuran a continuación.

Los artículos indicados en la bibliografía se refieren a temas de interés general y pertenecen a las revistas que a continuación se indican.

Periodo 1948 - 1968

Allis-Chalmers Elect. Rev.	= Allis Chalmers Electrical Review, Milwaukee, Wis
Elec. Mfg	= Electrical Manufacturing. New York, N.Y.
Elect. Tech.	= Electric Technology, Moscow, USST
Electro-Tech.	= Electro-Technology, New York, N.Y.
Gen. Elect. Rev.	= General Electric Review, Schenectady, N.Y.
Jour, Franklin Inst.	= Journal, Franklin Institute, Philadelphia, Pa
Jour. IEE	= Journal, Institution of Electrical Engineers, London, England
Proc. IEE	= Proceedings Institution of Electrical Engineers, London, England
AIEE Trtns.	= AIEE Transaction, American Institute of Electrical Engineers, New York, N.Y. Part. II - Applications and Industry Part. III - Power Apparatus and Systems
IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems	
Westinghouse Engineer	= Westinghouse Engineer Pittsburgh
Electrical Engineering in Japan	

Periodo 1964 - 1968

Electr. Times Engineer	= Electrical Times - London
ETZ-A	= The Engineer - London
Electr. Rev.	= Elektrotechnische Zeitschrift S.A. - Berlino
Rev. Gén. Electr.	= Electrical Review - London
Electronics Pwr	= Revue Générale de l'Electricité - Parigi
Siemens Z	= Electronics & Power - Londra
Bulletin Oerlikon	= Siemens Zeitschrift - Erlangen
Rev. Brown Boveri	= Bulletin Oerlikon - Zurich
Bull. A.S.E.	= Revue Brown Boveri - Baden
Bull. Egù	= Bulletin de l'Association Suisse des électriciens Zurich
Arch. Elektrotechnik	= Bulletin Egù - Praga
Energia Elettrica	= Archiv für Elektrotechnik - Berlino
Elettrificazione	= l'Energia Elettrica - Milano
Energetika	= Elettrificazione - Milano
E. u. M.	= Energetika - Praga
Marelli	= Elektrotechnik und Maschinenbau - Wien
Elektrizitätswirt	= Marelli - Milano
Int. J. Control	= Elektrizitätswirtschaft - Francoforte
Elin Z.	= International Journal of Control - London
Electricidade	= Elin Zeitschrift - Wien
AEG-Mitteilungen	= Electricidade - Lisboa
Automaz. Strumentaz.	= AEG - Mitteilungen - Berlino
AEG Progress	= Automazione e strumentazione - Milano
Bull. AIM	= AEG Progress - Berlino
Power	= Bulletin Scientifique de l'Association des ingénieurs électriciens sortis de l'institut électrotechnique Montefiore - Bull. AIM Liège.
Electronics Pwr	= Power - New York
Automatisme	= Electronics & Power - Londra
ASGEN	= Parigi
Elektrie	= ASGEN - Genova
Electrotechn. et énerget	= Elektrie - Berlino
	= Electrotechnique et énergetique - Bucarest.

TEORIA GENERAL

1. Steady-state equivalent circuits of synchronous and induction machines, G. Kron. - AIEE Trans., vol. 67, pt. I, 1948, pp. 175-81.
2. Single-phase synchronous-machine, I.E. Terry, B.L. Robertson - Ibid., pp. 186-93.
3. Performance of the single-phase synchronous machine, B.L. Robertson, T. A. Rogers. - Ibid., pp. 194-96.
4. Induction and synchronous motors with unlaminated rotors, W.J. Gibbs. Jour. IEE, vol. 95, pt. II, 1948, pp. 411-20.
5. Spring and Damping Coefficient of synchronous machines and their application, L.A. Kilgore, E.C. Whitney - AIEE Trans., vol. 79, pt. I, 1950 pp. 226-30.
6. Analysis of synchronous machine short circuits, R.D. Camburn, E.T.B. Gross. Ibid., pt. II, pp. 671-79.
7. Classification of the reference frames of a synchronous machine, G. Kron - Ibid., pp. 720-27.
8. Synchronous machine damping torque at low speeds, C. Concordia - Ibid., pp. 1550-53.
9. Synchronous machine damping and synchronizing torques, C. Concordia - Ibid., vol. 70, pt. I, 1951, pp. 731-37.
10. Voltage rating versus Horsepower of synchronous and induction motors. C. E. Miller - Ibid., vol. 71, pt. II, 1952, pp. 306-11.
11. Transient analysis of synchronous machines, R.E. Vowels - Proc. IEE, vol. 99, pt. IV, 1952, pp. 204-16.
12. Rotating-field theory and general analysis of synchronous and induction machines, Y.H. Ku - Ibid., pp. 410-428.
13. Operating characteristics of salient pole machines, J.H. Walker - Ibid., vol. 100, pt. II, 1953, pp. 13-24.
14. Short-circuit capabilities of synchronous machines for unbalanced faults, P.L. Alger, R.F. Franklin, C.E. Kilbourne, J.B. McClure - AIEE Trans., pt. III, vol. 72, 1953, pp. 395-404.
15. Effects of negative-sequence currents on turbine-generator rotors, E.I. Polard - Ibid., pp. 404-05.
16. Harmonics due to slots in electric machines, R.A. Hartz, R.M. Saunders - Ibid., pt. III-B, vol. 73, 1954, pp. 946-49.
17. Synchronous machine analogues for use with the network analyzer, J.E. Van Ness - Ibid., pp. 1954-60.
18. Saturation effects in synchronous machines, D. Hamdi-sepen - Ibid., pp. 1349-53.
19. Effect of synchronous-machine transient rotor saliency on changes in terminal voltage, C. Concordia - Ibid., pt. III, vol. 74, 1955, pp. 25-31.
20. The tensor equations of electrical machines. J.W. Lynn - Proc. IEE, vol. 102, pt. C, 1955, pp. 149-57.
21. Characteristics of permanent magnet synchronous motors, F.W. Merrill - Elect. Mfg., vol. 57, Jan. 1956, pp. 88-95.
22. Hunting of a salient-Pole synchronous machine during starting, C. Concordia - AIEE Trans., pt. III, vol. 75, 1956, pp. 29-31.
23. Harmonics of the salient-pole synchronous machine and their effects, Part I. MMF Harmonics produced by the armature and damper winding, M. Liwschitz-Garik - Ibid., pp. 35-39.
24. The theory of anisotropic field structures in synchronous machines, J.F. H. Douglas - Ibid., pp. 84-86.
25. Third-harmonic voltage generation in salient-pole synchronous machines, G. Angst, J. L. Oldenkamp - Ibid., pp. 434-41.
26. Capacitive loading of saturated synchronous machines, I.S.L. Mikhail, C. A. Keener - Ibid., pp. 1457-63.
27. Voltage-excitation characteristics of synchronous machines, K.H. Walker. Proc. IEE, vol. 103, pt. A, 1956, pp. 541-44.
28. The application of the frequency-response method to electrical machines, S.K. Sen, B. Adkins. Proc IEE, vol. 103, pt. C. 1956, pp. 378-91.
29. Synchronizing out of phase, A.J. Wood - AIEE Trans., pt. III, vol. 76, 1957, pp. 1-10.
30. Harmonics of the salient pole synchronous machine and their effects, Part II synchronous torques, M. M. Liwschitz-Garik - Ibid., pp. 275-81.
31. Effect of Clearing time on synchronous machine transient stability, G. Shackshaft, A.S. Aldred - Ibid., pp. 633-37.
32. Simulation of the operational impedances of synchronous machines on network analyzers, C. Adamson, A. M. S. El-Serafi - Ibid., pp. 1373-78.

33. An experimental investigation of tooth-Ripple flux pulsations in smooth laminated pole-shoes, I. Greig, K. C. Mukherji - Proc. IEE, vol. 104, pt. C. 1957, pp. 332-38.
34. An analysis of tooth-ripple phenomena in smooth laminated pole-shoes, H. Bondi, K.C. Mukherji - Ibid., pp. 349-57.
35. A complete equivalent circuit of a synchronous machine, I. Giaeveer. AIEE Trans., pt. III, vol. 77, 1958, pp. 204-09.
36. Random Paralleling of Aircraft alternators, F.B. de Mello, H.M. Rustbakke - Ibid., pt. II, pp. 322-30.
37. A basic analysis of synchronous machines - Part I, W.A. Lewis - Ibid. pt. III, pp. 436-56.
38. Harmonics of the salient-pole synchronous machine and their effects. Part III - Differential leakage of the damper winding with respect to the main wave current distribution in the damper bars, M. M. Liwschitz-Garik - Ibid., pp. 462-70.
39. End component of armature leakage reactance of round-rotor generators, R.T. Smith - Ibid., pp. 636-47.
40. Digital computation of synchronous generator Pull-out characteristic, W. F. Cawson, H.E. Brown - Ibid., pp. 1315-18.
41. Parallel operation of two synchronous machines, J.H. Walker, N.Kerruish. Proc. IEE, vol. 105, pt. A, 1958, pp. 47-61.
42. Tensor analysis of electrical machine hunting, J. W. Lynn - Ibid., pt. C. pp. 420-31.
43. The problem of the approximate analytical solution of oscillations of a synchronous machine. B.L. Konstantinov. Elect. Tech., vol. 2, Apr. 1959, pp. 224-29.
44. Transfer functions of a loaded synchronous machine, DM Hamdi-Sepen. AIEE Trans., pt. II, vol. 78, 1959, pp. 19-24.
45. Synchronous machine redesign using a digital computer, R.M. Saunders, M. A. Pai - Ibid., pt. III, pp 28,34.
46. Constant-excitation current-locus diagrams of saturated salient-pole synchronous machines, S.A. Nasar - Ibid., pp. 266-68.
47. An accurate method of calculation of subtransient reactances of synchronous machines, K.B. Menon - Ibid., pp. 371-79.
48. The application of digital computers to rotating-machine design, G.W. Herzog, O.W. Andersen, J. Scrimgeour, W.S. Chow - Ibid., pt. III-A, pp. 814 - 20.
49. An analysis of solid rotor machines, Part. I - Operational impedances and equivalent circuits, A.J. Wood, - Ibid., pt. III-B, pp. 1757-65.
50. An analysis of solid rotor machine. Part II - The effects of curvature, A.J. Wood, C. Concordia - Ibid., vol. 78. pt. III-B, pp. 1666-73.
51. The calculation of the magnetic field of rotating machines. Part I - The field of a tubular current, P. Hammond - Proc. IEE, vol. 106, pt. C. 1959, pp. 158-64.
52. The brushless synchronous motor, G.M. Rosenberry Jr. - Elect. Mfg., vol. 65, June 1960, pp. 125-28.
53. Application of the superposition principle to the study of AC Machines, I. I. Treschen. Elect. Tech., vol. 3, July 1960, pp. 465-78.
54. An analysis of solid rotor machines Part III - Finite length effects, A. J. Wood, C. Concordia - AIEE Trans., pt. III. vol. 79, 1960. pp. 21-26.
55. An analysis of solid rotor machines. Part IV - An approximate nonlinear analysis, A.J. Wood, C. Concordia. - Ibid., pp. 26-31.
56. End component of zero-sequence reactance of A-C machines, R.T. Smith. - Ibid., pp. 259-64.
57. Voltage harmonics of salient-pole generators under balanced 3-phase loads II, D. Ginsberg, A.L. Jokl - Ibid., pp., 560-66.
58. Pole-changing of salient-pole synchronous machines, K. Sano. - Ibid., pp. 948-55.
59. The application of the method of images to machine end-winding fields, C. J. Carpenter - Proc. IEE, vol. 107, pt. A. 1960, pp. 487-500.
60. A new form of the tensor equations of electrical machines, G.S. Brasan - Ibid., pt. C, pp. 299-305.
61. The technical and price advantage of synchronous motors, I.A. Syromyatnikov - Elect. Tech., vol. 4, 1961, pp. 599-618.
62. Synchronizing and damping torque coefficients of synchronous machines, R.V. Shepherd - AIEE Trans., pt. III, vol. 80, 1961, pp. 180-89.
63. Derivation of the basic constants of the general induction machines in terms of winding parameters, T.D. Graybeal - Ibid., pp. 548-56.
64. An experimental effective value of quadrature-axis synchronous reactance of a synchronous machine, R.E. Steven - Proc. IEE, vol. 108, pt. A, 1961. pp. 559-66.
65. Frequency response analysis of the stabilizing effect of a synchronous machine damper. A.S. Aldred, G. Shackshaft - Ibid., pt. C. pp. 58-63.
66. A hunting analysis of a permanent-magnet alternator and a synchronous motor, M.H. Walshaw, J. W. Linn - Ibid., pp. 516-27.

GENERADORES SINCRONICOS

1. Power-generating units - All in one, J.C. Spahr, M.A. Nelson, J.G. Partlow. Westinghouse Engr., vol. VIII, July 1948, pp. 116-18.
2. Generator stability at low excitation, E.L. Michelson, L.F. Lischer. AIEE Trans., pt. I, vol. 67, 1958, pp. 1-9.
3. Underexcited operation of turbogenerators, C.G. Adams, J.B. McClure, Ibid., pp. 521-28.
4. A new method of predetermining the regulation of alternators at unit and lagging power factors, D. Harrison, C.V. Jones - Jour. IEE, vol. 95, pt. II, 1948, pp. 374-77.
5. Engine driven generators, D.W. Clugston - Gen. Elect. Rev., vol. 52, no. 9, Sept. 1949, pp. 21-26.
6. A semiempirical approach to voltage dip - with suddenly applied loads on A-C generators, L.T. Rosenberg. - AIEE Trans., vol. 68, pt. I, 1949, pp. 160-67.
7. Slot ripples in alternator EMF Waves, J.H. Walker - Jour. IEE, vol. 96, pt. II, 1949, pp. 81-92.
8. Evolution and eventualities of A-C generation, C.M. Laffoon - Westinghouse Engr., vol. X, Jan. 1950, pp. 20-30.
9. Is more inertia the answer? G. Byberg. V.J. Egan - Allis-Chalmers Elect. Rev., first quarter, 1950, pp. 22-27.
10. Design calculations for A-C generators, D. Ginsberg - AIEE Trans., vol. 69, pt. II, 1950, pp. 1274-82.
11. Symmetrical short circuits on saturated alternators, S.L. Mikhail - Ibid., pp. 1554-62.
12. A-C power plants for passenger cars, I. S. Ritter, H.H. Hanft. - Westinghouse Engr., vol. VII, May 1951, pp. 87-90.
13. Hydro-generators - rugged individualists, H.H. Roth. - Allis-Chalmers Elect. Rev., fourth quarter, 1951, pp. 22-26.
14. Progress in the development of large turbine generators, E.D. Huntley, H. D. Taylor - AIEE Trans., vol. 70, pt. I, 1951, pp. 580-92.
15. The use of preferred orientation strip steel in turbine-generator stators, J. W. Apperson, C.B. Fontaine - Ibid., pp. 836-40.
16. Turbogenerator for use in short-circuit testing, S. Bechwith - Ibid., pt. II, 1951, pp. 2016-20.
17. Synchronous machines with unsymmetrical loading. D. Harrison - Proc. IEE, vol. 98, pt. II, 1951, pp. 371-76.
18. Transient theory of synchronous generators connected to power systems, B. Adkins - Ibid., pp. 510-28.
19. Pull-out reserve - controlled and indicated, T.B. Montgomery, D.V. Hotson, Allis Chalmers Elect. Rev., first quarter, 1952, pp. 11-17.
20. The significance of generator short-circuit ratio, C.M. Laffoon - Westinghouse Engr., vol. VIII, Nov. 1952, pp. 207-08.
21. Synchronous machines with rotating permanent magnet fields. Part I - Characteristics and mechanical construction, M.W. Brainard. - AIEE Trans., pt. III, vol. 71, 1952, pp. 670-76.
22. New large short-circuit testing generators, C.E. Kilbourne - Ibid., pp. 829-37.
23. Synchronous machines with rotating permanent-magnet fields. Part II - magnetic and electrical design considerations, F. Strauss - Ibid., pp. 887-93.
24. The transient stability of alternators: A graphical solution on the two-machine case, J.C. Prescott - Proc. IEE, vol. 99, pt. IV, 1952, pp. 367-71.
25. Selecting generators for hydro-electrical plants, H.H. Roth - Allis-Chalmers Elect. Rev., first quarter, 1953, pp. 20-26.
26. Calculation of No-Load wave shape of salient-pole A-C generators, D. Ginsberg, A.L. Jokl, L.M. Blum - AIEE Trans., pt. III, vol. 72, 1953, pp. 974-80.
27. The propagation of surge voltages through high-speed turbo-alternators with single-conductor windings, B.C. Robinson - Proc. IEE, vol. 100, pt. II, 1953, pp. 453-67.
28. New developments in armature winding arrangements for large turbine generators, D. Harrington, J. E. McElligott - AIEE Trans., pt. III-A, vol. 73, 1954, pp. 582-87.
29. The propagation of surge voltages through large turbo-alternators with two parallel windings, B.C. Robinson - Proc. IEE, vol. 101, pt. II, 1954, pp. 335-40.
30. Transient theory of synchronous generators under unbalanced conditions, Y.K. Ching, B. Adkins. - Ibid., pt. IV, pp. 166-82.

31. Turbine generator operation and maintenance Practice of Philadelphia Electric company, E.I. Gallagher - AIEE Trans., pt. III, vol. 74, 1955, pp. 48-49.
32. Steam turbine-generator operating and maintenance methods of the southern California Edison company, C.L. Sidway, C.M. Clevenger - Ibid., pp. 60-65.
33. Improved field conductor materials for turbine generators, C.H. Holley, R.E. Savidge - Ibid., pp. 72-76.
34. Operation of turbine generators during off-peak high-power-factor periods-practices of one utility in a metropolitan area, W.J. Roberts, R.L. Webb - Ibid., pp. 461-67.
35. The capability of alternators, R. W. Bruck, H.K. Messerle - Proc. IEE, vol. 102, pt. A. 1955, pp. 611-18.
36. Oriented steel and today's Turbine generators, G.W. Staats - Allis-Chalmers Elect. Rev., first quarter, 1956, pp. 18-20.
37. Fundamental equations for analogue studies of synchronous machines, D. B. Breedon, R. W. Ferguson - AIEE Trans., pt. III, vol. 75, 1956, pp. 297-306.
38. Operation of large steam turbine generators, J.H. Carter, R.E. Gormann. Ibid., pp. 217-26.
39. The propagation of surge voltages through turboalternators with concentric-conductor-type windings, B.C. Robinson - Proc. IEE, vol. 103, pt. A, 1956, pp. 355-74.
40. Design features of today's large turbine generators, L.T. Rosenberg. - Allis-Chalmers Elect. Rev., second quarter, 1957, pp. 20-21.
41. High-capacity alternators for power stations, W.J. Carfrae - Jour. IEE, vol. 3, 1957, pp. 74-80.
42. Electronic-analogue-computer study of synchronous-machine transient stability, A.S. Aldred, P.A. Doyle - Proc. IEE, vol. 104, pt. A, 1957, pp. 152-60.
43. Salient-pole permanent-magnet alternators for high speed drive, A.T. Puder, F. Strauss - AIEE Trans., pt. II, vol. 76, 1957, pp. 333-38.
44. Eddy currents in the end portion of turbine-generator stator windings, G.W. Staats - Ibid., pt. III, 1957, pp. 384-92.
45. Turbine-generator rotor prewarming, W.J. Gilson, Jr., M. Temoshok - Ibid. pp. 549-56.
46. Low-cost powerhouse vertical water-wheel generators, D.R. Ritcey, C.C. Sargeant - Ibid., pp. 833-37.
47. Permanent magnet generators. Part I - Theory, D.J. Hanrahan, D.S. Toifolo - Ibid., pp. 1099-1103.
48. A new device ensuring operating reliability of large constant-gap generators in underexcited conditions, F.M. Cahen, B.E. Favez - Ibid., pp. 1146-52.
49. The trend to larger turbine generators, J.K. Dillard, C.J. Baldwin - Westinghouse Eng., vol. XVIII, Nov. 1958, pp. 162-66.
50. The evolution of the modern waterwheel generator in Canada, G.D. Floyd, H.R. Sills - AIEE Trans., pt. III, vol. 77, 1958, pp. 6-16.
51. The turbonator: design and development, J.T. Duane, J.W. Harrison - Ibid., pt. II, pp. 316-22.
52. Experience in using a high-speed computer in the design of large turbine generators, D. Harrington, N.H. Larney. - Ibid., pt. III, pp. 1230-36.
53. Design features and characteristics of large steam turbine generators, S. C. Barton, J.A. Massingill, H.D. Taylor - Ibid., pp. 1335-48.
54. Present-day large steam-turbine-generator design practice, J.J. Fleischmann G.W. Staats - Ibid., pp. 1348-53.
55. Turbogenerators of 30 to 200 MW power built by Khetz factory, L.Ia. Stanislavskii - Elect. Tech., vol. 1, Jan. 1959, pp. 50-60.
56. A close look at large generator rotors, L.T. Rosenberg - Allis-Chalmers Elect. Rev., second quarter, 1959, pp. 26-27.
57. Automatic control of internal angle on synchronous machines, V.A. Kinitzky - AIEE Trans., pt. III-A, vol. 78, 1959. pp. 225-31.
58. Modern large steam turbines and generators, J.W. Batchelor, C.C. Franck, Sr - Ibid., pp. 307-15.
59. The analysis of sudden-short-circuit oscillograms of steam-turbine generators, D. Harrington, J.I. Whittlesey. - Ibid., pp. 551-65.
60. An unusual method for replacing a rotor spider in a water-wheel generator P.M. Bell, W.R. Small, Jr. - Ibid., pt. III-B, pp. 1469-73.

61. Voltage harmonics of salient-pole generators under balanced 3-phase loads Part I, D. Ginsberg, A.I. Jokl - *Ibid.*, pp. 1573-80.
62. Short-circuit torques in turbine generators, P.I. Nippes - *Ibid.*, pp. 1677-83.
63. Turbine-generators face new TIF requirements, L.T. Rosenberg - *Allis Chalmers Elect. Rev.*, fourth quarter, 1960, pp. 4-7.
64. Field suppression of turbo-alternators, J.R. Hill, A. Hunt, W.J. Joyce, D. H. Tompsett - *Jour. IEE*, vol. 6, 1960, pp. 169-70.
65. Digital computer study of the resynchronizing of a turboalternator, R.N. Sudan - *AIEE Trans.*, pt. III, vol. 79, 1960, pp. 1120-29.
66. Transient torque and load angle of a synchronous generator following several types of system disturbance, D.B. Mehty, B. Adkins - *Proc. IEE*, vol. 107, pt. A, 1960, pp. 61-74.
67. A frequency-response method for the predetermination of Synchronous-machine stability, A.S. Aldred, G. Shackshaft - *Ibid.*, pt. C, pp. 2-10.
68. Precise Variable-speed constant-frequency alternator, W.R. Appleman. - *Electro-Tech.*, vol. 68, Aug. 1961, pp. 63-65.
69. Cross-Compound turbine-generator turning-gear synchronization study. I - analysis using digital computation, C.M. Lane, T.H. Kuo - *AIEE Trans.*, pt. III, vol. 80, 1961, pp. 282-91.
70. Cross-compound turbine-generator turning gear synchronization study. II - Fields test investigation, C.M. Lane, P. Barth - *Ibid.*, pp. 291-99.
71. Limiting curves for transient stability, A. Johannesen, J.A. Harle - *Ibid.*, pp. 768-74.
72. The inductance coefficients of a salient-pole alternator in relation to the two-axis theory, G.W. Carter, W.I. Leach, J. Sudworth - *Proc. IEE*, vol. 108, pt. A, 1961, pp. 263-70.
73. The calculation of the magnetic fields of rotating machines. Part 2: the field of turbo-generator end windings, D.S. Ashworth, P. Hammond - *Ibid.*, pp. 527-38.
74. The magnetic field of the end-windings of turbo-generators, P.J. Lawrenson - *Ibid.*, pp. 538-53.

ENSAYOS, RENDIMIENTO, PERDIDAS.

1. Tests for turbine generator performance, J.Y. Jackson, C.B. Fontaine - General Elect. Rev., vol. 54, June 1951, pp. 53-60.
2. Interlaminar insulation test for synchronous machine stators, H.R. Tomlinson - AIEE Trans., pt. III, vol. 71, 1952, pp. 676-77.
3. Simplified measurement of subtransient and negative sequence reactances in salient-pole synchronous machines, F.K. Dalton, A.W.W. Cameron - Ibid. pp. 752-57.
4. Measurements of the load angle of synchronous machines, E.A. Livingston; Proc. IEE, vol. 100, pt. II, 1953, pp. 333-35.
5. Short-circuit capabilities of synchronous machines for unbalanced faults, P.L. Alger, R.F. Franklin, C.E. Kilbourne, J.B. McClure - AIEE Trans., pt. III, vol. 72, 1953, pp. 394-404.
6. Effect of negative-sequence currents on turbine-generator rotors, E.I. Polard - Ibid., pp. 404-06.
7. Factory testing of large turbine generators, R.W. Stevens, M.D. Ross - Ibid. pp. 676-81.
8. Characteristics of split-phase currents as a source of generator protection H.R. Sills, J.L. McKeever - Ibid., pp. 1005-16.
9. Stray losses in the armature end iron of large turbine generators, R.L. Winchester - Ibid., vol. 74, 1955, pp. 381-91.
10. Field tests of response of excitation system for synchronous condenser A.N. Eliassen - Ibid., vol. 75, 1956, pp. 577-82.
11. Measurement of rotor displacement angle on synchronous machines, V. A. Kinitsky - Ibid., vol. 77, 1958, pp. 349-53.
12. Friction and windage-loss tests of McNary generator with coupled and uncoupled turbine, D.R. Cox, R.L. Krahn - Ibid., pp. 818-20.
13. A method of measuring and displaying generator rotor angle, J.N. Prewett - Proc. IEE, vol. 105, pt. A, 1958, pp. 605-08.
14. Generator rotor angle measurement by stroboscopic means, E.B. Powell, M.E. Harper - Ibid., pp. 609-12.
15. Eddy currents in synchronous and asynchronous machines with unlaminated rotors I.M. Postnikov - Elect. Tech., vol. 4, Dec. 1959, pp. 463-79.
16. A method of measuring self-inductances applicable to large electrical machines, J.C. Prescott, A.K. El-Kharashi. - Proc. IEE, vol. 106, pt. A, 1959, pp. 169-73.
17. An experimental study of new methods of determining the parameters of AC machines, M.P. Kostenko, E.I. Kazovskii, I.B. Danilevich - Elect. Tech., vol. 6, 1960, pp. 273-80.
18. The impulse characteristics of turbine generators, V.A. Liul'ko - Ibid., vol. 7, 1960, pp. 473-80.
19. The measurement of transient torque and load angle in model synchronous machines, R.N. Sudan, V.N. Manohar, B. Adkins - Proc. IEE, vol. 107, pt. A, 1960, pp. 51-61.
20. The relationship between the internal loss and reactive output of synchronous machines, I.A. Syromiatnikov. - Elect. Tech., vol. 1, 1961, pp. 123-32.
21. A method of determining the leakage inductance of stator windings in large AC machines without the rotor «out», R.R. Parts - Elect. Tech., vol. 2, 1961, pp. 294-301.
22. Pole face losses in alternators, J. Greig, K. Sathirakul - Proc. IEE, vol. 108, pt. C, 1961, pp. 130-38.
23. I.I. Bobrov and L.M. Zisman, A device for measuring and oscillographing the «Acceleration» angle of the rotor of a synchronous generator - Electric Technology (USSR), vol. 2, pp. 316-322, 1962.
24. H.W. Kudiacik and D.M. Willyoung, Local rotor winding temperature measurements for large turbine-generator fields - AIEE Trans. Power apparatus and Systems, vol. 81, pp. 687-694, 1962-1963.
25. P.H. Hermann, R. Mahrt, and H.H. Doon, Detecting and locating Interturn short circuits on turbine-generator rotors - IEEE Trans. Power apparatus and Systems, vol. 82, pp. 686-698, 1963.
26. Y.Y. Kazouskii and G.G. Rogozin, Test-determination of the response characteristics of large turbo-generators - Electric Technology (USSR), vol. 4, pp. 521-542, 1963.
27. J. Greig and E.M. Freeman, Simplified presentation of the eddy-current-loss equation for laminated pole-shoes - Proc. IEE, vol. 110, no. 7, pp. 1255-1259, 1963.
28. R.F. Grady and M.G. Cramp, Direct measurement of generator winding temperature using a miniature transmitter - IEEE Trans. Power apparatus and systems, vol. 84, pp. 1073-1080, 1965.
29. R.L. Jackson - Factors affecting the eddy-current loss in steel clamping bolts - Proc. IEE, vol. 112, no. 12, pp. 2353-2358, 1965.

EXCITACION

1. Rototrol provides generator excitation, C. Lynn, C.E. Valentine - Westinghouse Engr., vol. 8, Mar. 1948, pp. 34-36.
2. Rototrol excitation systems, J.E. Barkle, C.E. Valentine - AIEE Trans., vol. 67, pt. I, 1948, pp. 529-34.
3. Main exciter rototrol excitation for turbine generators, C. Lynn, C.E. Valentine - Ibid., pp. 535-39.
4. Steady-state stability of synchronous machines as affected by angle-regulator characteristics, C. Concordia - Ibid., pp. 687-90.
5. The transient behavior of the two-stage rototrol main exciter voltage regulating system as determined by electrical analogy, J.T. Carleton - Ibid., vol. 68, 1949, pp. 59-63.
6. Excitation system performance with motor-driven exciters, A.G. Mellor, M. Temoshok - Ibid., vol. 69, 1950, pp. 321-27.
7. Design and test on electronic exciter supplied from common shaft-driven generator, A.P. Colaiaco, A.A. Johnson, I.E. Reilly - Ibid., pp. 328-37.
8. Excitation improvement - electronic excitation and regulation of electric generators as compared to conventional methods, A.H. Phillips, W.H. Lambert, D.R. Pattison - Ibid., pp. 328-41.
9. What is exciter response?, H.H. Roth - Allis-Chalmers Elect. Rev., third quarter, 1951, p. 17.
10. Rotating regulators control systems reactive current, T.B. Montgomery, H. D. Timm - Ibid., fourth quarter, 1951, pp. 4-10.
11. Magamp regulation for synchronous machines, J.E. Bartle, C.E. Valentine, J.T. Carleton - Westinghouse Engr., vol. 8, Nov. 1952, pp. 204-07.
12. Exciter polarity reversals in voltage regulated aircraft alternators - R.P. Judkins, H.M. McConell - AIEE Trans., pt. III, vol. 71, 1952, pp. 275-83.
13. Effect of a modern amplidyne voltage regulator on underexcited operation of large turbine generators, W. G. Heffron, R.A. Phillips - Ibid., pp. 692-96.
14. Operating experience with shaft-driven exciters in air and hydrogen, F.M. Porter, H.B. Margolis - Ibid., pp. 758-68.
15. Development of a modern amplidyne voltage regulator for large turbine generators, W.A. Hunter, M. Temoshok. - Ibid., pp. 894-901.
16. Static regulator-exciters for A-C generators, S.L. Bradley - Westinghouse Engr., vol. XIV, May 1954, pp. 125-28.
17. Permanent-magnet excited synchronous motors, F.W. Merrill - AIEE Trans., pt. III-B, vol. 73, 1954, pp. 1754-60.
18. Selecting excitation systems for hydro-generators, H.H. Roth - Allis-Chalmers Elect. Rev., fourth quarter, 1955, pp. 4-8.
19. Selecting excitation systems for turbo-generators, H.H. Roth - Ibid., second quarter, 1956, pp. 10-15.
20. Operation of large synchronous generators in the dynamic stability region with a modern amplidyne voltage regulator, R.A. Phillips, A.S. Rubenstein, AIEE Trans., pt. III, vol. 75, 1956, pp. 762-66.
21. Operation of large synchronous generators in the dynamic stability region with a modern amplidyne voltage regulator, K.R. McClymont, P.L. Dandeno, R.A. Phillips, A.S. Rubenstein - Ibid., pp. 766-71.
22. Analogue computer representations of synchronous generators in voltage-regulation studies, M. Riaz - Ibid., pp. 1178-84.
23. A brushless air-cooled aircraft A-C generator, R.E. Smith - Ibid., pt. II, vol. 76, 1957, pp. 189-92.
24. Effect of exciter saturation on transients in synchronous machines, L.Z. Shenkman - Elect. Tech., vol. 1, May 1958.
25. Transient performance of excitation systems, R.L. Krahn - AIEE Trans., pt. III, vol. 77, 1958, pp. 210-14.
26. Rectifiers replace commutator in new generator design, N. Valentine, W. G. Nolte - Allis-Chalmers Elect. Rev., second quarter, 1959, pp. 6-8.
27. The excitation of synchronous motors of normal construction by in the application of mechanical rectifiers, N.S. Siunov, B.K. Gavrilov, V.N. Breev - Elect. Tech., vol. 3, Nov. 1959, pp. 384-91.
28. Performance of motor-driven exciters with mag-a-stat voltage regulators, T.J. Bliss, M. Enns - AIEE Trans., pt. III, vol. 78, 1959, pp. 779-89.
29. Exciter response tests for exciters controlled by dynamic-type voltage regulators, V.C. Strode - Ibid., pp. 795-800.

30. Analytical studies of the brushless excitation system, R. Herbst, R. W. Ferguson, R.W. Miller - *Ibid.*, pp. 1815-21.
31. An electric utility brushless excitation system, P.O. Bobo, E.C. Whitney, D.B. Hoover - *Ibid.*, pp. 1821-28.
32. Synchronous motor with excitation from semiconductor rectifiers, N.S. Sinov, N.M. Tarasov - *Elect. Tech.*, vol. 1, Mar. 1960, pp. 61-70.
33. Analytical method of calculating the external characteristics of AC generators with excitation from permanent magnets F.F. Galteev - *Ibid.*, vol. 3, July, pp. 393-408.
34. Possible lines of development for automatically-regulated turbo-generator excitation systems, Y.N. Shtrafun - *Ibid.*, vol. 4, Nov. 1960, pp. 607-16.
35. How to select the basic parameters of excitation systems for self-excited synchronous generators, D.V. Vilesov, J.A. Riabinin - *Ibid.*, vol. 5, Dec. 1960, pp. 110-21.
36. A new brushless D-C excited rotating field synchronous motor, G.M. Rosenberg, Jr - *AIEE Trans.*, pt. II, vol. 79, 1960, pp. 136-39.
37. Exciter armature reaction and excitation requirements in a brushless rotating-rectifier aircraft alternator, W.J. Shilling - *Ibid.*, pp. 394-402.
38. A high-speed voltage-regulating and static-excitation system for A-C aircraft generators, A.C. Hupp, H.W. Gayek - *Ibid.*, pp. 422-26.
39. A new brushless synchronous alternator for use in aircraft, L.M. Palastin. *Elect. Tech.*, vol. I, 1961, pp. 133-44.
40. Amplidyne main exciter excitation system, L.M. Harvey, A.S. Rubenstein, M. Temoshok, W.S. Morgan - *AIEE Trans.*, pt. III, vol. 80, 1961, pp. 17-23.
41. Principles of a simulator for studying synchronous machine voltage regulator problems, C. Adamson, A.M. El-Serafi - *Ibid.*, pp. 36-43.
42. Performance of a new static-magnetic exciter and voltage regulator for round-rotor marine steam-turbine generators, D.F. Talcott, P.M. Tabor, C. Concordia - *Ibid.*, pp. 141-48.
43. Proposed excitation system definitions for synchronous machines, working group on excitation system terms and definitions of the power generation committee - *Ibid.*, pp. 173-80.
44. A new frequency converter excitation system for A-C generators, K. M. Sparrow - *Ibid.*, pp. 369-73.
45. Recent developments in amplidyne regulator excitation systems for large generators, G.S. Chalmers, A.S. Rubenstein, M. Temoshok - *Ibid.*, pp. 1066-72.
46. A static excitation system for industrial and utility steam turbine-generators, L.M. Domeratzky, A.S. Rubenstein, M. Temoshok - *Ibid.*, pp. 1072-77.
47. Design and tests of a static excitation system for industrial and utility steam turbine-generators, L.J. Lane, D.F. Rogers, P.A. Vance - *Ibid.*, pp. 1077-85.
48. I.A. Glebov, V.Y. Kashtelyan, and Y.N. Shtrafun - A mercury arc semiconductor excitation system for large turbogenerators - *Electric Technology (USSR)*, vol. 2, pp. 239-254, 1962.
49. L.R. Roche - A harmonic excitation system for turbine generators - *AIEE Trans. (Power apparatus and systems)*, vol. 81, pp. 105-109, 1962-1963.
50. D.H. Miller and A.S. Rubenstein - Excitation systems for small industrial and commercial generators - *AIEE Trans. (Power apparatus and systems)*, vol. 81, pp. 739-748, 1962-1963.
51. K.S. Raman and E.T.B. Gross - Rapid demagnetization of large synchronous machines - *IEEE Trans. Power Apparatus and Systems (Special Supplement)*, vol. 82, pp. 642-653, 1963.
52. V.J. Egan and J.F. Seller, Jr. - Bridging the gap in standard for synchronous motor excitation - *Allis-Chalmers Electric Rev.*, vol. 28, no 4, pp. 4-7, 1963.
53. D.B. Hoover - The brushless excitation system for large A-C generators - *Westinghouse Engineer*, vol. 24, pp. 141-145, 1964.
54. N.D. Anisimova, V.L. Sokolov, and K. El'Shair - Elimination of self-excitation of synchronous machines by magnetization of the stator yoke - *Elect. Technology (USSR)*, vol. 1, pp. 20-28, 1964.
55. V. Easton - Excitation of large turbogenerators - *Proc. IEE*, vol. 111, no. 5, pp. 1040-1048, 1964.
56. T. Yano - Analysis of salient-pole synchronous machines with arbitrary frequency applied to field winding - *Elect. Engrg. in Japan*, vol. 84, pp. 34-41, August 1961.
57. Y. Tanaka - Synchronous motor with transistorized phase controller - *Elect. Engrg. in Japan*, vol. 84, pp. 41-50, November 1964.
58. D.A. Gorodskii - On the nature of self-excitation of synchronous machines with capacitive loading - *Electric Technology (USSR)*, vol. 1, pp. 57-60, 1965.
59. N. Sato and N. Seki - Driving of synchronous motor by SCR inverter - *Elect. Engrg. in Japan*, vol. 85, pp. 40-50, April 1965.
60. O.J.M. Smith - Optimal transient removal in a power systems - *IEEE Trans. Power Apparatus and Systems*, vol. 84, pp. 361-374, 1965.

FENOMENOS TRANSITORIOS Y PROTECCIÓN DE LAS MAQUINAS ROTANTES CONTRA LAS SOBRETENSIONES DE MANIOBRA Y DE ORIGEN ATMOSFERICO.

1. Transient shaft torques in turbine generators produced by transmission-line reclosing, J.W. Batchelor, D.L. Whitehead, J.S. Williams - AIEE Trans., vol. 67, pt. I, 1948, pp. 159-65.
2. Survey of lightning protective equipment for rotating A-C machines - AIEE lightning Protective Devices Subcommittee - Ibid., pp. 516-19.
3. Transients in 2-phase synchronous machines, N.E. Wilson - Ibid., vol. 68, pt. II, 1949, pp. 1360-67.
4. Surge protection: A.C. rotating machine, E.M. Hunter, N.E. Dillow - Gen. Elect. Rev., vol. 53, no. 5, May 1950, pp. 20-24.
5. Transient analysis of rotating machines and stationary networks by means of rotating reference frames, Y.H. Ku - AIEE Trans., vol. 70, pt. 1, 1951, pp. 943-56.
6. A new theory of hunting, G. Kron - AIEE Trans., pt. III, vol. 71, 1952, pp. 859-66.
7. The direct calculation of maximum amplitudes in transient responses, D. G. Lewis - Ibid., pt. III-B, pp. 908-12.
8. Lightning protective requirements of generators connected to the system through Y-Grounded-Delta transformers, J.K. Dillard, A.R. Hileman - Ibid., vol. 77, 1958, pp. 1426-34.
9. A technique of measuring amplitude and harmonic content of surge voltages in machine windings during switching, F.A. Sveda - Ibid., pp. 1694-98.
10. Surge protection of unit-connected generators, T.B. Thompson, K.H. Chang - Ibid., vol. 78, 1959, pp. 1580-90.
11. V.M. Gornshtein and Y.N. Luginskii - The use of repeated electrical braking and unloading to improve the stability of power systems, - Electrical Technology (USSR), vol. 2, pp. 292-302, 1962.
12. I.F. Polovoi, I.D. Pechenkin, and A.I. Piryazeva - Estimating the reliability of lightning protection systems for rotating machines - Electric Technology (USSR), vol. 3, pp. 348-363, 1962.
13. P.A. Abetti - Bibliography on the surge performance of transformers and rotating machines - first supplement, - AIEE Trans. (Power Apparatus and systems), vol. 81, pp. 213-219, 1962-1963.
14. C.E. Ganther and A.A. Mallett - Operation of generating units during serious system disturbances - IEEE Trans. Power Apparatus and systems (special supplement), vol. 82, pp. 679-683, 1963.
15. E.C. Scott, W. Casson, A. Chorlton, and J. H. Banks - Multigenerator transient-stability performance under fault conditions - Proc. IEE, vol. 110, no. 6, pp. 1051-1064, 1963.
16. N. Dharma Rao and H.N. Ramachandra Rao - Phase-plane techniques for the solution of transient-stability problems - Proc. IEE, vol. 110, no. 8, pp. 1451-1461, 1963.
17. M.S. Chen and W.C. Duesterhoeft, Jr., Digital computation of transient in synchronous machines with capacitive loads - IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. 83, pp. 369-376, 1964.
18. M.S. Chen and W.C. Duesterhoeft, Jr., Transients in synchronous machines with balanced capacitive loads - IEEE Trans. Power Apparatus and systems, vol. 83, pp. 1242-1245, 1964.
19. M. Udo - Transient torques in synchronous machines at single-phase reclosing - Elect. Engrg. in Japan, vol. 84, pp-40, February 1964.
20. G.A. Jones - Transient stability of a synchronous generator under conditions of bang-bang excitation scheduling - IEEE Trans. Power Apparatus and systems, vol. 84, pp. 114-121, 1965.
21. L.M. Gorbunova and Y.N. Luginskii - Analog computer for power system electromechanical transient studies - Electric Technology (USSR), vol. 2, pp. 235-249, 1965.
22. D.P. Sen Gupta and J.W. Lynn - Transient characteristics of a laboratory universal machine operating as an alternator - Proc. IEE, vol. 112, no. 8, pp. 1549-1556, 1965.